

## Unitat 1. Els nombres reals

## Qüestions

• Calcula:  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{9}$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{9} = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

- Escriu un nombre racional que sigui un decimal periòdic pur. Quina és la seva fracció generatriu?

Resposta oberta, per exemple:

$$3,2 = \frac{29}{9}$$

$$10x = 32,22\dots$$

$$- x = 3,222\dots$$

$$9x = 29$$

$$x = \frac{29}{9}$$

- Calcula l'arrel quadrada positiva dels cinc primers nombres naturals que són quadrats perfectes. Entre quins nombres naturals consecutius es troba l'arrel quadrada de 24?

$$\sqrt{1} = 1; \sqrt{4} = 2; \sqrt{9} = 3; \sqrt{16} = 4; \sqrt{25} = 5$$

$$4 < \sqrt{24} < 5$$

- Els catets d'un triangle rectangle mesuren respectivament 6 cm i 8 cm. Quina és la longitud de la hipotenusa?

$$a^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$a = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

- Quins són els valors de  $x$  que fan certa la igualtat  $x^2 = 36$ ?

$$x = \pm\sqrt{36}; x = \pm 6$$

- Simplifica la fracció  $\frac{1050}{4620}$ .

$$\frac{1050}{4620} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7}{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{5}{2 \cdot 11} = \frac{5}{22}$$

## Proposades

1. Ordena de més petit a més gran:  $-3,12, -3,01\overline{2}, 3,01\overline{2}, -3,1\overline{2}$ .

$$-3,1\overline{2} < -3,12 < -3,01\overline{2} < 3,01\overline{2}$$

2. Calcula:

a)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{6} - \frac{3}{8} - \left(\frac{4}{7} : \frac{12}{35}\right)$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{6} - \frac{3}{8} - \left(\frac{4}{7} : \frac{12}{35}\right) = \frac{7}{8} - \frac{3}{8} - \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{35}{12}\right) =$$

$$= \frac{7}{8} - \frac{3}{8} - \frac{5}{3} = \frac{21-9-40}{24} = -\frac{28}{24} = -\frac{7}{6}$$

b)  $\frac{1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1 + \frac{1}{2}}{3}}{1 - \frac{1}{6}}$

$$\frac{1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1 + \frac{1}{2}}{3}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{6}}{\frac{5}{6}} =$$

$$\frac{1 + \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)}{\frac{5}{6}} = \frac{1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{5}{6}} =$$

$$= \frac{1 + \frac{5}{12}}{\frac{5}{6}} = \frac{17}{12} \cdot \frac{6}{5} = \frac{17}{10}$$

c)  $1 - \frac{2 + 0,5}{1 - 0,3}$

$$1 - \frac{2 + 0,5}{1 - 0,3} = 1 - \frac{2 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}} =$$

$$= 1 - \frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{3}} = 1 - \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = 1 - \frac{15}{4} = -\frac{11}{4}$$

d)  $0,75 - \frac{1}{3} : 1,0\overline{2}$

$$0,75 - \frac{1}{3} : 1,0\overline{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} : \frac{101}{99} =$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{99}{101} = \frac{3}{4} - \frac{33}{101} = \frac{303 - 132}{404} = \frac{171}{404}$$

3. Es va detectar una fuga en un dipòsit d'aigua la qual cosa va produir la pèrdua de  $\frac{2}{3}$  parts del seu contingut. Durant les obres de reparació es va perdre  $\frac{1}{3}$  part de l'aigua que hi quedava. Finalment, en el dipòsit restaven 810 L d'aigua. Quina és la capacitat total d'aquest dipòsit?

Si es van perdre les  $\frac{2}{3}$  parts de l'aigua del dipòsit, en queda  $\frac{1}{3}$  part.

Durant la reparació es va perdre  $\frac{1}{3}$  del que quedava:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\text{En total, s'ha perdut: } \frac{2}{3} + \frac{1}{9} = \frac{6}{9} + \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

Per tant, queden  $\frac{2}{9}$  parts del total de la capacitat del dipòsit.

$$\frac{2}{9} \text{ de } C = 810 \text{ L}$$

$$C = \frac{810 \cdot 9}{2} \text{ L} = 3\,645 \text{ L}$$

La capacitat del dipòsit és de 3 645 L.

4. Un pagès ha plantat 2 600 m<sup>2</sup> d'oliveres i 1 000 m<sup>2</sup> d'ametllers. Quin és el nombre racional que representa el percentatge del total de terreny d'aquest pagès corresponent a cada tipus d'arbre? Expressa'l en forma de fracció.

$$\text{Superfície total} = 2\,600 \text{ m}^2 + 1\,000 \text{ m}^2 = 3\,600 \text{ m}^2$$

El nombre racional que representa el percentatge d'oliveres és:

$$\frac{2\,600}{3\,600} \cdot 100 = 72,2\% \rightarrow \frac{13}{18}$$

I el nombre racional que en representa el d'ametllers és:

$$\frac{1\,000}{3\,600} \cdot 100 = 27,7\% \rightarrow \frac{5}{18}$$

5. Calcula:

$$\begin{aligned} a) & \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right) \\ & \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right) = \\ & = \left(-\frac{3}{2}\right)^5 - \left(\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{243}{32} - \frac{125}{8} = \\ & = \frac{-243 - 500}{32} = -\frac{743}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & \left(\frac{2}{3} \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{6}{5}\right)^3 \\ & \left(\frac{2}{3} \left(-\frac{1}{4} \cdot \frac{6}{5}\right)\right)^3 = \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) & \frac{\left[\frac{4}{5} \cdot (-10) - \frac{1}{8}\right]^{-2}}{\frac{2}{5} + \left(\frac{5}{6}\right)^{-1}} \\ & \frac{\left[\frac{4}{5} \cdot (-10) - \frac{1}{8}\right]^{-2}}{\frac{2}{5} + \left(\frac{5}{6}\right)^{-1}} = \frac{\left(-8 - \frac{1}{8}\right)^{-2}}{\frac{2}{5} + \frac{6}{5}} = \\ & = \frac{\left(-\frac{8}{65}\right)^2}{\frac{8}{5}} = \frac{8^2}{65^2} \cdot \frac{5}{8} = \frac{8}{65 \cdot 13} = \frac{8}{845} \end{aligned}$$

6. Una pilota cau des del terrat d'un edifici de 30 m d'altura. Quan arriba a terra, la pilota rebota i puja fins a  $\frac{2}{3}$  de l'altura anterior. A quina altura arribarà

després de dos rebots? Quina fracció representa l'altura a la qual es troba la pilota després de tres rebots?

L'altura després de dos rebots és de:

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ de } 30 \text{ m} = \frac{4}{9} \text{ de } 30 \text{ m} = 13,3 \text{ m}$$

La fracció que representa l'altura després de tres rebots és:

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \text{ de l'altura de l'edifici.}$$

7. Calcula:

$$a) \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$$

$$b) \frac{-3^2}{2} = -\frac{9}{2}$$

$$c) \frac{(-3)^2}{2} = \frac{9}{2}$$

$$d) \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

8. Calcula, si és possible:

$$a) \sqrt{\frac{169}{144}} = \frac{13}{12}$$

$$b) -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

$$c) \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

$$d) \sqrt{-\frac{1}{9}}. \text{ No és possible.}$$

9. La base de dades d'una biblioteca indica que les  $\frac{2}{3}$  parts del seu fons són llibres. De la resta, la meitat són exemplars de revistes i diaris,  $\frac{1}{6}$  són pel·lícules i 222 entrades en concepte de documents diversos. Quantes entrades té la base de dades d'aquesta biblioteca?

