

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Ejercicio nº 1.-

En una progresión aritmética sabemos que $a_2 = 1$ y $a_5 = 7$. Halla el término general y calcula la suma de los 15 primeros términos.

Ejercicio nº 2.-

En una progresión aritmética, el sexto término vale 10,5; y la diferencia es 1,5. Calcula el primer término y la suma de los 9 primeros términos.

Ejercicio nº 3.-

El quinto término de una progresión aritmética vale -7 , y la diferencia es -3 . Calcula el primer término y la suma de los 12 primeros términos.

Ejercicio nº 4.-

Calcula la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_3 = 1$ y $a_7 = -7$.

Ejercicio nº 5.-

Halla la suma de los 16 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_4 = 7$ y $a_7 = 16$.

PROBLEMAS DE SUCESIONES ARITMÉTICAS

Problema nº 1.-

Un estudiante de 3º de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

- ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?
- ¿Cuántos ejercicios hará en total?

Problema nº 2.-

En un edificio, el primer piso se encuentra a 7,40 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos, es de 3,80 metros.

- ¿A qué altura está el 9º piso?
- Obtén una fórmula que nos indique la altura a la que se encuentra el piso n .

Problema nº 3.-

En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde:

- ¿En qué año se realizará la décima revisión?
- ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?

Problema nº 4.-

Los ángulos de un triángulo están en progresión aritmética. Sabiendo que el mayor de ellos mide 105° , ¿cuánto miden los otros dos?

Problema nº 5.-

El alquiler de una bicicleta cuesta 5 € la primera hora y 2 € más cada nueva hora.

- a) ¿Cuál es el precio total de alquiler de 7 horas?
b) Halla una fórmula que nos dé el precio total de alquiler de n horas.

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Ejercicio nº 6.-

En una progresión geométrica, $a_1 = 3$ y $a_4 = 24$. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.

Ejercicio nº 7.-

Halla la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica de razón positiva en la que $a_2 = 10$ y $a_4 = 250$.

Ejercicio nº 8.-

El tercer término de una progresión geométrica vale 80, y la razón es 4. Calcula la suma de los cinco primeros términos.

Ejercicio nº 9.-

En una progresión geométrica sabemos que $a_1 = 2$ y $a_4 = 54$. Halla la razón y la suma de los seis primeros términos.

Ejercicio nº 10.-

La razón de una progresión geométrica es 3, y el tercer término vale 45. Halla la suma de los ocho primeros términos.

Ejercicio nº 11.-

En una progresión geométrica $a_2 = 6$ y $r = 0,5$; calcula la suma de todos sus términos.

Ejercicio nº 12.-

Halla la suma de todos los términos de la sucesión:

15; 3; 0,6; 0,12; 0,024; ...

Ejercicio nº 13.-

En una progresión geométrica de razón positiva, $a_1 = 4$ y $a_3 = \frac{1}{4}$. Halla la suma de sus infinitos términos.

Ejercicio nº 14.-

La razón de una progresión geométrica es $\frac{3}{4}$, y el segundo término vale 2. Halla la suma de los infinitos términos de la sucesión.

Ejercicio nº 15.-

Calcula la suma de todos los términos de la sucesión:

20; 2; 0,2; 0,02; 0,002; ...

PROBLEMAS DE PROGRESIONES GEOMETRICAS

Problema nº 6.-

La población de un cierto país aumenta por término medio un 1% anual. Sabiendo que en la actualidad tiene 3 millones de habitantes:

- a) ¿Cuántos tendrá dentro de 10 años?
- b) ¿Y dentro de 20 años?

Problema nº 7.-

Una máquina costó inicialmente 10 480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.

- a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?
- b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?

Problema nº 8.-

La maquinaria de una fábrica pierde cada año el 20% de su valor. En el momento de su compra valía 40 000 €.

- a) ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después?
- b) ¿En cuánto se valorará 10 años después de haberla adquirido?

Problema nº 9.-

- a) ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 3 años colocando 3 000 € al 6% de interés anual compuesto?
- b) ¿Y al cabo de 5 años?

Problema nº 10.-

- a) ¿En cuánto se convertirán 2 000 € colocados al 5% de interés anual compuesto durante 4 años?
- b) ¿Y durante 6 años?

