Problemes resolts

1.Representa gràficament la funció h(x)= $\dfrac{x^2}{x-1}$

Domini de la funció.

La funció h(x) és una funció racional i com a tal sabem que el domini d'aquesta funció està format pel conjunt de nombres reals que no anul·len el denominador.
Busquem l'arrel del polinomi del denominador:

x-1= 0 ; x=1

El valor trobat és l'únic que no és del domini d'aquesta funció. Per tant, tindrem que el domini de la funció és:

$D(h) = \Re - \{1\}$ **tots els nombres reals menys el 1; això també és pot escriure d'aquesta altra forma:** $D(h) = (-\infty\ ,\ 1) \cup (1\ ,\ +\infty)$

Punts de tall amb els eixos de coordenades

Punts de tall amb l'eix X (eix d'abscisses)

L'equació de l'eix X o eix d'abscisses és: y=0. Per veure a quins punts la funció talla a l'eix X hem de resoldre el sistema format per la recta y=0, eix X, i la corba de la funció h(x); tal i com expressem a continuació:

$$\begin{cases} Eix\ x: \quad y = 0 \\ Funció\ h(x): \quad y = \dfrac{x^2}{x-1} \end{cases}$$

Aquest sistema és equivalent a trobar les solucions de l'equació h(x)=0 !!

Aquest sistema d'equacions és molt fàcil de resoldre només hem d'igualar l'expressió $\dfrac{x^2}{x-1}$ **a zero.**

Així doncs tenim:

$\dfrac{x^2}{x-1} = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ **Llavors el punt de tall amb l'eix X és (0,0)**

Resoldre l'equació h(x)=0 també és coneix com trobar el zeros de la funció h(x); és a dir, trobar els valors de x que fan que la funció s'anul·li (això no és més que trobar les abscisses dels punts de tall amb l'eix X)

Problemes resolts

Punt de tall amb l'eix Y (eix d'ordenades)

L'equació de l'eix Y o eix d'ordenades és: x=0. Per veure a quin punt la funció talla a l'eix Y hem de resoldre el sistema format per la recta x=0, eix Y, i la corba de la funció h(x); tal i com expressem a continuació:

$$\begin{cases} Eix\ y: \quad x=0 \\ Funció\ h(x): \quad y=\dfrac{x^2}{x-1} \end{cases}$$

Aquest sistema d'equacions és molt fàcil de resoldre només hem de substituir la x de l'expressió $\frac{x^2}{x-1}$ per zero; és a dir hem de calcular h(0)!! Així doncs tenim:

$$h(0)=\frac{0^2}{0-1}=\frac{0}{-1}=0$$ **Així el punt de tall amb l'eix Y és (0,0) .**

Fixeu-vos que el punt (0,0) , origen de coordenades, pot ser considerat com a punt de tall amb l'eix X i també com a punt de tall amb l'eix Y.

Asímptotes.

Asímptotes verticals.

Les hem de buscar a totes les x que no pertanyen al domini, en aquest cas només a x=1. Hem de calcular el següent límit: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2}{x-1}$, si aquest dóna ∞ (+∞ i/o -∞), llavors podem dir que la recta vertical x=1 és una asímptota vertical de la funció h(x); si no dóna infinit, llavors a x=1 no hi ha asímptota vertical.

Ja que $\lim_{x\to 1}\frac{x^2}{x-1}=\frac{1}{0}=\infty$, h(x) té una asímptota vertical a x=1. Podem dir que a x=1 la funció presenta una discontinuïtat no evitable de salt infinit: discontinuïtat asimptòtica.

Per saber exactament de quina forma la funció s'apropa a l'infinit quan x tendeix a 1 hem de fer l'estudi dels límits laterals. Aquest estudi ens ajudarà a dibuixar la funció.

$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2}{x-1}=\frac{+1}{0^+}=+\infty$ **El que podeu fer per veure el "signe del zero" és substituir la x per un valor que estigui molt proper a 1 "per la dreta";és a dir un valor de x més gran que 1, per exemple 1.05,**

Problemes resolts

i mirar només el signe que us dóna la operació 1.05-1, que com podeu observar és positiu.