La resta del fons de la biblioteca que no són llibres és:

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{6+2}{9} = \frac{8}{9}$$

La resta del fons de la biblioteca que no són ni llibres ni revistes ni diaris ni pel·lícules és  $\frac{1}{9}$ .

$$\frac{1}{9} \text{ de } T = 222$$

$$T = 222 \cdot 9 = 1\,998$$

La base de dades d'aquesta biblioteca té 1 998 entrades.

10. Calcula:

$$\begin{aligned} a) 5^2 \cdot 5^{-3} + 5^{-3} \cdot 5^4 &= \\ &= 5^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot 5^4 = \\ &= \frac{5^2}{5^3} + \frac{5^4}{5^3} = \frac{1}{5} + 5 = \frac{26}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} &= \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) 2^{-1} - 2^3 - (2^5 : 2^2)^2 &= \\ &= \frac{1}{2} - 8 - (2^3)^2 = \\ &= \frac{1}{2} - 8 - 64 = \frac{1}{2} - 72 = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{144}{2} = -\frac{143}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 4^{-2} + \frac{1}{4} - 4 &= \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{15}{4} = \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^5 - \frac{15}{4} = \frac{1}{1024} - \frac{15}{4} = \\ &= \frac{1}{1024} - \frac{3840}{1024} = -\frac{3839}{1024} \end{aligned}$$

11. El Joan és un venedor de cotxes i això li permet aconseguir un descompte del 15 % sobre el preu vigent en el moment de la compra, en cas d'estar-ne interessat. El preu de venda d'un cotxe és 13 500 €, però aquest mes es ven amb un descompte del 10% com a oferta de promoció. Quin preu hauria de pagar el Joan si l'adquirís? Quin percentatge total de descompte pot aconseguir?

Calculem l'import que hauria de pagar el Joan:

$$13\,500 \text{ €} \cdot 0,9 = 12\,150 \text{ €}$$

$$12\,150 \text{ €} \cdot 0,85 = 10\,327,5 \text{ €}$$

El Joan pagaria 10 327,5 € pel cotxe.

Calculem el descompte:

$$\left(1 - \frac{10\,327,5}{13\,500}\right) \cdot 100 = 23,5 \%$$

El percentatge total de descompte és del 23,5 %.

12. Escriu els nombres 0,000789 i 4 567 890 en notació científica. Recorda que en aquesta manera d'expressar un nombre s'utilitzen potències de base 10.

$$0,000789 = 7,89 \cdot 10^{-4}$$

$$4\,567\,890 = 4,5 \cdot 10^6$$

13. Calcula:

$$\begin{aligned} a) \frac{(1+0,5) : (5+1,6)}{3-1,3 + \frac{7}{6} - \frac{2}{5}} &= \frac{\left(1+\frac{1}{2}\right) : \left(5+\frac{5}{3}\right)}{3-\frac{4}{3} + \frac{7}{6} - \frac{2}{5}} = \\ &= \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{20}}{\frac{90-40+35-12}{30}} = \frac{9}{40} \cdot \frac{30}{73} = \frac{27}{292} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 1 - \frac{1-\frac{3}{4}}{\frac{5}{-1}} - \frac{7}{3} &= 1 - \frac{1 \cdot 2 - \frac{7}{3}}{4} = \\ &= 1 - \frac{1 \cdot 7 - 14}{6} = \frac{6-1-14}{6} = \\ &= -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

14. En fotocopiar un cartell publicitari es redueixen les seves dimensions a la meitat. Aquest procés es repeteix tres vegades. Quina fracció de les longituds originals representen les dimensions de la darrera còpia? Expressa el resultat en forma de potència i calcula.

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

La darrera còpia és  $\frac{1}{8}$  de l'original.

15. Calcula:

$$a) -\frac{3}{4} + \sqrt[3]{216} = -\frac{3}{4} + 6 = \frac{21}{4}$$

$$b) \frac{2}{3} \sqrt{-32} = \frac{2}{3}(-2) = -\frac{4}{3}$$

$$c) \frac{8}{-\sqrt[4]{16}} = -\frac{8}{2} = -4$$

$$d) \frac{\sqrt[3]{-216}}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

16. Escriu quatre nombres reals que siguin irracionals.

Resposta oberta. Per exemple:  $1,1121231314\dots$ ;  $\sqrt[3]{2}$ ;  $\pi$ ;  $0,4040040004\dots$

17. D'entre els nombres següents indica quins són

racionals i quins, irracionals:  $\sqrt{\frac{4}{25}}$ ;  $\sqrt[3]{-3}$ ;  $3,1$ ;  $3,010010001\dots$ ;  $-\sqrt{5}$ ;  $\sqrt[3]{8}$ .

Racionals:  $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ ;  $3,1$ ;  $\sqrt[3]{8} = 2$

Irracionals:  $\sqrt[3]{-3}$ ;  $3,010010001\dots$ ;  $-\sqrt{5}$

18. Hi ha algun nombre irracional que sigui també racional? Per què? Un nombre racional és real? Un nombre real qualsevol és irracional?

No existeix cap nombre irracional que sigui racional perquè els primers no es poden expressar en forma

de fracció i els segons, sí. Qualsevol nombre racional és real. Un nombre real qualsevol pot ser racional o irracional.

- 19.** Escriu tres nombres decimals que siguin racionals i tres nombres decimals que siguin irracionals.

Resposta oberta. Per exemple: 0,4; 6,78 i 11,356 són decimals racionals i 1,123124125...; 7,943016827536... i 32,223334444... són decimals irracionals.

- 20.** Indica entre quins nombres enters consecutius es localitzen els nombres irracionals següents:

a)  $-3,12112111\dots$

Entre  $-4$  i  $-3$ .

b)  $\sqrt{5}$

Entre  $2$  i  $3$ .

c)  $\sqrt{\frac{26}{5}}$

Entre  $2$  i  $3$ .

d)  $4,2345\dots$

Entre  $4$  i  $5$ .

e)  $-\pi$

Entre  $-4$  i  $-3$ .

f)  $\phi$

Entre  $1$  i  $2$ .

- 21.** Ordena de més petits a més grans els nombres irracionals de l'exercici anterior.

$$\pi < -3,12112111\dots < \phi < \sqrt{5} < \sqrt{\frac{26}{5}} < 4,2345\dots$$

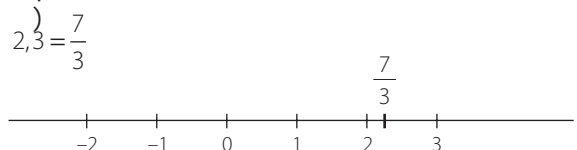
- 22.** Escriu tres nombres irracionals diferents compresos entre  $\phi$  i  $1,7$ .

Resposta oberta. Per exemple: 1,6232233323...; 1,6655566...; 1,69876768...

- 23.** Escriu dos nombres irracionals diferents més grans que  $3,2$  i més petits que  $3,22$ .

Resposta oberta. Per exemple: 3,21121222111... i 3,211222112...

- 24.** Representa  $2,3$  en la recta dels nombres reals.



