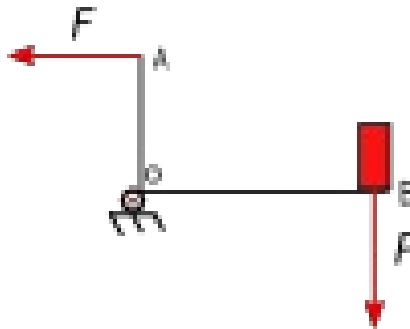


Exercicis resolts del lliurament

1.- Donada a palanca de la figura en què $OA = 1,25 \text{ m}$ i $OB = 2,45 \text{ m}$, sabent que el pes situat en B es de 350 Kg , determineu:

- la força que cal fer en A per que el sistema estigui en equilibri.
- Reaccions en O



a.- Força en A:

$$\Sigma M_O = 0$$

Suposant positius els moments que farien girar el sistema en sentit contrari a les agulles del rellotge:

$$- F \cdot OA + P \cdot OB = 0$$

$$OA = 1,27$$

$$OB = 2,45$$

$$P = m \cdot g = 350 \cdot 9,81 = 3433,5 \text{ N}$$

$$- F \cdot 1,25 = 3433,5 \cdot 2,45 :$$

$$F = 6729,66 \text{ N}$$

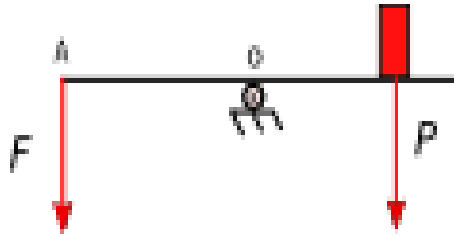
b.- Reaccions en O

$$R_O(\text{horitzontal}) = F = 6729,66 \text{ N}$$

$$R_O(\text{vertical}) = P = 3433,5 \text{ N}$$

2.- Donat el gronxador de la figura en què el braç de palanca $OA = 2,25 \text{ m}$, on s'aplica una força de 1500 N , determineu:

- Punt en el que cal situar el cos vermell de massa 215 Kg perquè el sistema estigui en equilibri
- Reaccions en O



$$P = m \cdot g = 215 \cdot 9,81 = 2109,15 \text{ N}$$

1.- Perquè el sistema estigui en equilibri cal que $\Sigma M_o = 0$

$$\begin{aligned} -F \cdot OA + P \cdot OB &= 0 \\ -1500 \cdot 2,25 + 2109,15 \cdot x &= 0 \\ x &= 1,6 \text{ m} \end{aligned}$$

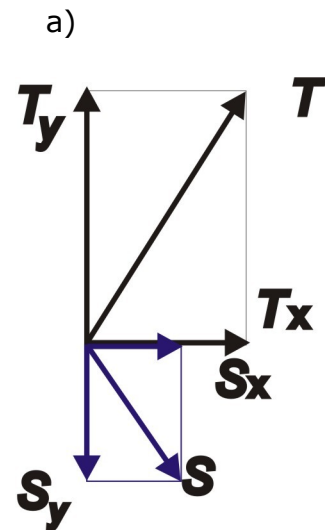
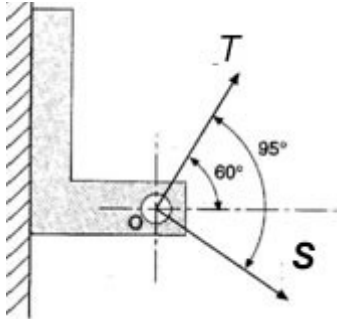
2.- Reaccions en O

Només hi ha una reacció vertical que val:

$$R_o = F + P = 1500 + 2109,15 = 3609,15 \text{ N}$$

3.- En el sistema de la figura les forces en el punt O valen $T = 100 \text{ N}$ i $S = 50 \text{ N}$, determineu:

- Diagrama de les forces que actuen en el punt O
- Resultant en l'eix de les x
- Resultant en l'eix de les y
- Determineu el valor de la resultant



El fem per components:

1r cal descompondre les forces S en (S_x, S_y) i T en (T_x, T_y) , i després fer la suma de forces en X i en Y:

$$\begin{aligned} T_x &= T \cdot \cos 60 = 100 \cdot \cos 60 = 50 \text{ N} \\ T_y &= T \cdot \sin 60 = 100 \cdot \sin 60 = 86,6 \text{ N} \\ S_x &= S \cdot \cos 35 = 50 \cdot \cos 35 = 40,95 \text{ N} \\ S_y &= S \cdot \sin 35 = 50 \cdot \sin 35 = 28,26 \text{ N} \end{aligned}$$