Atenció: Per esbrinar el signe del infinit heu de fer servir la regla dels signes: $\frac{+}{+}=+$

$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x-1}=\frac{+1}{0^-}=-\infty$ El que podeu fer per veure el "signe del zero" és substituir la x per un valor que estigui molt proper a 1 "per l'esquerra";és a dir, un valor de x més petit que 1, per exemple 0.95, i mirar només el signe que us dóna la operació 0.95-1 (us donarà negatiu).

Atenció: Per esbrinar el signe del infinit heu de fer servir la regla dels signes: $\frac{+}{-}=-$

Asímptotes horitzontals.

Hem de calcular els límit quan $x\to+\infty$ i el límit quan $x\to-\infty$; si volem calcular els dos límits a la vegada hem d'escriure $x\to\pm\infty$ ó $x\to\infty$ Si el resultat d'aquests límits és un nombre finit , per exemple b, podem dir que la recta horitzontal y=b és una asímptota horitzontal de la funció h(x).

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{x-1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}x=\pm\infty$$

Això vol dir que:
$$\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty\\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty}x=-\infty\end{cases}$$

Com que el resultat del límit no és finit podem deduir que aquesta funció, h(x), no té asímptotes horitzontals.

Asímptotes obliqües

Una funció f (x) té una asímptota obliqua d'equació y = mx + n (essent m i n nombres reals) si es verifica:

$$\text{que el } \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}\ \text{existeix i és finit}\Rightarrow m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$$

Si el valor del límit anterior és ∞ la funció f(x) no té asímptotes obliqües.

Problemes resolts

Si el límit anterior existeix i és finit, $m \neq \infty$, llavors el valor de n ho calculem de la següent forma:

$$\text{n}=\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right)$$

Per últim comentar que si m=0 i $n \neq \infty$, no parlem d'asímptota obliqua sinó d' asímptota horitzontal (fixeu-vos que l'equació de la asímptota obliqua que és de la forma y=mx+n passa a ser de la forma y=n que és l'equació d'una asímptota horitzontal).

Comprovem si la nostra funció h(x) té asímptotes obliqües. Comencem calculant el valor de m:

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{(x-1)x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2-x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2}=\lim_{x\to\infty}\ 1=1$$

Hem trobat que m=1. Calculem ara el valor de n:

$$\text{n}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x-1}-1x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x^2+x}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x}=\lim_{x\to\infty}\ 1=1$$

Així doncs, podem deduir que la funció h(x) té una asímptota obliqua i aquesta té per equació y=x+1

Continuïtat de la funció

Totes les funcions presenten discontinuïtats per totes aquelles x que no pertanyen al domini (les funcions definides a trossos també poden presentar discontinuïtats als punts de separació entre els trossos).

Hem vist que a x= 1 la funció no està ben definida. Per veure el tipus de discontinuïtat que aquesta presenta a x=1 hauríem d'estudiar els límits laterals de la funció en x= 1. Tenim:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2}{x-1}=\frac{+1}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x-1}=\frac{+1}{0^-}=-\infty$$

Problemes resolts

És a dir : $$\lim_{x\to 1}\frac{x^2}{x\text{-}1}=\frac{1}{0}=\infty$$

A x=1 la funció presenta una discontinuïtat no evitable de salt infinit: discontinuïtat asimptòtica (això ja es va veure a l'apartat asímptotes verticals).

Intervals de creixement i de decreixement. Extrems relatius (Aquest apartat pertany a la 8a quinzena)

Calculem: h'(x)= $\dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ $\Rightarrow$ **h'(x) =0 quan x=0 o x=2. Llavors tenim que els possibles extrems relatius (màxim o mínim) els hem de buscar a x=0 i x=2.**

x	$]-\infty,0[$	0	$]0,1[$	1	$]1,2[$	2	$]2,+\infty[$
h'(x)	+	0	–	?	–	0	+
h(x)	Creix ↗	Màxim a $(0,0)$	Decreix ↘	Punt de discontinuïtat	Decreix ↘	Mínim a (2,4)	Creix ↗

h(0)=0, així doncs, tenim que al punt (0,0) la funció té un màxim relatiu.
h(2)=4, així doncs, tenim que al punt (2,4) la funció presenta un mínim relatiu.

