1. LA FUNCIÓ AFÍ

Ja hem vist a l'anterior lliurament que hi ha molts tipus de funcions amb gràfics ben variats.

Una de les funcions més senzilles és la funció afí , la seva gràfica associada és una recta.

La fórmula o expressió algebraica que defineix una funció afí és un polinomi de primer grau:

$$y=f(x)=mx+n$$

La m , és a dir el valor que multiplica a la x li diem el pendent de la recta i ens indica com varia la y en augmentar un punt el valor de la x. Geomètricament ens parla de la inclinació de la recta.

El n és diu l'ordenada a l'origen i ens indica quan val la funció quan la x és 0. Geomètricament ens dóna el punt de tall de la funció amb l'eix vertical (eix d'ordenades).

1.1. COM CONSTRUIR EL GRÀFIC D'UNA FUNCIÓ AFÍ SI EN CONEIXEM L'EXPRESSIÓ.

Per dibuixar el gràfic d'una recta en tenim prou coneixent dos dels punts per on passa la recta, tot i que és recomanable buscar-ne algun més per tal de no cometre errors.

Podem seguir aquests passos per dibuixar el gràfic d'una recta: $y=mx+n$

1. Construïm la taula de valors de la funció . Donem uns quants valors arbitraris a la x (per això és la variable independent) i calculem la y associada en cada cas.
2. Assenyalem aquests punts en els eixos coordenats (recordar que un punt (x,y) es representa la x a l'eix horitzontal i la y a l'eix vertical).
3. Unim els punts obtinguts.

Nota: Si estem representant una funció afí ($y=mx+n$) i els punts dibuixats no ens queden alineats vol dir que ens hem equivocat en calcular les imatges , d'aquí que convingui dibuixar 4 o 5 punts.

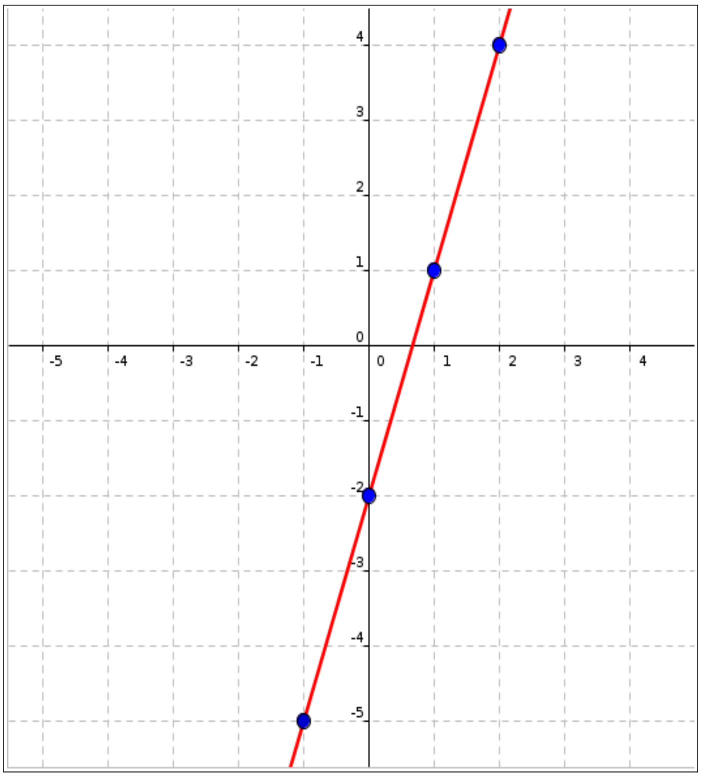
EXEMPLE

Considerem la funció $y=f(x)= 3x-2$

Observem que és una funció afí. El pendent és 3 i l'ordenada a l'origen és -2.Calculem una taula de valors:

x	**y=3x-2**
-1	**3·(-1)-2=-5**
0	**3·0-2=-2**
1	**3·1-2=1**
2	**3·2-2=4**

Ara dibuixem els punts obtinguts als eixos de coordenades: (-1,-5); (0,-2); (1,1); (2,4), comprovarem que tots quatre estan alineats i finalment unirem els 4 punts.