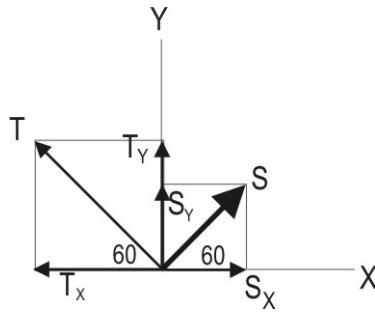
$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}$$

b) $R_x = T_x + S_x = 90,957 \text{ N}$

c) $R_y = T_y - S_y = 57,92 \text{ N}$

d) $R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(90,957)^2 + (57,92)^2} = 107,84$

4.- Calculeu el valor de la força que sumada a $T = 50 \text{ N}$ dóna com a resultant la força $S = 25 \text{ N}$



La suma de vectors serà: $\vec{S} = \vec{T} + \vec{R}$

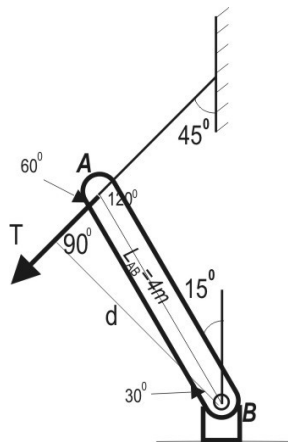
Ara fem la suma per components X i Y, que donarà dues equacions:

$$S_x = T_x + R_x; \quad S_y = T_y + R_y$$

$$25 \cos 60 = -50 \cos 60 + R_x; \quad R_x = 37,5 \text{ N}$$

$$25 \sin 60 = 50 \sin 60 + R_y; \quad R_y = -21,65 \text{ N}$$

5.- Si s'aplica un moment de $M = 10000 \text{ Nm}$ en el sentit antihorari sobre la barra AB de longitud 4 m, quina serà la tensió del cable?



Cal aplicar la suma de moments respecte el punt B, perquè d'aquesta forma les forces que hi ha aplicades en el recolzament B no tenen braç de palanca i, per tant, no donen moment i només quedarà la força T aplicada en A.

El càlcul del moment és el producte de la força, en aquest cas T, pel braç de palanca perpendicular, en aquest cas d.

$$M = T \cdot d$$

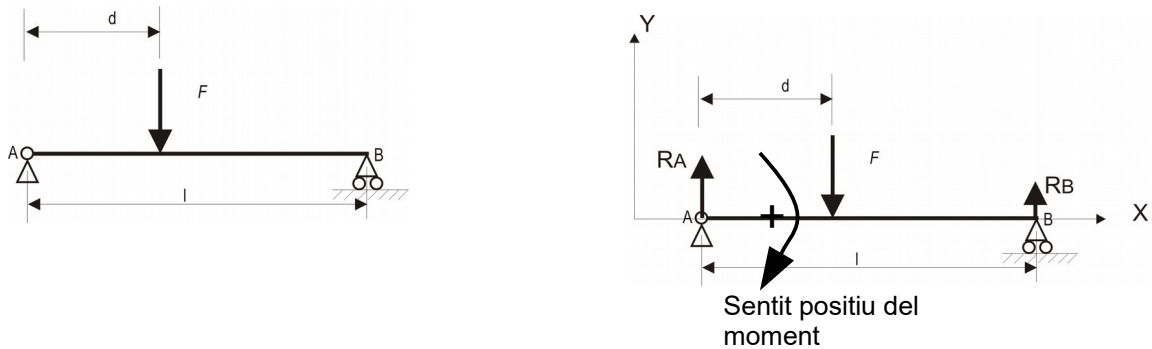
$$d = AB \cdot \cos 30 = 4 \cdot \cos 30 = 3,46$$

$$10000 = T \cdot 3,46$$

$$T = 2886,75 \text{ N}$$

6.- Suposem una biga com la de la figura, sense pes, que està en equilibri. Si $F = 2500 \text{ N}$ $d = 1,5 \text{ m}$ i $l = 5 \text{ m}$:

- Dibuixeu el diagrama de les forces que actuen sobre la biga.
- Poseu un sistema d'eixos de coordenades.
- Calculeu les reaccions R_A i R_B dels recolzaments.



Per agafar el signe del moment suposarem que si es en el sentit horari serà positiu. Si fem la suma de moments en A, la força R_A aplicada en A no dona moment, només en donen F i la reacció R_B .