Dibuix de la funció.

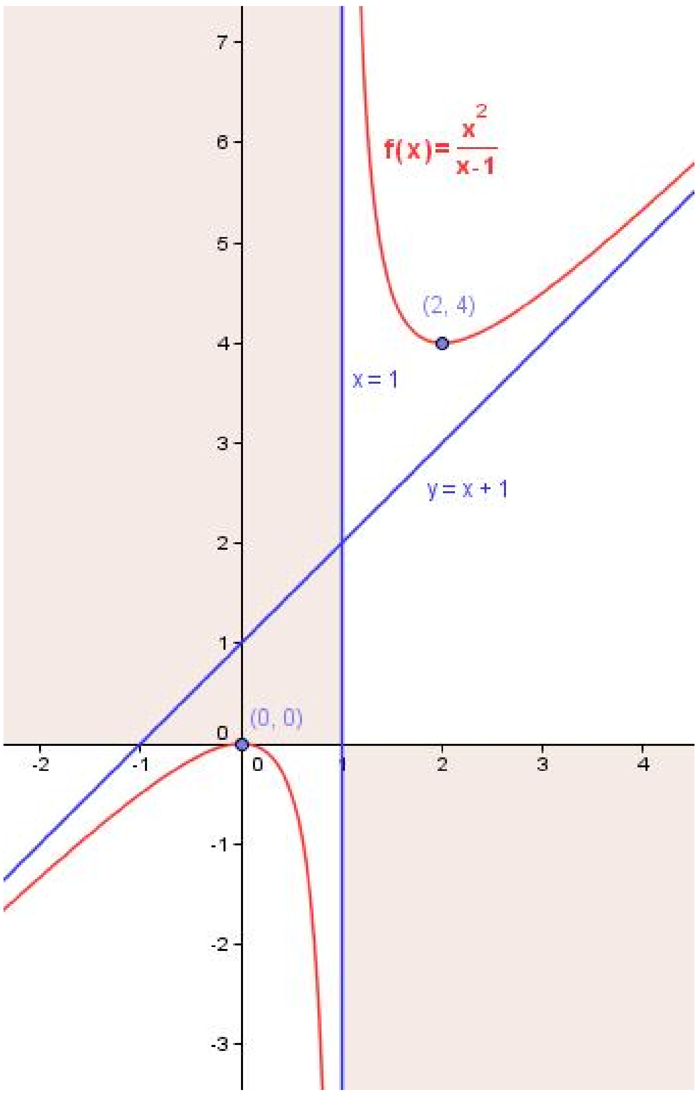
Amb els materials de la 7a quinzena no podeu trobar els màxims i/o mínims de la funció; però amb tot l'estudi previ que hem realitzat hauríeu de ser capaços de dibuixar un petit esbós de la corba de la funció h(x). Mitjançant l'estudi dels límits de la funció podeu saber que la corba de la funció té forma de "v" a l'interval (1, +∞) però encara no sabem localitzar on és troba el mínim d'aquesta "v". Idènticament a l'interval (-∞, 1), mitjançant l'estudi dels límits, sabem que la funció ha de tenir forma de "v" invertida però no podem localitzar el màxim d'aquesta.

Abans de dibuixar la funció hem de dibuixar totes les asímptotes d'aquesta; en el nostre cas hem de dibuixar les rectes x=1 i y = x+1 (línies blaves de la figura).

Problemes resolts

Un cop dibuixades aquestes rectes hem de representar tota la informació que hem trobat als apartats anterior: punts de tall amb els eixos, límits laterals a x=1, límits quan $x \to \pm\infty$ ....

Amb tot, tenim que el dibuix de la funció és:



Observeu com es compleixen els següents límits:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{x^2}{x-1} = \dfrac{+1}{0^+} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{x^2}{x-1} = \dfrac{+1}{0^-} = -\infty \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty \end{cases}$$

Fixeu-vos que les línies blaves són les asímptotes de la funció x=1 i y=x+1 i que la corba de la funció h(x) és de color vermell.