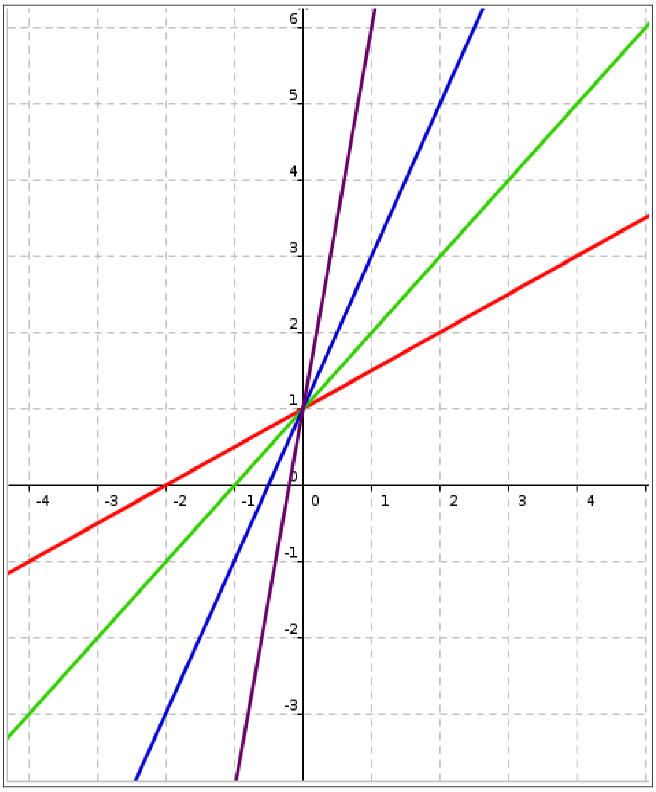


1.2 EL PENDENT DE LA RECTA.

Tal com ja hem dit el pendent d'una recta és el valor que multiplica a la x. (y=mx+n)

- Si la m>0 les gràfiques obtingudes són funcions creixents.
- Si la m<0 les gràfiques obtingudes són funcions decreixents.

Veiem representades en uns mateixos eixos els gràfics d'aquestes quatre rectes:



Aquestes quatre rectes tenen pendent positiu i les funcions són creixents. Observem que **quant més gran és el pendent més inclinada és la recta** , més vertical és. Totes tallen l'eix d'ordenades en el punt (0,1), ja que totes tenen el terme independent (n) igual a 1.

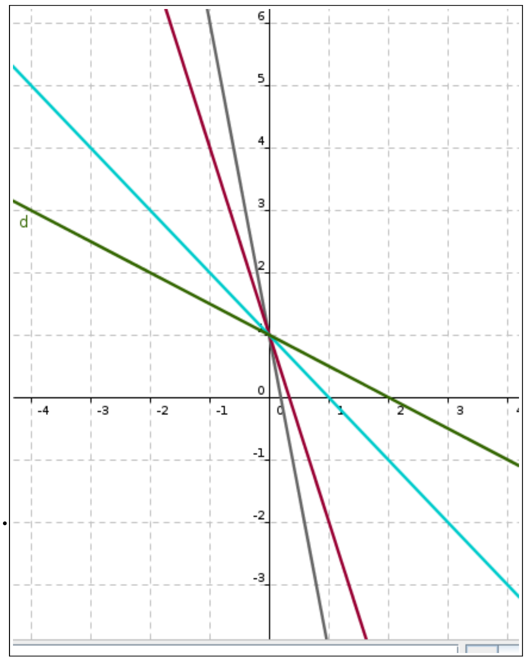
y=1/2 x+1 **y= x+1**

y= 2x+1 **y= 5x+1**

Ara dibuixem en uns mateixos eixos els gràfics de quatre rectes amb pendents negatius.

y= -5x+1 **y=-3x+1**

y= -x+1 **y= -1/2x+1**



Observem que les quatre rectes són gràfics decreixents. **Quant més gran és el pendent** en valor absolut (és a dir sense signe) **més inclinada és la recta**. Totes tallen l'eix d'ordenades en el punt (0,1) doncs l'ordenada a l'origen és 1.

1.3 ORDENADA A L'ORIGEN

L'ordenada a l'origen (n) és el terme independent de l'equació de la recta. Ens indica en quin és el tall de la recta amb l'eix d'ordenades. És a dir quan val la y si la x és 0.

