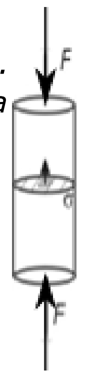
Exercicis resolts del lliurament

1.- *Un acer inoxidable que és un aliatge que té un contingut en carboni del 1,2%, un 38,8% de níquel i 40% de crom. Per una massa de 400 kg de l'acer aliat, quants quilograms de cada un dels seus components hi ha a l'aliatge.*

Es tracta de fer percentatges o tants per cent:

$$C = 0{,}012\cdot 400 = 4{,}8\ kg$$
$$\mathrm{Ni} = 0{,}388\cdot 400 = 155{,}2\ kg$$
$$Fe = 0{,}2\cdot 400 = 80\ kg$$
$$Cr = 0{,}4\cdot 400 = 160\ kg$$

2.- *La resistència a la compressió de l'acer comercial F-115 és* **σ** *= 110 MPa. Determineu quina força axial de compressió cal fer per provocar la ruptura d'una barra de 5 mm^2 de secció.*



La força axial de compressió significa un esforç en la direcció de la barra

Vigileu amb les unitats, la forma que s'utilitzarà de representar-les simplifica les operacions i fa els números menys complicats. Si posem la Força en N, l'àrea en mm², el resultat seran MPa. Vegeu la comprovació:

1 MPa = 1 N/mm² $1\ MPa = 10^6\ Pa = \cancel{10^6}\dfrac{N}{m^2}\cdot\dfrac{1\ m^2}{\cancel{10^6}\ mm^2} = 1\dfrac{N}{mm^2}$, el 10^6 es simplifica (i el m^2 també).

En el cas de **tracció** o **compressió** es verifica que: $\sigma = \dfrac{F}{A}$ per tant:

$$\sigma = \frac{F}{A};\ \ F = \sigma\cdot A = 110\ MPa\cdot 5\ \ mm^2 = 550\ \ \mathrm{N}$$

<u>Resolució alternativa de l'exercici:</u>

També ho podeu fer passant les unitats a Pa i m^2:
Recordeu que 1 Pa = 1 N/m^2
σ = 110 Mpa = $110\cdot 10^6$ Pa
A= 5 mm² = $5\cdot 10^{-6}$ m²
Aplicant la fórmula de la tensió quedarà

$$\sigma = \frac{F}{A};\ F = \sigma \cdot A = 110 \cdot 10^6\ Pa \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ m^2 = 550\ \text{N}$$

3.- *La resistència a la tracció de l'alumini és σ = 3500 KPa. Determineu quina força axial de tracció cal fer per provocar la ruptura d'una barra de 8,5 mm^2 de secció.*

L'esforç axial és un esforç de tracció o de compressió però segur que està en la direcció de l'eix de simetria de la peça.

En el cas de tracció o compressió es verifica que: $\sigma = \frac{F}{A}$

Unitats:

1 Mpa=10^3 KPa=10^6Pa

Així: 3 500 kPa =3,5 Mpa =3,5 $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$F = \sigma \cdot A = 3{,}5\ \frac{N}{mm^2} \cdot 8{,}5\ mm^2 = 29{,}75\ \text{N}$$

4.- *Dues barres de diàmetres d_1=20 mm i d_2 = 40 mm, se'ls aplica una força de tracció de 3000 N. Determineu la tensió unitària σ que rep cada barra.*

Calculem les àrees en mm² de dues barres aplica la fórmula de l'àrea del cercle:

$$A = \frac{\pi \cdot (d)^2}{4}$$

Calculem les àrees A_1 i A_2,

$$A_1 = \frac{\pi \cdot (d_1)^2}{4} = \frac{\pi \cdot 20^2}{4} = 100\ \pi = 314{,}16\ mm^2$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot (d_2)^2}{4} = \frac{\pi \cdot 40^2}{4} = 400\ \pi = 1256{,}63\ mm^2$$

Apliquem al fórmula de la tensió de tracció $\sigma = \frac{F}{A}$. Recordeu si *F* està en N i les àrees en mm² σ serà en Mpa.

$$\sigma_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{3000}{314{,}1} = 9{,}55\ \frac{N}{mm^2} = 9{,}55\ \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{A_2} = \frac{3000}{1256{,}63} = 2{,}38\ \frac{N}{mm^2} = 2{,}38\ \text{MPa}$$

Com es pot observar, si el diàmetre és doble l'àrea és molt més gran que el doble, perquè el diàmetre va al quadrat.