TERMINO GENERAL DE UNA SUCESIÓN

Ejercicio nº 16.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $a_n = 2n^2 - 1$

a.2)
$$\begin{cases} b_1 = 2, & b_2 = 3 \\ b_n = b_{n-2} + b_{n-1} \end{cases}$$

b) Calcula el término general de las sucesiones:

b.1) $-1, 2, 5, 8, 11, \dots$

b.2) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

b.3) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$

Ejercicio nº 17.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1)
$$\begin{cases} a_1 = 7, & a_2 = 5 \\ a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \end{cases}$$

a.2) $b_n = 3^{n-1}$

b) Halla el término general de cada una de estas sucesiones:

b.1) $-4, -6, -8, -10, \dots$

b.2) $24, 12, 6, 3, \dots$

b.3) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

Ejercicio nº 18.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1)
$$\begin{cases} a_1 = 2, & a_2 = 3 \\ a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2} \end{cases}$$

a.2) $b_n = 2^{n+1}$

b) Halla el término general de cada una de estas sucesiones:

b.1) $3, 1, -1, -3, -5, \dots$

b.2) $2, -6, 18, -54, \dots$

b.3) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

Ejercicio nº 19.-

a) Calcula los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $a_n = 1 - n^2$

a.2)
$$\begin{cases} b_1 = 10 \\ b_n = b_{n-1} + n \end{cases}$$

b) Halla el término general de las sucesiones:

b.1) 2; 2,1; 2,2; 2,3; ...

b.2) -3, 6, -12, 24, ...

b.3) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

Ejercicio nº 20.-

a) Obtén los cinco primeros términos de cada una de estas sucesiones:

a.1)
$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 3a_{n-1} - 8 \end{cases}$$

a.2) $b_n = \frac{n-3}{2n+1}$

b) Escribe el término general de las sucesiones:

b.1) 5; 5,5; 6; 6,5; 7; ...

b.2) -1, -4, -16, -64, ...

b.3) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

SOLUCIONES EJERCICIOS PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Ejercicio nº 1.-

En una progresión aritmética sabemos que $a_2 = 1$ y $a_5 = 7$. Halla el término general y calcula la suma de los 15 primeros términos.

Solución:

$$a_5 = a_2 + 3d \rightarrow 7 = 1 + 3d \rightarrow 6 = 3d \rightarrow d = 2$$

$$a_1 = a_2 - d = 1 - 2 = -1$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = -1 + (n - 1) \cdot 2 = -1 + 2n - 2 = 2n - 3 \rightarrow a_n = 2n - 3$$

$$a_{15} = 2 \cdot 15 - 3 = 30 - 3 = 27$$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(-1 + 27) \cdot 15}{2} = 195$$

Ejercicio nº 2.-

En una progresión aritmética, el sexto término vale 10,5; y la diferencia es 1,5. Calcula el primer término y la suma de los 9 primeros términos.

Solución:

$$a_1 = a_6 - 5d = 10,5 - 5 \cdot 1,5 = 10,5 - 7,5 = 3 \rightarrow a_1 = 3$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3 + 12 = 15$$

$$S_9 = \frac{(a_1 + a_9) \cdot 9}{2} = \frac{(3 + 15) \cdot 9}{2} = 81$$

Ejercicio nº 3.-

El quinto término de una progresión aritmética vale -7, y la diferencia es -3. Calcula el primer término y la suma de los 12 primeros términos.

Solución:

$$a_5 = a_1 + 4d \rightarrow -7 = a_1 + 4 \cdot (-3) \rightarrow -7 = a_1 - 12 \rightarrow a_1 = 12 - 7 = 5 \rightarrow a_1 = 5$$

$$a_{12} = a_1 + 11d = 5 + 11 \cdot (-3) = 5 - 33 = -28$$

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = \frac{(5 - 28) \cdot 12}{2} = -138$$

Ejercicio nº 4.-

Calcula la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_3 = 1$ y $a_7 = -7$.

Solución:

$$a_7 = a_3 + 4d \rightarrow -7 = 1 + 4d \rightarrow -8 = 4d \rightarrow d = -2$$

$$a_1 = a_3 - 2d = 1 + 4 = 5$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5 - 28 = -23$$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(5 - 23) \cdot 15}{2} = -135$$

Ejercicio nº 5.-

Halla la suma de los 16 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_4 = 7$ y $a_7 = 16$.