- 25.** Arrodoneix a les centèsimes els decimals:

$$9,1231234\dots; 0,048\dots; -5,1104\dots; -11,8952\dots$$

$$9,1231234\dots = 9,12$$

$$0,048\dots = 0,05$$

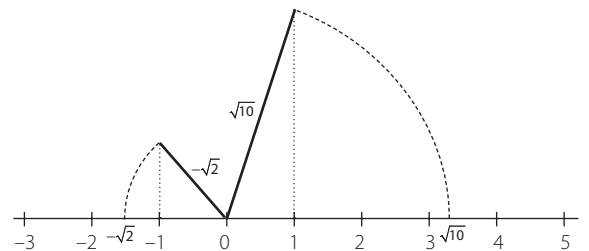
$$-5,1104\dots = -5,11$$

$$-11,8952\dots = -11,9$$

- 26.** Escriu dos arrodoniments per excés del nombre  $\pi$  i dos arrodoniments per defecte de  $\sqrt{5}$ .

Resposta oberta. Per exemple: 3,15 i 3,1416; 2,2 i 2,23.

- 27.** Representa  $\sqrt{10}$  i  $-\sqrt{2}$  sobre la recta dels nombres reals.



- 28.** Calcula la longitud d'una circumferència el radi de la qual mesura 6,5 cm. Efectua dos càlculs: el primer amb un arrodoniment per excés i el segon amb un arrodoniment per defecte.

Per excés, prenem  $\pi$  com a 3,1416:

$$L = 2 \cdot 3,1416 \cdot 6,5 \text{ cm} = 40,8408 \text{ cm}$$

Per defecte, prenem  $\pi$  com a 3,14:

$$L = 2 \cdot 3,14 \cdot 6,5 \text{ cm} = 40,82 \text{ cm}$$

- 29.** Calcula l'àrea d'un tros de gespa circular el radi de la qual mesura 9,5 m. Expressa'n el resultat de forma exacta.

$$A = \pi \cdot (9,5 \text{ cm})^2 = 90,25\pi \text{ cm}^2$$

- 30.** Quin és el volum d'un con de 10 cm de radi i 25 cm de generatriu? Expressa el resultat arrodonit a les centèsimes.

Primer hem de calcular l'altura del con, aplicant el teorema de Pitàgores:

$$(25 \text{ cm})^2 = (10 \text{ cm})^2 + h^2$$

$$h = \sqrt{525 \text{ cm}^2} = \sqrt{525} \text{ cm}^2$$

Ara podem calcular el volum del con:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot (10 \text{ cm})^2 \cdot \sqrt{525} \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 100 \text{ cm}^2 \cdot \sqrt{525} \text{ cm}$$

$$V ; 2\,399,43 \text{ cm}^3$$

El volum del con és 2 399,43 cm<sup>3</sup>.

- 31.** S'ha de col·locar una tanca en un terreny quadrat de 60 m de diagonal. Quants metres de tanca es necessiten? Si un metre de tanca costa 19 €, quin serà el preu arrodonit als cèntims d'euro del tancament del terreny?

Necessitem calcular el perímetre  $P$  del quadrat. Per fer-ho, primer hem de calcular el costat del quadrat aplicant el teorema de Pitàgores:

$$(60 \text{ m})^2 = 2c^2$$

$$c = \sqrt{\frac{3600 \text{ m}^2}{2}}$$

$$c = \sqrt{1800 \text{ m}^2} ; 42,4264\dots \text{ m}$$

$$P = 4c = 4 \cdot 42,4264 \text{ m} = 169,7056 \text{ m}$$

Anomenem per C el cost del tancament:

$$C = 19 \text{ €/m} \cdot 169,7056 \text{ m} = 3224,41 \text{ €}$$

Es necessiten 169,7056 m de tanca amb un cost total de 3224,41 €.

**32. Calcula:**

$$a) \frac{3}{5}\sqrt{8} - \frac{3}{10}\sqrt{8} =$$

$$= \frac{6-3}{10}\sqrt{8} = \frac{3}{10}\sqrt{8} =$$

$$= \frac{3}{10} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{3}{5}\sqrt{2}$$

$$b) \sqrt[3]{2} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt[3]{2} - \sqrt{3} =$$

$$= (1-3)\sqrt[3]{2} + (3-1)\sqrt{3} =$$

$$= -2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{3}$$

$$c) \sqrt{45} - \sqrt{80} + 2\sqrt{180} - 3\sqrt{20} =$$

$$= \sqrt{3^2 \cdot 5} - \sqrt{2^4 \cdot 5} + 2\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} - 2\sqrt{2^2 \cdot 5} =$$

$$= 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

$$d) \sqrt[4]{48} + 2\sqrt[4]{30000} =$$

$$= \sqrt[4]{2^4 \cdot 3} + 2\sqrt[4]{2^4 \cdot 3 \cdot 5^4} =$$

$$= 2\sqrt[4]{3} + 20\sqrt[4]{3} = 22\sqrt[4]{3}$$

**33. Calcula:**

$$a) -2\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{\frac{5}{3}} =$$

$$= -2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 5}{3}} =$$

$$= -48\sqrt{10}$$

$$b) \sqrt{\frac{8}{9}} \cdot \sqrt{\frac{20}{21}} \cdot 2\sqrt{3} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{8}{9} \cdot \frac{20}{21} \cdot 3} = 2\sqrt{\frac{14}{5}}$$

$$c) \frac{\sqrt[3]{-12}}{\sqrt[3]{-3}} = \sqrt[3]{\frac{-12}{-3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$d) \sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[5]{2} =$$

$$= \sqrt[15]{5^3} \cdot \sqrt[15]{(-2)^5} : \sqrt[15]{2^3} =$$

$$= \sqrt[15]{\frac{5^3 \cdot (-2)^5}{2^3}} = \sqrt[15]{-5^3 \cdot 2^2} =$$

$$= \sqrt[15]{-500} = -\sqrt[15]{500}$$

$$e) 3\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} =$$

$$= 3\sqrt{3} + 4 \cdot 3 =$$

$$= 3\sqrt{3} + 12$$

$$f) \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt[4]{20} =$$

$$= \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{2^2} - 2\sqrt[4]{20} =$$

$$= \sqrt[4]{20} - 2\sqrt[4]{20} = -\sqrt[4]{20}$$

**34. Calcula:**

$$a) (\sqrt{4})^3 + (\sqrt{2})^6 =$$

$$= 2^3 + [(\sqrt{2})^2]^3 =$$

$$= 2^3 + 2^3 = 16$$

$$b) \sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5} =$$

$$= \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5}$$

$$c) (\sqrt[3]{6})^3 : (\sqrt{5})^2 = 6 : 5 = \frac{6}{5}$$

**35. Extreu el màxim de factors com a coeficients del radical:**

$$a) \sqrt{192} = \sqrt{2^6 \cdot 3} = 2^3 \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$b) \sqrt[3]{2^5 \cdot b^6 \cdot c^2} = 2b^2 \sqrt[3]{2^2 c^2} = 2b^2 \sqrt[3]{4c^2}$$

$$c) \sqrt[5]{9600000} = \sqrt[5]{2^{10} \cdot 3 \cdot 5^5} = 2^2 \cdot 5 \sqrt[5]{3} = 20\sqrt[5]{3}$$

$$d) \sqrt[4]{9072m^7} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4 \cdot 7m^7} = 2 \cdot 3m \sqrt[4]{7m^3} = 6m \sqrt[4]{7m^3}$$