5.- *Una barra d'acer de longitud L_1=10 m se li aplica una força F= 3000 N. La barra s'allarga ΔL_1= 3 mm. Determineu l'allargament unitari.*

Apliquem la fórmula de l'allargament unitari --> $\varepsilon=\frac{\Delta L}{L}$, on:

- ε =allargament unitari
- ΔL =valor de l'allargament
- L =Longitud de la barra

Recordeu que l'allargament unitari no té unitats ja que s'obté dividint dues longituds i no tindrà cap unitat.

$\varepsilon_1=\frac{\Delta L}{L}=\frac{3\cdot 10^{-3}}{10}=0{,}0003$; que equival al 0,03%

6.- *Un cable longitud L= 10 m i diàmetre d = 3 mm se li aplica un esforç de tracció entre els seus extrems F= 1000 N. L'acer té un límit elàstic de σ= 295 MPa. Determineu:*
1.- Tensió del cable (tensió unitària).
2.- Tipus de deformació que té el cable
3.- Quin coeficient de seguretat que té el cable

Apliquem al formula de la tensió de tracció $\sigma=\frac{F}{A}$. Recordeu si *F* està en N i les àrees en mm² σ serà en Mpa.

1.-Tensió del cable (tensió unitària).
Càlcul de l'àrea

$$A=\frac{\pi\cdot d^2}{4}=\frac{9\,\pi}{4}=7{,}07\ mm^2$$

Tensió del cable real a la tracció serà la força aplicada (1000 N) dividit per l'àrea

$$\sigma=\frac{F}{A}=\frac{1000}{7{,}07}=141{,}47\ \text{MPa}$$

2.- Tipus de deformació que té el cable

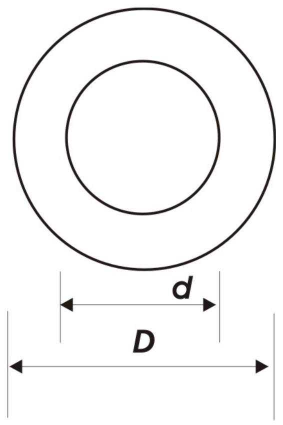
Com l'esforç unitari aplicat és 141,47 MPa i és més petit que 295 Mpa, que és el límit màxim, el cable es comportarà elàsticament.

3.- Quin coeficient de seguretat que té el cable.

Nota. El coeficient de seguretat *c* és la relació entre el màxim esforç al qual podem sotmetre el cable (límit elàstic) i el l'esforç unitari que hi apliquem (carrega per unitat d'àrea real que suporta).
Habitualment, en el càlcul de peces, se solen utilitzar coeficients de seguretat entre 2 i 3, depenen del risc que tingui. Per exemple una peça d'un avió cal que tingui més coeficient de seguretat que una peça per un vehicle.

$$c=\frac{\sigma_{elàstic}}{\sigma_{unitari}}=\frac{295}{141,47}=2,08$$

7.- *Un tub d'alumini (Al) de longitud L = 3 m i de diàmetre exterior D= 15 mm té un diàmetre interior 10 mm, sabent que se li aplica una força de F= 1500 N i que la barra s'allarga un longitud de ΔL= 0,19 mm. L'alumini té un límit elàstic de σ = 85 MPa. Determineu:*



1.- L'esforç unitari en MPa
2.- Coeficient de seguretat que té el tub
3.- Allargament unitari ε

1.-Esforç unitari

Calculem l'àrea del tub que s'obtindrà restant l'àrea de diàmetre *D* de l'àrea de diàmetre *d*. La calculem en mm².

$$A=\frac{\pi\cdot D^2}{4}-\frac{\pi\cdot d^2}{4}=\frac{\pi}{4}\cdot(D^2-d^2)=\frac{\pi}{4}\cdot(15^2-10^2)=98,17\ mm^2$$

Recordem una vegada més la tensió de tracció o compressió $\sigma=\frac{F}{A}$

$$\sigma=\frac{F}{A}=\frac{1500}{98,17}=15,27\ \frac{N}{mm^2}=15,27\ \text{MPa}$$

Com la carrega unitària que suporta el tub és més petita que el límit elàstic, aquest es comportarà elàsticament; és a dir, quan es deixi d'aplicar l'esforç el tub retornarà a la seva posició inicial sense deixar cap deformació permanent, cosa que no pssaria si fos més gran, que quedaria deformat.