Ara veiem com canvia la gràfica d'una recta si en variem l'ordenada a l'origen.

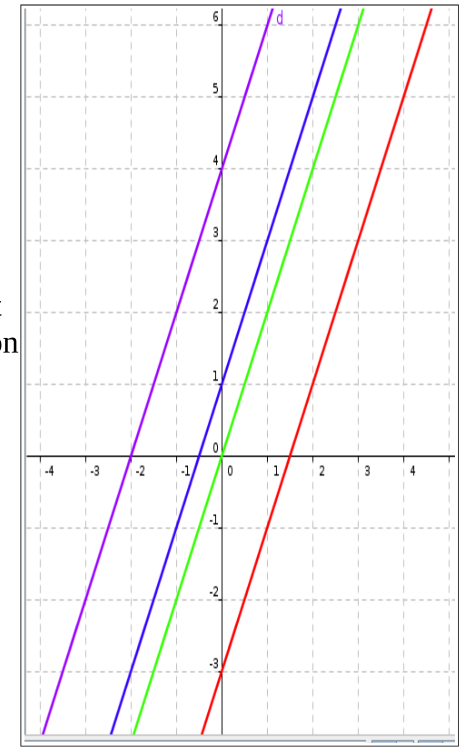
En els mateixos eixos dibuixem el gràfic de 4 rectes, amb la mateixa pendent però diferent ordenada

y= 2x-3

y= 2x

y= 2x+1

y=2x+4



Les quatre rectes són paral·leles doncs tenen el mateix pendent (2) i per tant la mateixa inclinació. La diferència és en el punt on tallen a l'eix d'ordenades.

2. FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT DIRECTA

Un cas particular de funció afí o recta el constitueixen les funcions de proporcionalitat directa.

Es diuen així doncs representen dues magnituds directament proporcionals, és a dir que varien en la mateixa proporció.

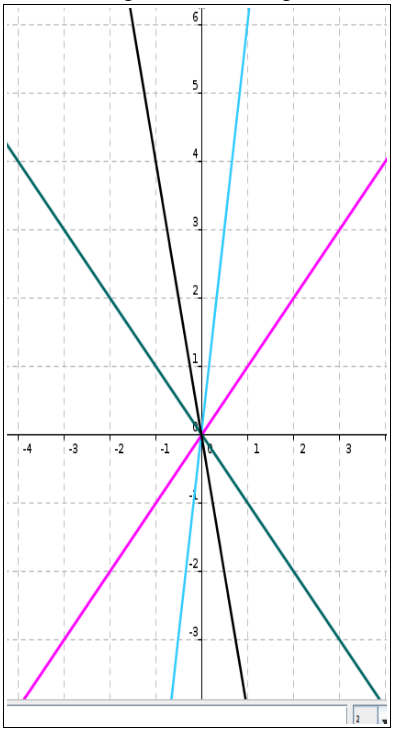
La seva equació sempre és de tipus: **y=f(x)=mx.**

Fixem-nos que aquesta equació és com la de la funció afí en el cas que l'ordenada a l'origen és 0, y=mx+0 per tant totes tallen a l'eix d'ordenades en el (0,0), és a dir totes passen per l'origen de coordenades i la seva inclinació depèn del pendent.

Tot el que s'ha dit en el cas de les funcions afins és vàlid per les funcions de proporcionalitat directe en el cas particular de que la n sigui 0.

- Si m>0 el gràfic és creixent i passa pel 1r i 3r quadrant
- Si m<0 el gràfic és decreixent i passa pel 2n i 4t quadrant

En aquestaimatge tenim el gràfic de les rectes :



y= 6x

y= x

y=-x

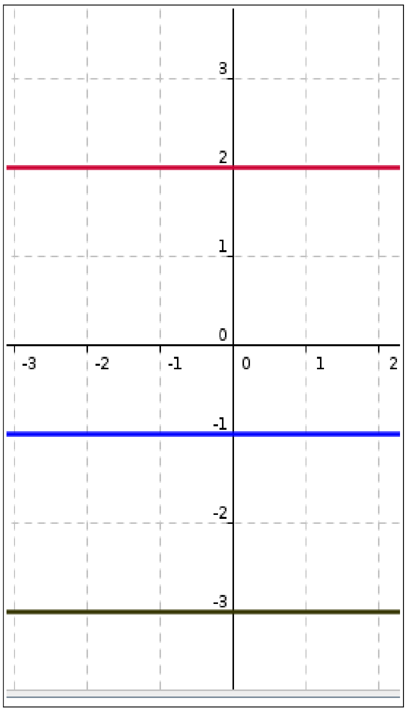
y=-4x

Observeu que totes passen pel (0,0) i com varia la seva inclinació en funció del pendent.