**36. Calcula:**

$$a) (\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$b) (\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 2 - 12 = -10$$

$$c) \sqrt[3]{10}(\sqrt[3]{3} + 5) = \sqrt[3]{30} + 5\sqrt[3]{10}$$

$$d) (-\sqrt{a})^2 = a$$

$$e) -\sqrt[3]{-125} = 5$$

$$f) \sqrt{(-3)^2} = 3$$

$$g) \sqrt[5]{-11^5} = -11$$

$$h) -\sqrt{(-a)^2} = -a$$

**37. Racionalitza els denominadors de les expressions fraccionàries següents:**

$$a) \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$b) \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} =$$

$$\frac{2-2\sqrt{6}+3}{-1} = -(5-2\sqrt{6}) =$$

$$= -5+2\sqrt{6}$$

$$c) \frac{6}{\sqrt{5}+2} = \frac{6(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5})^2-4} = 6\sqrt{5}-12$$

**38. Racionalitza:**

$$a) \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b) \frac{6\sqrt{2}+3}{6\sqrt{2}-3} = \frac{(6\sqrt{2}+3)^2}{(6\sqrt{2})^2-3^2} =$$

$$= \frac{72+36\sqrt{2}+9}{72-9} = \frac{81+36\sqrt{2}}{63} = \frac{9+4\sqrt{2}}{7}$$

$$c) \frac{\sqrt{5}+6}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{5}+6)}{6} = \frac{\sqrt{30}+6\sqrt{6}}{6}$$

$$d) \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{5\sqrt{5}-2\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(5\sqrt{5}+2\sqrt{2})}{(5\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2} =$$

$$= \frac{10\sqrt{10}+8+15\sqrt{15}+6\sqrt{6}}{125-8} =$$

$$= \frac{10\sqrt{10}+8+15\sqrt{15}+6\sqrt{6}}{117}$$

**39. Racionalitza els denominadors de les expressions següents. Prèviament, extreu factors com a coeficients del radical i simplifica:**

$$a) \frac{15}{\sqrt{27}} = \frac{15}{3\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$b) \frac{2\sqrt{18}}{3\sqrt{12}} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$c) \frac{42}{\sqrt{180}} = \frac{42}{6\sqrt{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$$

**40. Racionalitza i calcula:**

$$a) \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{7}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7\sqrt{6}}{6} = \frac{3\sqrt{2}-7\sqrt{6}}{6}$$

$$b) \frac{3}{\sqrt{3}+2} - \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{3}-2)}{3-4} - \frac{4\sqrt{2}}{2} = -3\sqrt{3}+6-2\sqrt{2}$$

## Reforç

**1. Escriu l'expressió decimal corresponent a cadascun dels nombres racionals següents:**  $\frac{3}{5}, -\frac{3}{4}, -\frac{8}{9}, \frac{14}{3}$ .

$$\frac{3}{5} = 0,6; -\frac{3}{4} = -0,75; -\frac{8}{9} = -0,8; \frac{14}{3} = 4,6$$

**2. Calcula l'altura d'un triangle equilàter el costat del qual mesura 6 cm.**

Apliquem el teorema de Pitàgores:

$$(6 \text{ cm})^2 = h^2 + (3 \text{ cm})^2$$

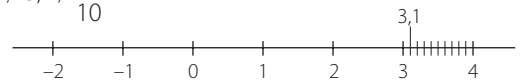
$$h^2 = 36 \text{ cm}^2 - 9 \text{ cm}^2$$

$$h^2 = 27 \text{ cm}^2$$

$$h = \sqrt{27 \text{ cm}^2} = \sqrt{27} \text{ cm}$$

**3. Arrodoneix el nombre  $\pi$  a les dècimes, escriu la fracció generatriu d'aquest arrodoniment i representa-la en una recta numèrica.**

$$\pi ; 3,1; \frac{31}{10}$$



**4. Escriu tres nombres decimals que no siguin racionals.**

Resposta oberta. Per exemple:  $\phi$ ;  $\sqrt{7}$  i 1,121314...

**5. Simplifica les fraccions següents.**

$$a) \frac{360}{480} = \frac{3}{4}; b) \frac{-105}{540} = -\frac{7}{36}; c) \frac{-333}{111} = -3$$

**6. Justifica si són certes o falses les igualtats següents:**

$$a) \sqrt{-4} = -2$$

Falsa, perquè no es pot calcular  $\sqrt{-4}$ .

$$b) -\sqrt{4} = -2$$

Certa, perquè  $-2$  és l'arrel negativa de 4.

$$c) -5\sqrt{4} = 10$$

Falsa, perquè  $-5 \cdot 2 = -10$ .

$$d) 3\sqrt{4} = 6$$

Certa, perquè  $3 \cdot 2 = 6$ .

**7. Calcula:**

$$a) -\left(\frac{5}{4} - 0,5\right) + \frac{3}{8} \cdot 2,4 + 1 =$$

$$= -\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{8} \cdot \frac{22}{9} + 1 =$$

$$= -\left(\frac{5-2}{4}\right) + \frac{11}{12} + 1 =$$

$$= -\frac{3}{4} + \frac{11}{12} + 1 = \frac{-9+11+12}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

$$\begin{aligned} b) 1,3 - \frac{2}{9} &: \frac{5}{18} - \frac{6}{5} \cdot \frac{25}{12} \\ &= \frac{4}{3} - \frac{2}{9} \cdot \frac{18}{5} - \frac{5}{2} = \\ &= \frac{4}{3} - \frac{4}{5} - \frac{5}{2} = \frac{40 - 24 - 75}{30} = -\frac{59}{30} \end{aligned}$$

8. Calcula:

$$a) \left(\frac{2}{5}\right)^4 \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^6 = \frac{64}{15625}$$

$$b) (-3)^3 : (-3)^2 (-3)^5 = (-3)^6 = 729$$

9. Ordena del més petit al més gran els nombres racionals següents:

$$-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, -\frac{7}{5}, \frac{5}{4}, 1, \frac{7}{4}$$

$$-\frac{7}{5} < -\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{4} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 1 < \frac{5}{4} < \frac{7}{4}$$

10. La Laia ha comprat un llibre amb un descompte del 15%. El seu germà ha pagat pel mateix llibre  $\frac{3}{20}$  menys del seu preu inicial. Quin dels dos germans ha obtingut millor benefici?

$$\frac{3}{20} = 0,15 \rightarrow 15\%$$

Els dos germans han obtingut el mateix benefici.

11. Calcula:

$$a) -5\sqrt[3]{-13} + 2\sqrt[3]{-13} + \sqrt[3]{-13} = -2\sqrt[3]{-13} = 2\sqrt[3]{13}$$

$$b) 2\sqrt{18} - \sqrt{2} + 3\sqrt{50} = 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

12. Racionalitza els denominadors de les expressions següents:

$$a) \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} &= \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3 - 2} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. En un magatzem s'ha empaquetat  $\frac{1}{3}$  part de la mercaderia que s'ha de vendre. La meitat de la resta, s'empaquetarà demà. Quina part restarà per a més endavant?

La meitat de la resta és  $\frac{1}{2} \text{ de } \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ . El total de mercaderia empaquetada és  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ . Per a més endavant, en resta  $\frac{1}{3}$ .