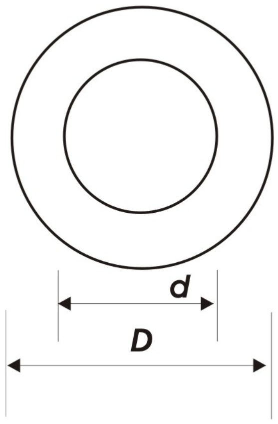
2.- Coeficient de seguretat que té el tub. Recordem la fórmula: $c=\frac{\sigma_{elàstic}}{\sigma_{unitari}}$

$$c=\frac{\sigma_{elàstic}}{\sigma_{unitari}}=\frac{85}{15,27}=5,4$$

3.- Allargament unitari ε recordem la fórmula: $\varepsilon=\frac{\Delta L}{L}$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0,19 \cdot 10^{-3}}{3} = 6,33 \cdot 10^{-5}$$;que equival en tant per cent a $6,33 \cdot 10^{-3}$ %

8.- *Un tub d'acer (Fe) de longitud L = 1,5 m i de diàmetre exterior D= 10 mm i diàmetre interior 7 mm té una carrega de trencament de σ= 325 MPa. Determineu:*



a.- Esforç que cal aplicar per produir el trencament del tub
b.- Si es vol treballar amb un coeficient de seguretat de 2,25 quina carrega es pot aplicar al tub.

a.-Esforç que cal aplicar per produir el trencament del tub

Calculem l'àrea del tub igual que a l'exercici anterior i en mm²

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} - \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot (10^2 - 7^2) = 40,055\ mm^2$$

Mirem quan força cal fer per arribar a la carrega de trencament de σ= 325 Mpa, apliquem la fórmula ara amb la sigma de trencament: $\sigma_{trencament} = \frac{F}{A}$

Canviem la fórmula aïllant la força, que és el que volem calcular:

$$F = \sigma_{trecament} \cdot A = 325 \cdot 40,055 = 13017,97\ \text{N}$$

b.-Si es vol treballar amb un coeficient de seguretat de 2,25 quina carrega es pot aplicar al tub.
Apliquem la fórmula del coeficient de seguretat ara per la carrega de trencament, a l'exercici anterior s'havia plantejat amb el límit elàstic, observeu que el coeficient de seguretat es pot plantejar per problemes on la peça es comporta elàsticament i per peces que es comportaran plàsticament.

$$c = \frac{\sigma_{trencament}}{\sigma_{aplicada}}; \quad \sigma_{aplicada} = \frac{\sigma_{trencament}}{c} = \frac{13017,97}{2,25} = 5785,76\ \text{N}$$

9.- *Una barra massissa, la secció rectangular de la qual mesura 25 mm x 300 mm, pot suportar una força axial de tracció màxima de 360 kN sense trencar-se. Quina és la resistència a la ruptura del material?*

Aquí l'àrea val A= 0,025·0,3 m²

$$\sigma=\frac{F}{A}=\frac{360000}{0{,}025\cdot 0{,}3}=48\cdot 10^6\ Pa=48\ \text{MPa}$$

10.- *Hem d'escollir un material per al cable de suport d'una grua de construcció d'edificis. Quina és la propietat més important que cal tenir en compte per a seleccionar-lo?*

a) Que sigui resistent a la flexió
b) Que sigui resistent a la torsió
c) Que sigui resistent a la tracció
d) Que sigui resistent la compressió

11.- *Com indicaries el següent nivell de duresa:*
225 HBW
Penetrador de diàmetre 5
amb una carrega de 1000 N
temps de carrega 10 s

225 ***HBW*** 5/1000/10

12.- *Es realitza l'assaig Brinell amb una proveta de gruix = 30 mm, i deixa una marca de diàmetre D_2= 1,88 mm. La càrrega que s'aplica durant l'assaig és de 1500 N durant 10s fent servir una bola de diàmetre D_1=6 mm. Determineu la duresa de la proveta.*

$$A=\frac{\pi D_1(D_1-\sqrt{D^2{}_1-D^2{}_2})}{2}=\frac{\pi\, 6(6-\sqrt{6^2-1{,}88^2})}{2}=2{,}847\ mm^2$$

$$HBW=0{,}102\cdot\frac{F}{A}=0{,}102\cdot\frac{1500}{2{,}847}=53{,}73$$