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0 \\ +F \cdot 1,5 - R_B \cdot 5 &= 0 \\ 2500 \cdot 1,5 - R_B \cdot 5 &= 0 \\ R_B &= \frac{2500 \cdot 1,5}{5} = 750 \text{ N} \end{aligned}$$

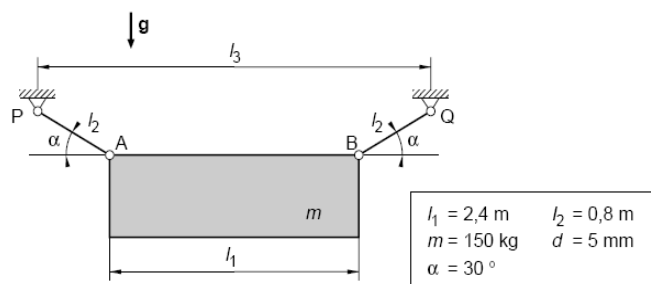
Ara es fa la suma de forces respecte l'eix Y o forces verticals igual a zero. En aquest cas no té cap sentit fer la suma de forces amb respecte l'eix horitzontal perquè no n'hi ha cap.

$$\begin{aligned} \Sigma F_Y &= 0 \\ R_A - F + R_B &= 0 \\ R_A &= 2500 - 750 = 1750 \text{ N} \end{aligned}$$

7.- S'ha de penjar una pancarta rígida de massa $m = 150 \text{ kg}$ tal com s'indica a la figura. Els cables AP i BQ són de diàmetre $d = 5 \text{ mm}$. Determineu:

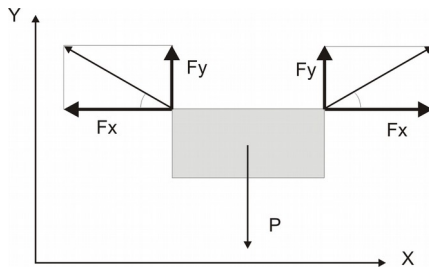
- Representeu uns eixos de coordenades i poseu les forces que actuen descomposant-les sobre els mateixos.
- La distància l_3 a la qual s'han de posar els ancoratges P i Q perquè l'angle dels cables amb l'horitzontal sigui de $\alpha = 30^\circ$, tal com s'indica.
- La força que fa cadascun dels cables.

Es recomana dibuixar el diagrama de cos lliure de la pancarta. Això significa dibuixar totes les forces que intervenen en aquest cos.



Aquest problema com té simetria resulta fàcil per començar, ja que la força en A és igual que en B.

1r veiem com es fa la descomposició de les F_x i F_y :



$$F_x = F \cdot \cos \alpha = F \cdot \cos 30$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha = F \cdot \sin 30$$

Observeu les distàncies de la figura:

$$I_3 = I_1 + 2 \cdot I_2 \cdot \cos \alpha = 2,4 + 2 \cdot 0,8 \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,786 \text{ m}$$

Com que és un sistema totalment simètric, partim de la idea que la força que fa cada cable és la mateixa i valdrà F ; on F_x i F_y seran les seves components en els eixos de coordenades, tal com hem plantejat.

Per la condició d'equilibri respecte els eixos x , y :

$$\sum F_x = 0$$

$$F_x - F_x = 0; \quad F_x \text{ (dreta)} = F_x \text{ (esquerra)}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$P = m \cdot g = 150 \cdot 9,81 = 1471,5 \text{ N}$$

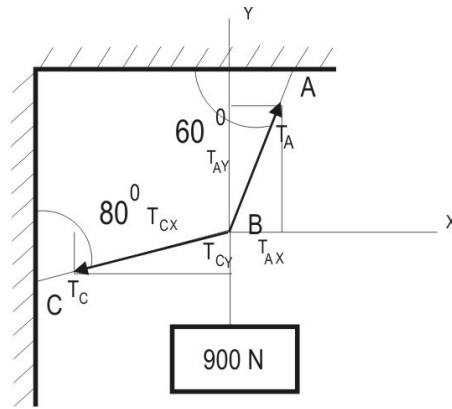
$$F_y + F_y - P = 0; \quad 2F_y = 1471,5 \text{ N}$$

$$F_y = \frac{1471,5}{2} = 735,75 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha = F \cdot \sin 30$$

$$F = \frac{F_y}{\sin 30} = \frac{735,75}{0,5} = 1471,5 \text{ N}$$

8.- Calculeu les tensions dels cables CB i AB que subjecten el pes de 900 N



Descomponem les forces sobre els eixos x,y:

$$T_{AX} = T_A \cdot \cos 60$$

$$T_{AY} = T_A \cdot \sin 60$$

$$T_{CX} = T_C \cdot \cos 10$$

$$T_{CY} = T_C \cdot \sin 10$$

$$\sum F_x = 0$$

$$T_{AX} - T_{CX} = 0; \quad T_A = T_C \cdot \frac{\cos 10}{\cos 60}$$

$$\sum F_y = 0$$

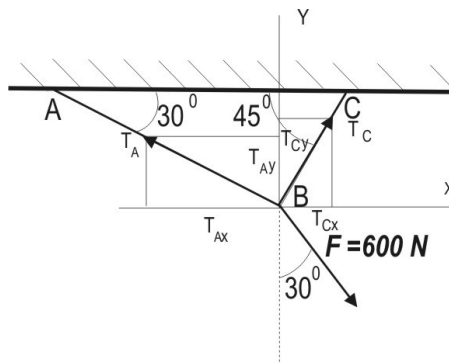
$$T_{AY} - T_{CY} - F = 0 \quad T_A \cdot \sin 60 - T_C \cdot \sin 10 - F = 0$$

Observeu és un sistema de dues equacions amb dues incògnites, solució:

$$T_A = 1157,01 \text{ N}$$

$$T_C = 587,01 \text{ N}$$

9.- Calculeu les tensions AB i BC.



$$T_{Ax} = T_A \cos 30;$$

$$T_{Ay} = T_A \sin 30$$

$$T_{Cx} = T_C \cos 45;$$

$$T_{Cy} = T_C \sin 45$$

$$F_x = 600 \sin 30 = 300 \text{ N};$$

$$F_y = 600 \cos 30 = 519,61 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_x + T_{Cx} - T_{Ax} = 0;$$

$$300 + T_C \cos 45^\circ - T_A \cos 30^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-F_y + T_{Ay} + T_{Cy} = 0$$

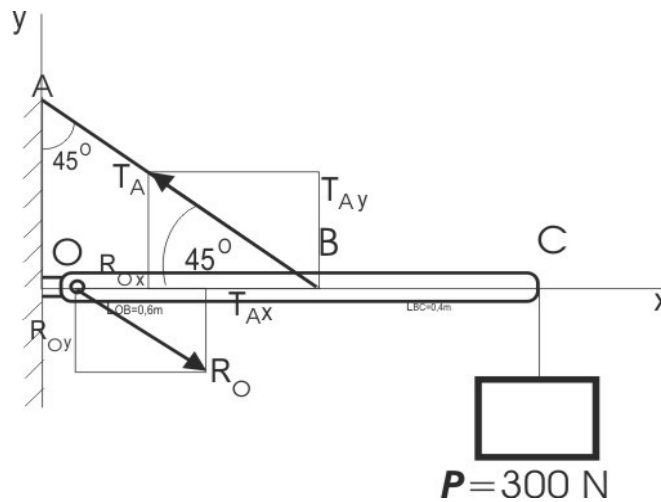
$$-519,61 + T_A \sin 30^\circ + T_C \sin 45^\circ = 0$$

Dues equacions amb dues incògnites. Solució:

$$T_A = 600 \text{ N}$$

$$T_C = 310,58 \text{ N}$$

10.- Calculeu la tensió del cable AB i les reaccions en el recolzament O . Sabent que l'angle en $\widehat{B} = 45^\circ$, $L_{OB} = 0,6 \text{ m}$ o $L_{BC} = 0,4 \text{ m}$.



Cal recordar que el moment es calcula sempre fent la força per la distància perpendicular.

d = distància perpendicular des de O fins la recta AB .

$$d = 0,6 \cdot \sin 45^\circ = 0,42 \text{ m}$$

$$\Sigma M_o = 0$$

$$-T_A \cdot d + P \cdot 1 = 0; -T_A \cdot d + 300 \cdot 1 = 0$$

$$\mathbf{T_A = 707,106 \text{ N}}$$

$$T_{Ax} = T_A \cos 45^\circ; T_{Ay} = T_A \sin 45^\circ$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{ox} - T_{Ax} = 0; R_{ox} = \mathbf{T_{Ax} = 500 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_{Ay} = R_{oy} + 300; R_{oy} = 500 - 300 = 200 \text{ N}$$

$$\mathbf{R_{oy} = 200 \text{ N}}$$

11.- Un motor de combustió gira $n = 3500 \text{ min}^{-1}$ i té un parell $M = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$, Determineu la seva potència en W i en kW.