Problemes resolts

Mirant la corba de la funció h(x) és molt fàcil esbrinar quins són els seus intervals de creixement i decreixement.

Aquests intervals sempre es miren sobre l'eix de les X. Hem de "pujar-nos" a la funció i avançar d'esquerra a dreta (de la mateixa forma que llegim a occident), si la funció "fa baixada" diem que la funció és decreixent; cas contrari, diem que és creixent.

Recordeu que els intervals sempre es "miren" sobre l'eix de les X

En el nostre cas tenim:

Intervals de creixement: $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

Intervals de decreixement: $(0,1)\cup(1,2)$

La definició matemàtica de creixement i decreixement d'una funció la veurem la propera quinzena.

2. Donada la **funció** $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+x-2}$, **trobeu:**

a) El domini de la funció f(x).
b) Els punts d'intersecció de f(x) amb els eixos de coordenades.
c) Trobeu totes les asímptotes.
d) Els punts on és discontínua la funció f(x) i classifiqueu-ne totes les discontinuïtats.
e) Representeu-la gràficament.

a) Domini de la funció

La funció f(x) és una funció racional i com a tal sabem que el domini d'aquesta funció està format pel conjunt de nombres reals que no anul·len el denominador.

Busquem les arrels del polinomi del denominador:

$$x^2+x-2=0;\ x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}=\frac{-1\pm3}{2}=\begin{cases}x_1=-2\\x_2=1\end{cases}$$

Els valors trobats són els únics que no pertanyen al domini d'aquesta funció. Per tan, tindrem que el domini de la funció és:

$D(f)=\Re-\{-2,1\}$ **tots els nombres reals menys el -2 i el 1; això també és pot escriure d'aquesta altra forma:** $D(f)=(-\infty\ ,\ -2)\cup(-2,1)\cup(1\ ,\ +\infty)$

b) Punts de tall amb els eixos de coordenades

Problemes resolts

Punts de tall amb l'eix X (eix d'abscisses)

L'equació de l'eix X o eix d'abscisses és: y=0. Per veure a quins punts la funció f(x) talla a l'eix X hem de resoldre el sistema format per la recta y=0, eix X, i la corba de la funció f(x); tal i com expressem a continuació:

$$\begin{cases} Eix\ x: \quad y=0 \\ Funció\ f(x): \quad y=\dfrac{x\ +2}{x^2+x-2} \end{cases}$$

Aquest sistema és equivalent a trobar les solucions de l'equació f(x)=0 !!

Aquest sistema d'equacions és molt fàcil de resoldre només hem d'igualar l'expressió $\dfrac{x+2}{x^2+x-2}$ **a zero. Tenim:**

$\dfrac{x+2}{x^2+x-2}=0 \Rightarrow x+2=0 \Rightarrow x=-2$ **Però x=-2 no pertany al domini!!. Llavors podem dir que la funció no te punts de tall amb l'eix X.**

Resoldre l'equació f(x)=0 també és coneix com trobar el zeros de la funció f(x); és a dir, trobar els valors de x que fan que la funció s'anul·li (això no és més que trobar les abscisses dels punts de tall amb l'eix X).

Punt de tall amb l'eix Y (eix d'ordenades)

L'equació de l'eix Y o eix d'ordenades és: x=0. Per veure a quin punt la funció talla a l'eix Y hem de resoldre el sistema format per la recta x=0, eix Y, i la corba de la funció f(x); tal i com expressem a continuació:

$$\begin{cases} Eix\ y: \quad x=0 \\ Funció\ f(x): \quad y=\dfrac{x+2}{x^2+x-2} \end{cases}$$

Aquest sistema d'equacions és molt fàcil de resoldre només hem de substituir la x de l'expressió $\dfrac{x+2}{x^2+x-2}$ **per zero; és a dir hem de calcular f(0)!!**

Problemes resolts

$$f(0)=\frac{0+2}{0^2+0-2}=\frac{2}{-2}=-1$$ **el punt de tall amb l'eix Y és (0,-1) .**

c) Asímptotes.