14. Calcula, de manera exacta, la longitud d'una circumferència, el radi de la qual mesura 2 cm. Calcula la mateixa longitud amb un arrodoniment per excés i un altre arrodoniment per defecte.

De manera exacta:

$$L = 2\pi \cdot 2 \text{ cm} = 4\pi \text{ cm}$$

Amb un arrodoniment per excés:

$$L = 2\pi \cdot 2 \text{ cm} = 4 \cdot 3,1416 \text{ cm} = 12,5664 \text{ cm}$$

Amb un arrodoniment per defecte:

$$L = 2\pi \cdot 2 \text{ cm} = 4 \cdot 3,14 \text{ cm} = 12,56 \text{ cm}$$

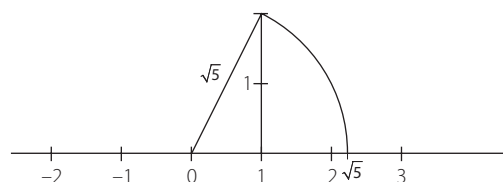
15. Calcula:

$$a) (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} + 3 = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$b) (\sqrt[4]{6} - \sqrt[4]{2})^2 = \sqrt[4]{36} - 2\sqrt[4]{12} + \sqrt[4]{4} = \sqrt{6} - 2\sqrt[4]{12} + \sqrt[4]{4}$$

$$c) (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 5 - 3 = 2$$

16. Representa  $\sqrt{5}$  en una recta numèrica.



17. A l'empresa on treballa el pare de l'Aleix hi ha 120 treballadors que han de triar en quin dels quatre torns establerts volen fer les vacances a l'estiu. L'empresa proposa que els  $\frac{3}{10}$  dels treballadors facin vacances el primer torn,  $\frac{1}{6}$  el segon torn i  $\frac{3}{8}$  el tercer torn. Amb aquestes dades, calcula:

a) La fracció de treballadors que faran en total les vacances en els tres primers torns.

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{36 + 20 + 45}{120} = \frac{101}{120}$$

b) La fracció de treballadors que farà vacances en el quart torn.

$$1 - \frac{101}{120} = \frac{120 - 101}{120} = \frac{19}{120}$$

c) El nombre de treballadors que farà vacances en cadascun dels torns establerts.

$$1\text{r torn: } \frac{3}{10} \text{ de } 120 = 36 \text{ treballadors}$$

$$2\text{n torn: } \frac{1}{6} \text{ de } 120 = 20 \text{ treballadors}$$

$$3\text{r torn: } \frac{3}{8} \text{ de } 120 = 45 \text{ treballadors}$$

$$4\text{t torn: } 19 \text{ treballadors}$$

18. El sou que proposen al Jaume en la seva primera feina és de 850 € mensuals. Cal, però, que tingui en

compte que aquest no serà exactament l'import que cobrarà a final de mes ja que a aquesta quantitat cal descomptar un 6 % en concepte de cotització a la seguretat social i un 10 % de l'IRPF. Calcula:

a) Quant cobrarà el Jaume a final de mes?

Calculem la quantitat que li descomptem en concepte de seguretat social:

$$\frac{6 \cdot 850 \text{ €}}{100} = 51 \text{ €}$$

Calculem la quantitat que li descomptem en concepte d'IRPF:

$$\frac{10 \cdot 850 \text{ €}}{100} = 85 \text{ €}$$

A final de mes el Jaume cobra:

$$850 \text{ €} - (51 \text{ €} + 85 \text{ €}) = 850 \text{ €} - 136 \text{ €} = 714 \text{ €}$$

b) Esbrina si la suma dels dos descomptes és el 16 % de 850 €.

$$\frac{16 \cdot 850 \text{ €}}{100} = 136 \text{ €}$$

La suma dels dos descomptes és el 16 %.

19. A la guardiola del Pere hi ha 201 monedes. Un terç del total són monedes d'1 €. Un altre terç són de 0,50 € i la resta són de 0,20 €. Quantes monedes de cada tipus té el Pere? Quants euros té en total?

El Pere té un terç de cada tipus de monedes:

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 201 \text{ monedes} = 67 \text{ monedes}$$

$$67 \cdot 1 + 67 \cdot 0,50 + 67 \cdot 0,20 =$$

$$= 67 + 33,5 + 13,4 = 113,9$$

El Pere té en total 113,9 €.

20. Un capital va augmentar de 1 500 € a 3 000 €. Quin percentatge d'increment es va produir? Un temps més tard, va disminuir de 3 000 € a 1 500 €. Quin va ser el percentatge d'aquesta disminució?

Calculem el percentatge d'increment:

$$3\,000 \text{ €} - 1\,500 \text{ €} = 1\,500 \text{ €}$$

$$\frac{1\,500}{1\,500} = 1 = \frac{100}{100} \rightarrow 100 \%$$

Calculem el percentatge de disminució:

$$3\,000 \text{ €} - 1\,500 \text{ €} = 1\,500 \text{ €}$$

$$\frac{1\,500}{3\,000} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} \rightarrow 50 \%$$

21. Expressa de manera exacta la mesura de cadascuna de les magnituds següents:

a) La longitud de la diagonal d'un rectangle de 10 cm de perímetre i 3 cm de base.

Calculem la mesura de l'altura del rectangle:

$$10 \text{ cm} = 2 \cdot 3 \text{ cm} + 2 \cdot a \rightarrow a = 2 \text{ cm}$$

Apliquem el teorema de Pitàgores per trobar la longitud de la diagonal:

$$d = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

La diagonal mesura  $\sqrt{13}$  cm.

b) L'àrea d'una circumferència de  $10\pi$  cm de longitud.

$$L = 2\pi r = 10\pi \text{ cm} \rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$$

22. Indica quines de les expressions següents són certes i corregeix les que no ho siguin:

a) Tot nombre real és racional.

Falsa. Tot nombre racional és real.

b) Tot nombre enter és real.

Certa.

c) Tot nombre decimal és real.

Certa.

d) Tot nombre enter és irracional.

Falsa. Tot nombre enter és racional.

23. El perímetre d'un triangle isòsceles mesura 26 cm i el seu costat desigual, 6 cm. Calcula'n l'àrea i expressa el resultat de manera exacta i arrodonit a les centèsimes.

Calculem la longitud dels costats iguals:

$$P = 26 \text{ cm} = 2c + 6 \text{ cm} \rightarrow c = 10 \text{ cm}$$

Per esbrinar l'àrea, necessitem calcular l'altura del triangle isòsceles aplicant el teorema de Pitàgores:

$$h = \sqrt{10^2 - 3^2} = \sqrt{100 - 9} = \sqrt{91} \text{ cm}$$

$$A = \frac{6 \text{ cm} \cdot \sqrt{91} \text{ cm}}{2} = 3\sqrt{91} \text{ cm}^2; 28,62 \text{ cm}^2$$

24. Extreu factors com a coeficients del radical:

$$a) \sqrt{125} = \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$$

$$b) \sqrt[3]{162} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^4} = 3\sqrt[3]{6}$$

$$c) \sqrt[4]{360\,000} = \sqrt[4]{2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^4} = 2 \cdot 5^2 \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2} = 10\sqrt[4]{36} = 10\sqrt{6}$$

$$d) \sqrt{63} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = 3\sqrt{7}$$

25. Racionalitza:

$$a) \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$$

$$b) \frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = \frac{(3 + \sqrt{2})^2}{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{9 + 6\sqrt{2} + 2}{9 - 2} = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}$$

26. Quants metres de corda fan falta per lligar 30 paquets si per a cada paquet es necessiten  $\frac{3}{4}$  de metre? Amb 140 m de corda, quants paquets es podran lligar?

$$30 \cdot \frac{3}{4} \text{ m} = 22,5 \text{ m}$$

Fan falta 22,5 m de corda.



$$140 \text{ m} : \frac{3}{4} \text{ m} = 140 \cdot \frac{4}{3} = 186,6$$

Es poden lligar 186 paquets i sobren  $0,6$  m de corda.