3.LA FUNCIÓ CONSTANT

Les funcions constants també són un cas particular de la funció afí en el qual el pendent és 0.

L'expressió algebraica de la funció constant és sempre de tipus **y= k.**



Com el pendent és 0 , no hi ha inclinació , el gràfic és una recta horitzontal i el valor de la k ens dirà a on talla a l'eix de les y.

Per exemple la recta y=2 és una recta horitzontal que passa pel punt (0,2). Observem que no depèn de la x, és a dir valgui el que valgui la x , la y sempre valdrà 2.

A la imatge de l'esquerra teniu el gràfic de les funcions :

y=2

y=-1

y=-3

4. EXEMPLES PRÀCTICS

4.1 EXEMPLE 1

Un banc ens ofereix un dipòsit a un interès simple del 3,5% anual. Fem una imposició de 1000 euros.

Anem a veure quin interès n'obtindrem en funció dels anys que deixem els diners, (no considerem l'IRPF que haurem de pagar al moment del rescat)

Si els deixem 1 any l'interès serà 1000*0,035*1=35*1=35 euros

Si els deixem 2 anys l'interès serà 1000*0,035*2=35*2=70 euros

Si els deixem 3 anys l'interès serà 1000*0,035*3=35*3=105 euros

Si els deixem 4 anys l'interès serà 1000*0,035*4=35*4=140 euros

Si els deixem t anys l'interès serà 1000*0,035*t= 35*t

Per tant la funció que ens dóna els interessos rebuts en fer una imposició de 1000 euros al banc al 3,5% d'interès simple en funció dels anys que deixem els diners és :

$$f(t)= 35\cdot t$$

És una funció de proporcionalitat directa de pendent 35.

Fixem-nos que si doblem els anys , queden també doblats els interessos rebuts .

Si multipliquem per 3 els anys , queden també triplicats els interessos rebuts....

Els anys i els interessos són dos magnituds directament proporcionals.

4.2 EXEMPLE 2

Un mòbil surt del km 3 i es mou a velocitat constant de 60 km/h. A quin km es trobarà el mòbil a mida que passa el temps.

El mòbil avança 60 km cada hora i ja surt del km 3, per tant:

Quan hagi passat 1 hora 3+60*1=3+60 =63 , el mòbil estarà al km 63

Quan hagin passat 2 hores 3+60*2=3+120 =123 , el mòbil estarà al km 123

Quan hagin passat 3 hores 3+60*3=3+180=183 , el mòbil estarà al km 183

Quan hagin passat t hores el mòbil estarà al km 3+60*t

Així doncs la funció que ens dóna la posició del mòbil en funció del temps és : f(t)=3+60t

És una funció afí amb pendent 60 i ordenada a l'origen 3.

4.3 EXEMPLE 3

Una noia ha aconseguit una feina per fer vendes telefònicament. L'empresa que la contracta li ofereix 600 euros al mes de sou fixe més el 10% de la facturació de les vendes que aconsegueixi. La noia vol saber quant cobrarà al mes en funció de la quantitat que facturi.

Si factura 100 euros cobrarà 600+0,1*100= 600+10= 610 euros

Si factura 200 euros cobrarà 600+0,1*200= 600+20= 620 euros

Si factura 300 euros cobrarà 600+0,1*300= 600+30= 630 euros

Si factura x euros cobrarà 600+0,1*x= 600+0,1xeuros

Per tant la funció que ens dóna el sou de la noia en funció de la facturació de les vendes fetes és :

f(x)= 600+0,1x , és doncs una funció afí de pendent 0,1 i d'ordenada a l'origen 600.