Asímptotes verticals.

Les hem de buscar a totes les x que no pertanyen al domini, en aquest cas a x=-2 i x=1

- **A** $x=-2$

Inicialment, $\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\frac{0}{0}$. **Indeterminació del tipus** $\frac{0}{0}$ **que resolem amb la simplificació de la funció mitjançant la factorització del numerador i denominador –regla de Ruffini-:**

$$\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{(x+2)(x-1)}=\lim_{x\to -2}\frac{1}{x-1}=\frac{1}{-2-1}=-\frac{1}{3}$$

El límit existeix i és finit. Per tant, a $x=-2$**, no hi ha asímptota vertical.**

- **A** $x=1$

Inicialment, $\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\frac{3}{0}=\infty$. **Això implica que, pel punt d'abscissa** $x=1$**, passa la recta** $x=1$**, asímptota vertical, i que s'ha d'estudiar el comportament de la funció a la dreta i a l'esquerra d'aquesta asímptota, amb els límits laterals corresponents.**

Per calcular els límits laterals, en aquest cas, és més senzill treballar amb la funció simplificada obtinguda en el límit anterior:

$$\frac{x+2}{(x+2)(x-1)}=\frac{1}{x-1}$$

i que val per a tot $x\neq -2$ **.**

Per la dreta:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1}=+\infty$$ **, ja que quan** $x\to 1^+ \Rightarrow x>1 \Rightarrow x-1>0$

Per l'esquerra:

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}=-\infty$$ **, ja que quan** $x\to 1^- \Rightarrow x<1 \Rightarrow x-1<0$

Asímptotes horitzontals.

Hem de calcular el límit quan $x\to +\infty$ **i el límit quan** $x\to -\infty$ **; si volem calcular els dos límits a la vegada hem d'escriure** $x\to \pm\infty$ **ó** $x\to \infty$ **Si el resultat d'aquests límits és un nombre finit , per**

Problemes resolts

exemple b, podem dir que la recta horitzontal y=b és una asímptota horitzontal de la funció f(x).

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{x^2}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x}=\frac{1}{\pm\infty}=0^{\pm}$$

Això vol dir que:
$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{x^2+x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{+\infty}=0^{+}\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+2}{x^2+x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{-\infty}=0^{-}\end{cases}$$

Deduïm dels anteriors límits que la recta $y=0$, l'eix d'abscisses, és una asímptota horitzontal de la funció.

Que vol dir $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^{+}$? Voldrà dir que quan x tendeix a + infinit el valor de la funció serà positiu i molt proper a zero (s'apropara à la recta y=0, eix X, per sobre)!!

I $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^{-}$? Que quan x tendeix a – infinit el valor de la funció serà negatiu i molt proper a zero (s'apropara à la recta y=0, eix X, per sota)!!

Asímptotes obliqües.

Una funció f (x) té una asímptota obliqua d'equació y = mx + n (essent m i n nombres reals) si es verifica:

$$que\ el\ \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}\ \ existeix\ i\ és\ \ finit \Rightarrow m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$$

Si el valor del límit anterior és ∞ la funció f(x) no té asímptotes obliqües.

Si el límit anterior existeix i és finit, $m\neq\infty$, llavors el valor de n ho calculem de la següent forma:

$$\text{n}=\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right)$$

Per últim comentar que si m=0 i $n\neq\infty$, no parlem d'asímptota obliqua sinó d' asímptota horitzontal (fixeu-vos que l'equació de la asímptota obliqua que és de la forma y=mx+n passa a ser de la forma y=n que és l'equació d'una asímptota horitzontal).

Comprovem si la nostra funció f(x) té asímptotes obliqües. Comencem calculant el valor de m:

Problemes resolts

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{x+2}{(x^2+x-2)x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x+2}{x^3+x^2-2x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x^3}=\lim_{x\to\infty}\ \frac{1}{x^2}=\frac{1}{\infty^2}=0$$

Com trobem que m=0 podem dir que la funció no té asímptotes obliqües. Comprovem-ho :

$$n=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x^2+x-2}-0\cdot x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=\frac{1}{\infty}=0$$

Trobem la recta y=0, que ja hem vist que és una asímptota horitzontal de la funció!!

d) Continuïtat de la funció.