**27. Escriu tres nombres irracionals més grans que  $\sqrt{10}$ .**

Resposta oberta. Per exemple: 3,263362236...; 6,1234433341... i 4,01223334444...

**28. Calcula:**

$$a) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt[6]{4^2 \cdot 5^3 \cdot 7^3} = \sqrt[6]{686\,000}$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt[6]{\frac{7^2}{14^3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{56}}$$

$$c) \sqrt{\sqrt{8}} = \left(8^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{8}$$

## Ampliació

**1. Escriu tres nombres reals que no siguin racionals i que siguin més petits que el nombre  $\pi$  i més grans que el nombre  $\phi$ .**

Resposta oberta.

Per exemple: 2,89889998888...;  $\sqrt{8}$  i  $\sqrt[3]{7}$ .

**2. Calcula:**

$$a) \frac{\sqrt{18a^2b^3c^4}}{9abc^2} \cdot \sqrt[3]{1080} =$$

$$= \frac{3abc^2\sqrt{2b}}{9abc^2} \cdot \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5} =$$

$$= \frac{\sqrt{2b}}{3} \cdot 6\sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{2^3b^35^2} = 2\sqrt[3]{200b^3}$$

$$b) \frac{2}{3}\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = -\frac{1}{3}\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$$

$$c) 3\left(\frac{1}{6} - \sqrt[5]{-5}\right) + 5\left(2 - \sqrt[5]{-5}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - 3\sqrt[5]{-5} + 10 - 5\sqrt[5]{-5} =$$

$$= \frac{21}{2} - 8\sqrt[5]{-5} = \frac{21}{2} + 8\sqrt[5]{5}$$

$$d) (2 + \sqrt[3]{3})^2 + 8\sqrt[3]{3} =$$

$$= 4 + 4\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9} + 8\sqrt[3]{3} =$$

$$= 4 + 12\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}$$

**3. Troba el volum d'una piràmide quadrangular regular de 4 cm d'aresta bàsica i 4 cm d'aresta lateral.**

El volum d'una piràmide és  $V = \frac{1}{3}A_b h$ . Hem de calcular l'altura  $h$  de la piràmide aplicant el teorema de Pitàgores. Abans, però, cal calcular la diagonal  $D$  de la base quadrada de costat  $c$ .

$$h^2 = 4^2 - d^2$$

$$d = \frac{D}{2} = \frac{\sqrt{32}}{2}$$

$$D = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{16 - \frac{32}{4}} = \sqrt{\frac{32}{4}} \text{ cm}$$

$$h = \frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Ara ja estem en condicions de calcular el volum:

$$V = \frac{1}{3} \cdot (4 \text{ cm})^2 \cdot 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 16 \text{ cm}^2 \cdot 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$V = \frac{32}{3} \cdot \sqrt{2} \text{ cm}^3$$

**4. Quina operació comercial prefereixes: un augment del 30 % dels teus estalvis i una posterior disminució del 30 % o una reducció del 5 % d'aquests estalvis?**

Un augment del 30 % i una posterior reducció del 30 % significa que la quantitat inicial queda multiplicada per 1,30 i aquesta darrera quantitat multiplicada per 0,70:

$$1,30 \cdot 0,70 = 0,91$$

La quantitat inicial s'ha reduït fins al 91 %.

Una reducció del 0,5 % significa que la quantitat inicial queda multiplicada per 0,95 i que la quantitat inicial s'ha reduït fins al 95 %.

És preferible la segona operació comercial.

**5. La diagonal d'un quadrat mesura 6 cm. Per quin nombre s'ha de multiplicar la longitud del costat d'aquest quadrat per obtenir la longitud de la diagonal?**

Anomenem per  $c$  el costat del quadrat i apliquem el teorema de Pitàgores:

$$D^2 = c^2 + c^2$$

$$36 = 2c^2$$

$$c = \sqrt{\frac{36}{2}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Calculem el nombre  $n$  pel qual cal multiplicar el costat  $c$  per obtenir la diagonal  $D$ :

$$n = \frac{D}{c} = \frac{6}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

La longitud del costat s'ha de multiplicar per  $\sqrt{2}$ .

**6. Extreu tots els factors possibles de cadascun dels radicals següents:**

$$a) \sqrt{2 \cdot 3^3 \cdot 7^4} = 3 \cdot 7^2 \sqrt{2 \cdot 3} = 147\sqrt{6}$$

$$b) \sqrt[5]{\frac{2^{11} \cdot 5^7 \cdot 3^8 \cdot c^{13}}{3^2 a^6 c}} = \frac{2^2 \cdot 5 \cdot 3c^2}{a} \sqrt[5]{\frac{2 \cdot 5^2 \cdot 3^3 c^3}{3^2 ac}} = \frac{60c^2}{a} \sqrt[5]{\frac{150c^2}{a}}$$

$$c) \sqrt[3]{-\frac{5145}{4752}} = -\sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5 \cdot 7^3}{2^4 \cdot 3^3 \cdot 11}} = -\frac{7}{2 \cdot 3} \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 11}} = -\frac{7}{6} \sqrt[3]{\frac{15}{22}}$$

$$d) \sqrt[4]{\left(-\frac{20}{9375}\right)^2} = \sqrt[4]{\frac{2^4 \cdot 5^2}{3^2 \cdot 5^{10}}} = \sqrt[4]{\frac{2^4}{3^2 \cdot 5^8}} = \frac{2}{25} \sqrt[4]{\frac{1}{9}}$$

7. Calcula l'àrea d'un quadrat inscrit en una circumferència el radi de la qual mesura 5 cm.

La diagonal del quadrat és el doble del radi de la circumferència,  $d = 10$  cm.

$$d^2 = 2c^2$$

$$100 = 2c^2$$

$$c = \sqrt{50} \text{ cm}$$

L'àrea del quadrat és:

$$A = (\sqrt{50} \text{ cm})^2 = 50 \text{ cm}^2$$

8. Racionalitza els denominadors de les expressions següents i calcula:

$$a) \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{6}} - \frac{3}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{3\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 5\sqrt{6} - 9\sqrt{2}}{6}$$

$$b) \frac{3}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{3\sqrt{2}+3}{2-1} + \frac{2\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{5-2} =$$

$$= 3\sqrt{2}+3 + \frac{2\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{3} =$$

$$c) \sqrt{10} \left( \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{5}} \right) =$$

$$= \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{5}} =$$

$$= 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$$

$$d) \frac{\sqrt{8}+\sqrt{3}}{\sqrt{8}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{(\sqrt{8}+\sqrt{3})^2}{8-3} \cdot \frac{\sqrt{5}(1+\sqrt{5})}{1-5} =$$

$$= \frac{8+2\sqrt{24}+3}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}+5}{-4} =$$

$$= \frac{11+2\sqrt{24}}{5} \left( -\frac{\sqrt{5}+5}{4} \right) =$$

$$= -\frac{11\sqrt{5}+55+2\sqrt{120}+10\sqrt{24}}{20}$$

9. És possible que un percentatge sigui més gran que 100? Justifica la teva resposta amb un exemple.