Primer farem el canvi d'unitats amb factors de conversió, mètode que és molt important dominar:

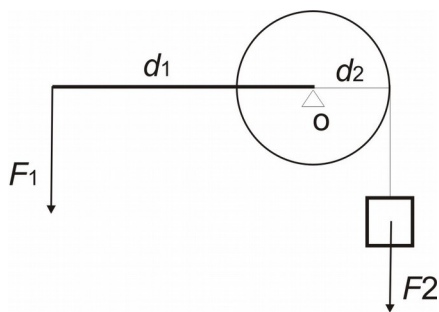
$$\frac{3500 \text{ rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = \frac{3500 \cdot 2 \cdot \pi}{60} = 366,52 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Aquesta fórmula de la potència és típica dels tècnics, ja que relaciona la potència amb la velocitat de rotació. No es pot oblidar que les màquines motrius gairebé sempre són rotatives.

$$P = M \cdot \omega = 200 \cdot 366,52 = 73304 \text{ W} = 73,34 \text{ kW}$$

12.- Un torn manual té un longitud de la maneta de 475 mm i un diàmetre del torn (corró central) de 175 mm, amb un rendiment de la màquina del 90%. Determineu:

- Quina força cal fer en Newtons per mantenir en equilibri una massa de 200 kg.
- Energia gastada en J per pujar aquesta massa una altura de 12 metres amb velocitat constant (vigileu el rendiment per calcular aquest apartat).



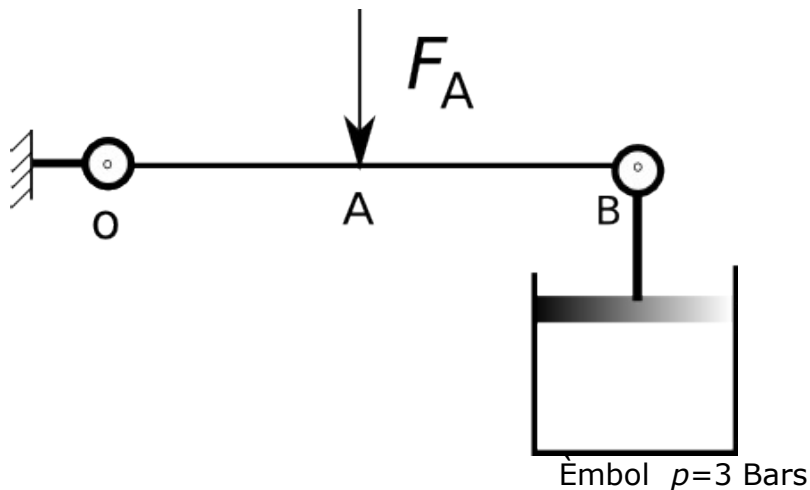
- a) Quina força cal fer per mantenir en equilibri una massa de 200 kg

$$\begin{aligned} F_1 \cdot d_1 &= F_2 \cdot d_2 \\ F_1 \cdot 475 &= 2000 \cdot \frac{175}{2} \\ F_1 &= 368,42 \text{ N} \end{aligned}$$

- b) Energia gastada per pujar aquesta massa una altura de 12 metres amb velocitat constant.

$$\begin{aligned} W &= m \cdot g \cdot h = 200 \cdot 9,81 \cdot 12 = 23544 \text{ J} \\ W &= \frac{23544}{0,9} = 26160 \text{ J} \end{aligned}$$

13.- En una barra de longitud $L = 7 \text{ m}$ amb $OA = AB$, s'aplica un força F_A en A, que provoca una pressió en el líquid de l'èmbol de $p = 3 \text{ bars}$, saben que l'èmbol té una àrea de 150 mm^2 determineu: F_B i F_A .



Nota. Recordeu que l'expressió de la pressió del líquid és: $p = \frac{F}{A}$

La pressió del líquid del cilindre que és de 3 bars, que expressada en Pascals serà:

$$3 \text{ bar} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Així la força que cal fer en B per aconseguir aquesta pressió serà:

$$p = \frac{F_B}{A};$$

$$F_B = p \cdot A = 3 \cdot 10^5 \cdot 150 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 45 \text{ N}$$

Agafant la $\Sigma M_O = 0$ ens queda:

$$F_B \cdot L - F_A \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$45 \cdot 7 = F_A \cdot 3,5$$

$$F_A = \frac{45 \cdot 7}{3,5} = 90 \text{ N}$$