Totes les funcions presenten discontinuïtats per totes aquelles x que no pertanyen al domini (les funcions definides a trossos també poden presentar discontinuïtats als punts de separació entre els trossos).

Per saber el tipus de discontinuïtat hem de trobar els límits laterals de la funció a les x que no pertanyen al domini.

Hem vist que a x= 1 la funció no està ben definida. Per veure el tipus de discontinuïtat que aquesta presenta a x=1 hauríem d'estudiar els límits laterals de la funció en x= 1. Tenim:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2}{x-1}=\frac{+1}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x-1}=\frac{+1}{0^-}=-\infty$$

És a dir :

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2}{x-1}=\frac{1}{0}=\infty$$

A x=1 la funció presenta una discontinuïtat no evitable de salt infinit: discontinuïtat asimptòtica (això ja es va veure a l'apartat asímptotes verticals).

Anem a estudiar la discontinuïtat que presenta la funció f(x) a x=-2.

Podem veure que

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-\dfrac{1}{3}\\ f(-2)\qquad no\ \ existeix\end{cases}$$

Problemes resolts

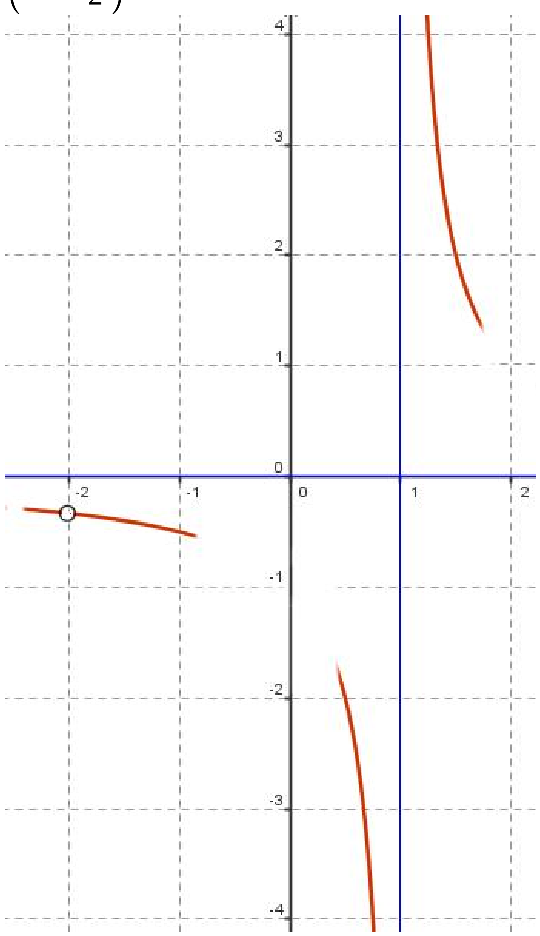
Com que el límit existeix i es finit i aquest no coincideix amb el valor de f(-2), en aquest cas perquè x=-2 no té imatge, trobem que a x=-2 hi ha una discontinuïtat evitable.

e) Representació gràfica.

El primer que hem de fer per representar gràficament la funció és dibuixar totes les asímptotes d'aquesta; en el nostre cas tenim una asímptota vertical a x=1 i una asímptota horitzontal a y=0 (eix de les X).

Utilitzant aquestes rectes i els límits corresponents podem fer un esbós del comportament de la funció a prop de les rectes x=1 i y=0.

També ens ajudarà a dibuixar la funció tots els punts de tall amb els eixos, en el nostre cas el punt (0,-1), així com una taula de valors d'alguns punts "estratègicament posats" com, per exemple, $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$, $(2,1)$, **etc**



Primer dibuixem les asímptotes (línies blaves) x=1 i y=0.