Sí, és possible. Per exemple, si ahir hi havia 30 persones en una sala de cinema i avui n'hi ha 80, el percentatge d'augment en l'assistència ha estat:

$$80 - 30 = 50 \rightarrow \frac{50}{30} \cdot 100 = 166,6\%$$

10. La llum recorre 300 000 km cada segon. Expressa en notació científica els quilòmetres que haurà recorregut en un any i en una dècima de segon.

En un any la llum recorre:

$$\frac{300\,000 \text{ km}}{1 \text{ s}} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ dia}} \cdot \frac{365 \text{ dies}}{1 \text{ any}} =$$

$$= \frac{300\,000 \cdot 3\,600 \cdot 24 \cdot 365 \text{ km}}{1 \text{ any}} =$$

$$= 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km/any}$$

En una dècima de segon:

$$300\,000 \text{ km/s} : 10 = 3 \cdot 10^4 \text{ km/dècima de segon}$$

11. Comprova amb les parelles de nombres decimals 0,2 i 4,8 si s'obté el mateix resultat si s'arrodoneixen a les centèsimes i després se sumen o si primer se sumen i després s'arrodoneix el resultat a les centèsimes. S'obté el mateix resultat, si en lloc de sumar multipliquem?

SUMA:

$$0,22 + 4,89 = 5,11$$

$$0,2 = \frac{2}{10}$$

$$4,8 = \frac{48}{10}$$

$$\frac{2}{10} + \frac{48}{10} = \frac{50}{10} = 5,0$$

Sí, s'obté el mateix resultat.

MULTIPLICACIÓ:

$$0,22 \cdot 4,89 = 1,0758 ; 1,08$$

$$\frac{2}{10} \cdot \frac{48}{10} = \frac{96}{100} = 0,96 ; 1,0864... ; 1,09$$

No s'obté el mateix resultat.

12. Un hexàgon regular està inscrit en una circumferència el radi de la qual mesura 6,5 cm, quina és exactament la seva àrea?

Per calcular l'àrea de l'hexàgon, necessitem esbrinar la seva apotema aplicant el teorema de Pitàgores:

$$6,5^2 = ap^2 + 3,25^2$$

$$ap = \sqrt{42,25 - 10,5625}$$

$$ap = \sqrt{31,6875} \text{ cm}$$

$$A = \frac{6 \cdot 6,5 \text{ cm} \cdot ap}{2}$$

$$A = \frac{39 \text{ cm} \cdot \sqrt{31,6875} \text{ cm}}{2}$$

$$A = 19,5\sqrt{31,6875} \text{ cm}^2$$

L'àrea de l'hexàgon és exactament:

$$19,5\sqrt{31,6875} \text{ cm}^2.$$

13. Efectua el producte dels radicals quadràtics  $\sqrt{2}$  i  $\sqrt{7}$ . Quin és el resultat? Arrodoneix  $\sqrt{2}$  i  $\sqrt{7}$  a les mil·lèsimes i multiplica els dos valors obtinguts. Quin és aquest producte? Calcula l'error arrodonit a les mil·lèsimes que es comet en el producte dels dos nombres irracionals indicats quan el fem amb les aproximacions decimals.

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{14}; 3,742$$

$$\sqrt{2}; 1,414$$

$$\sqrt{7}; 2,646$$

$$1,414 \cdot 2,646; 3,741$$

L'error comès és de  $-0,001$ .

14. A l'empresa on treballa la mare de l'Alba distribueixen els dies de vacances per als seus 120 treballadors. 20 treballadors fan les vacances al setembre,  $\frac{2}{5}$  parts a l'agost. La resta, al juliol. Quina fracció de treballadors fan vacances al juliol?

A l'agost fan vacances 48 treballadors:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 120 = 48$$

Entre l'agost i el setembre fan vacances  $48 + 20 = 68$  treballadors.

Al juliol fan vacances  $120 - 68 = 52$  treballadors, que representa una fracció del total de:

$$\frac{52}{120} = \frac{13}{30}$$

$$\frac{13}{30} \text{ dels treballadors fan vacances al juliol.}$$

15. El sou net que ha cobrat la Míriam el primer mes que ha treballat és de 925 €. Aquest import és el resultat d'aplicar al sou, els descomptes del 6 % de la seguretat social i el 12 % de l'IRPF. Quin és el sou inicial acordat amb l'empresa? Cobraria el mateix si el 12 % de descompte es fes sobre l'import on ja ha estat descomptat el 6 % de la seguretat social? Razona la resposta.

Anomenem per  $x$  el sou:

$$0,82x = 925 \text{ €}$$

$$x = \frac{925}{0,82} = 1128,05 \text{ €}$$

El sou inicial és de 1 128,05 €.

El sou inicial menys el 6 % descompte de la seguretat social és:

$$1128,05 \cdot 0,94 = 1060,37 \text{ €}$$

El 12 % descompte de l'IRPF sobre la quantitat anterior és:

$$1060,37 \cdot 0,88 = 933,13 \text{ €}$$

El sou inicial és de 1 128,05 €. Si el descompte de l'IRPF es fa sobre l'import amb el descompte de la seguretat social, dona una quantitat més elevada, perquè la quantitat descomptada per l'IRPF és més petita ja que s'aplica el 12 % a una quantitat inferior al sou.

16. Un preparat farmacèutic s'ha de dissoldre en aigua en una proporció d'1:3 per a la seva comercialització. Quants litres de medicament es poden elaborar amb 0,64 L del preparat?

Calculem quants litres d'aigua necessitem per fer la proporció 1:3.

$$0,64 \text{ L} \cdot 3 = 1,92 \text{ L}$$

$$0,64 \text{ L} + 1,92 \text{ L} = 2,56 \text{ L}$$

Es poden preparar 2,56 L de medicament.

17. Considera tres nombres reals  $a$ ,  $b$  i  $c$  de manera que  $a = \sqrt{75}$ ,  $b = \sqrt{48}$  i  $c = 2$ .

- a) Expressa de la manera més senzilla possible el resultat de la suma  $a + b$ .

$$a + b = \sqrt{75} + \sqrt{48} = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

- b) Calcula  $a^c - bc^c$ .

$$\begin{aligned} a^c - bc^c &= (\sqrt{75})^2 - \sqrt{48} \cdot 2^2 = \\ &= 75 - 4\sqrt{48} = 75 - 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

- c) Comprova que el producte  $a \cdot b \cdot c$  és un nombre natural.

$$\begin{aligned} a \cdot b \cdot c &= \sqrt{75} \cdot \sqrt{48} \cdot 2 = \\ &= 5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 2 = 40(\sqrt{3})^2 = \\ &= 40 \cdot 3 = 120 \end{aligned}$$

- d) Racionalitza i simplifica, si és possible, les expressions fraccionàries  $\frac{1}{a}$  i  $\frac{1}{a-b}$ .