Comproveu que es compleixen els següents límits:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2}{x\text{-}1}=\frac{+1}{0^+}=+\infty$$

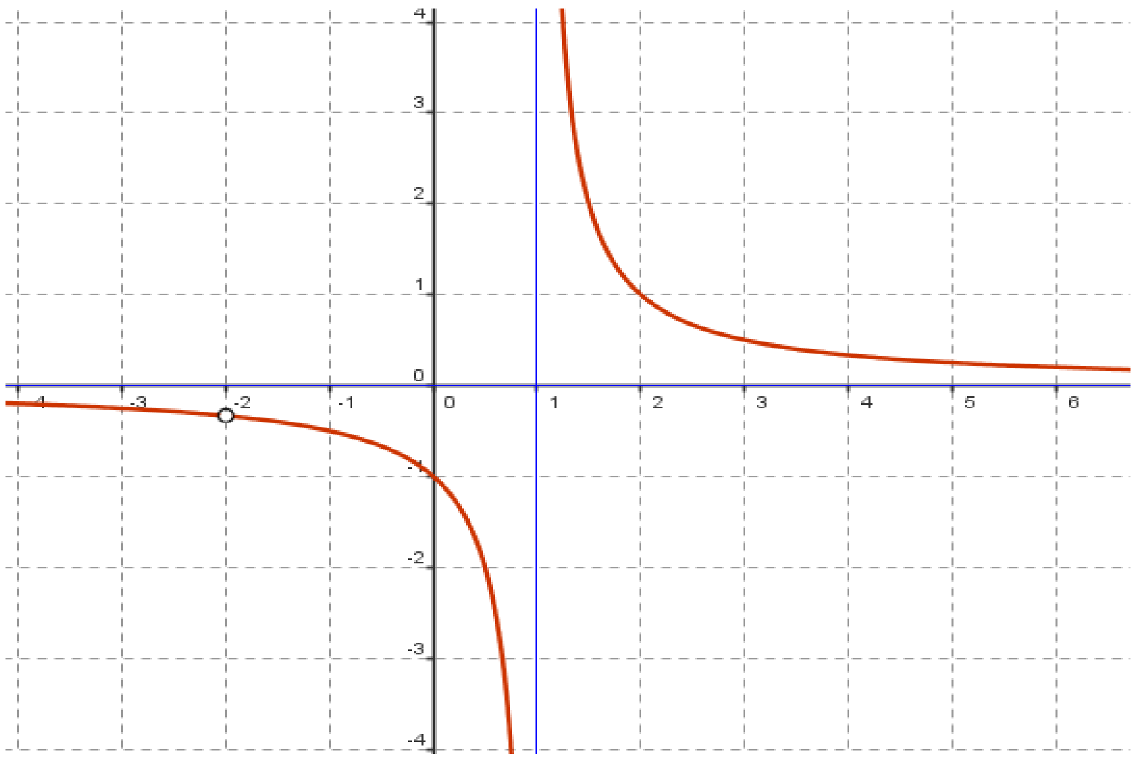
$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x\text{-}1}=\frac{+1}{0^-}=-\infty$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-\frac{1}{3}\\ \qquad f(-2) \quad no\ \ existeix\end{cases}$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x+2}{x^2+x-2}=\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{1}{x}=\frac{1}{+\infty}=0^+\\ \lim\limits_{x\to -\infty}\frac{x+2}{x^2+x\text{-}2}=\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{1}{x}=\frac{1}{-\infty}=0^-\end{cases}$$

Així, la representació gràfica és:

Problemes resolts



Mirant la corba de la funció f(x) és molt fàcil esbrinar quins són els seus intervals de creixement i decreixement.

Aquests intervals sempre es miren sobre l'eix de les X. Hem de "pujar-nos" a la funció i avançar d'esquerra a dreta (de la mateixa forma que llegim a occident), si la funció "fa baixada" diem que la funció és decreixent; cas contrari, diem que és creixent.

Recordeu que els intervals sempre es "miren" sobre l'eix de les X

En el nostre cas tenim:

Intervals de decreixement: $(-\infty\ ,\ -2)\cup(-2{,}1)\cup(1\ ,\ +\infty)$**; és a dir, la funció és decreixent en tot el seu domini.**

Intervals de creixement: no hi ha.

La definició matemàtica de creixement i decreixement d'una funció la veurem la propera quinzena.

Problemes resolts