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{75}} = \frac{5\sqrt{3}}{75} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

$$\frac{1}{a-b} = \frac{1}{\sqrt{75} - \sqrt{48}} =$$

$$= \frac{1}{5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

## Avaluació

Tria la resposta correcta:

1. Si  $a$  representa un nombre irracional,  $a$  pot ser:

- a)  $-\sqrt{4}$   
b) 12,38  
c)  $\sqrt[3]{-9}$   
d)  $\sqrt{-25}$

La resposta correcta és la c).

2. Els nombres enters són:

- a) Nombres naturals.
- b) Nombres reals.
- c) Nombres irracionals.
- d) Cap de les anteriors.

La resposta correcta és la b).

3.  $\sqrt{35}$  és un nombre decimal:

- a) Periòdic.
- b) Exacte.
- c) No és decimal.
- d) Il·limitat no periòdic.

La resposta correcta és la d).

4. Un nombre racional:

- a) Mai no és enter.
- b) Pot ser irracional.
- c) Sempre és natural.
- d) Sempre és real.

La resposta correcta és la d).

5. El resultat de  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)$  és:

- a)  $\frac{30}{50}$
- b)  $-\frac{5}{3}$
- c)  $\frac{2}{5}$
- d)  $-\frac{3}{5}$

La resposta correcta és la d).

6. La fracció inversa de  $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$  és:

- a)  $\frac{3}{7}$
- b)  $\frac{7}{3}$
- c)  $-\frac{3}{7}$
- d)  $-\frac{7}{3}$

La resposta correcta és la a).

7. El resultat exacte de multiplicar el nombre pi per 4 és:

- a) 12,56
- b) 12,564
- c)  $4\pi$
- d)  $4 \cdot 3,141592$

La resposta correcta és la c).

8. Si  $a$  representa l'arrel quadrada de 2:

- a)  $a > \sqrt{2}$
- b)  $2\sqrt{2} < a$
- c)  $a > \sqrt{3}$
- d) Cap de les anteriors

La resposta correcta és la d).

9. El nombre  $\phi$  està situat a la recta dels nombres reals, més a la dreta que:

- a) 2
- b)  $\pi$
- c)  $\sqrt{2}$
- d) 1,7

La resposta correcta és la c).

10. 1,7 és una aproximació de  $\sqrt{3}$ :

- a) Per excés.
- b) Per defecte.
- c) És exacte.
- d) Cap de les anteriors.

La resposta correcta és la b).

11. El radical  $\sqrt{8}$  expressat en forma de potència és:

- a)  $2^{\frac{3}{2}}$
- b)  $8^{\frac{2}{3}}$
- c)  $8^{\frac{1}{3}}$
- d)  $(\sqrt{8})^{\frac{1}{2}}$

La resposta correcta és la a).

12.  $5^{\frac{1}{3}}$  és el mateix que:

- a)  $\sqrt{5}$
- b)  $\sqrt[5]{-5}$
- c)  $\sqrt[5]{5^3}$
- d) Cap de les anteriors

La resposta correcta és la d).

13. El resultat de  $\sqrt[4]{5} - 3\sqrt[4]{5} + 2\sqrt[4]{5}$  és:

- a) 1
- b)  $\sqrt[4]{5}$
- c) 0
- d) Cap de les anteriors

La resposta correcta és la c).

14. El resultat de  $\sqrt{4} \cdot \sqrt[4]{3}$  és:

- a)  $\sqrt[4]{48}$
- b)  $\sqrt[4]{12}$
- c)  $\sqrt{12}$
- d)  $\sqrt[8]{12}$

La resposta correcta és la a).

15.  $\frac{6\sqrt[3]{-3}}{8\sqrt[4]{2}}$  és igual a:

a)  $-\frac{6}{8}\sqrt[12]{\frac{3}{2}}$

b)  $\frac{3}{4}\sqrt[12]{\frac{81}{8}}$

c)  $\frac{3}{4}\sqrt[12]{-\frac{81}{8}}$

d)  $-\frac{3}{4}\sqrt[12]{\frac{81}{8}}$

La resposta correcta és la d).

16. L'arrel quadrada de  $\sqrt[3]{5}$  és:

a)  $\sqrt[5]{5}$

b)  $\sqrt[6]{5}$

c)  $\sqrt[6]{5^2}$

d) Cap de les anteriors.

La resposta correcta és la b).

17.  $(\sqrt[3]{-7})^3$  és igual:

a) 7

b)  $\sqrt[3]{-7}$

c)  $\sqrt[3]{7}$

d) Cap de les anteriors.

La resposta correcta és la d).

18.  $2a\sqrt[4]{3a}$  i  $\sqrt[4]{48a^5}$  són radicals:

a) Oposats.

b) D'índex diferent.

c) Iguals.

d) Diferents.

La resposta correcta és la c).

19. La longitud de la diagonal d'un quadrat de 2 cm de costat és:

a) 4 cm

b)  $\sqrt{2}$  cm

c) 2 cm

d)  $\sqrt{8}$  cm

La resposta correcta és la d).

20. La racionalització de  $\frac{7}{\sqrt{7}}$  és:

a)  $\sqrt{7}$

b)  $\frac{\sqrt{7}}{7}$

c) 7

d)  $7\sqrt{7}$

La resposta correcta és la a).

## Unitat 2. Inequacions de primer grau

### Qüestions

- Escriu el signe  $>$  o  $<$  entre els nombres següents:

a)  $\frac{1}{3}$  i  $\frac{2}{3}$   
 $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$

b) 80 % d'1 000 000 i 20 % d'1 000 000

80 % d'1 000 000  $>$  20 % d'1 000 000

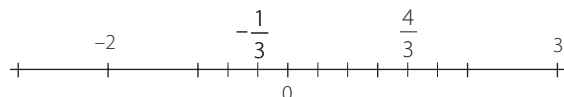
c) 20 % de 5 500 000 i  $\frac{2}{3}$  de 5 500 000

20 % = 0,2 i  $\frac{2}{3} = 0,6$

20 % de 5 500 000  $<$   $\frac{2}{3}$  de 5 500 000

d)  $-0,5$  i  $-0,5$   
 $-0,5 > -0,5$

- Representa en una recta numèrica els nombres racionals 3, -2,  $-\frac{1}{3}$  i  $\frac{4}{3}$ .



- Ordena del més petit al més gran els nombres racionals següents:

$\frac{1}{4}$ ; -3; -0,1; 5;  $-\frac{1}{2}$ ;  $\frac{3}{2}$ ; 0; -10

$-10 < -3 < -\frac{1}{2} < -0,1 < 0 < \frac{1}{4} < \frac{3}{2} < 5$

- Resol l'equació  $4x - \frac{x}{2} = \frac{3x}{2} + 1$ .

$8x - x = 3x + 2$

$4x = 2$

$x = \frac{1}{2}$

- Escriu un nombre racional que sigui més gran que  $\frac{1}{3}$  i més petit que  $\frac{2}{5}$

Resposta oberta, per exemple 0,35.

### Proposades

- Indica si les desigualtats següents són certes o falses:

a)  $2 < -3$       b)  $\frac{1}{7} > \frac{1}{9}$       c)  $-0,6 < -0,1$

d)  $2,4 > 2,4$       e)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} > 1$       f)  $3 \leq 3$

a) Falsa;    b) Certa;    c) Certa;    d) Certa;    e) Falsa    i  
 f) Certa.