Solución:

$$a_7 = a_4 + 3d \rightarrow 16 = 7 + 3d \rightarrow 9 = 3d \rightarrow d = 3$$

$$a_1 = a_4 - 3d = 7 - 9 = -2$$

$$a_{16} = a_1 + 15d = -2 + 45 = 43$$

$$S_{16} = \frac{(a_1 + a_{16}) \cdot 16}{2} = \frac{(-2 + 43) \cdot 16}{2} = 328$$

SOLUCIONES PROBLEMAS DE SUCESIONES ARITMÉTICAS

Problema nº 1.-

Un estudiante de 3º de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

- a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?
- b) ¿Cuántos ejercicios hará en total?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética con $a_1 = 1$ y $d = 2$.

a) $a_{15} = a_1 + 14d = 1 + 28 = 29$ ejercicios

b) $S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(1 + 29) \cdot 15}{2} = 225$ ejercicios

Problema nº 2.-

En un edificio, el primer piso se encuentra a 7,40 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos, es de 3,80 metros.

- a) ¿A qué altura está el 9º piso?
- b) Obtén una fórmula que nos indique la altura a la que se encuentra el piso n .

Solución:

Es una progresión aritmética con $a_1 = 7,40$ y $d = 3,80$.

a) $a_9 = a_1 + 8d = 7,40 + 30,40 = 37,80$ metros.

$$\begin{aligned} \text{b) } a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d = 7,40 + (n-1) \cdot 3,80 = 7,40 + 3,80n - 3,80 = \\ &= 3,80n + 3,60 \rightarrow a_n = 3,80n + 3,60 \end{aligned}$$

Problema nº 3.-

En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde:

- a) ¿En qué año se realizará la décima revisión?
 b) ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética con $a_1 = 1999$ y $d = 3$.

$$\text{a) } a_{10} = a_1 + 9d = 1999 + 27 = 2026$$

En el año 2026.

$$\text{b) } a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$2035 = 1999 + (n-1) \cdot 3$$

$$36 = (n-1) \cdot 3$$

$$12 = n-1 \rightarrow n = 13 \rightarrow \text{La número 13.}$$

Problema nº 4.-

Los ángulos de un triángulo están en progresión aritmética. Sabiendo que el mayor de ellos mide 105° , ¿cuánto miden los otros dos?

Solución:

Los ángulos son a_1 , a_2 y a_3 . Sabemos que:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_3 - 2d = 105^\circ - 2d \\ a_2 &= a_3 - d = 105^\circ - d \\ a_3 &= 105^\circ \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{La suma de los tres es } 180^\circ : \\ 105^\circ - 2d + 105^\circ - d + 105^\circ = 180^\circ \rightarrow -3d = -135 \rightarrow d = 45^\circ \end{array}$$

Por tanto:

$$a_1 = 105^\circ - 2d = 105^\circ - 90^\circ = 15^\circ$$

$$a_2 = 105^\circ - d = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$$

$$a_3 = 105^\circ$$

Los ángulos miden 15° , 60° y 105° , respectivamente.

Problema nº 5.-

El alquiler de una bicicleta cuesta 5 € la primera hora y 2 € más cada nueva hora.

- a) ¿Cuál es el precio total de alquiler de 7 horas?
 b) Halla una fórmula que nos dé el precio total de alquiler de n horas.

Solución:

Es una progresión aritmética con $a_1 = 5 \text{ €}$ y $d = 2 \text{ €}$.

a) $a_7 = a_1 + 6d = 5 + 12 = 17$
Cuesta 17 € por 7 horas.

b) $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 5 + (n - 1) \cdot 2 = 5 + 2n - 2 = 2n + 3 \rightarrow a_n = 2n + 3$

SOLUCIONES EJERCICIOS DE PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Ejercicio nº 6.-

En una progresión geométrica, $a_1 = 3$ y $a_4 = 24$. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.

Solución:

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 24 = 3 \cdot r^3 \rightarrow 8 = r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow r = 2$$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 3 \cdot 2^7 = 3 \cdot 128 = 384$$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{384 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = 765$$

Ejercicio nº 7.-

Halla la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica de razón positiva en la que $a_2 = 10$ y $a_4 = 250$.

Solución:

$$a_4 = a_2 \cdot r^2 \rightarrow 250 = 10 \cdot r^2 \rightarrow 25 = r^2 \rightarrow r = \sqrt{25} = 5 \rightarrow r = 5 \text{ (la razón es positiva)} \quad a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{10}{5} = 2$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 2 \cdot 5^5 = 2 \cdot 3125 = 6250$$

$$S_6 = \frac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{6250 \cdot 5 - 2}{5 - 1} = \frac{31248}{4} = 7812$$

Ejercicio nº 8.-

El tercer término de una progresión geométrica vale 80, y la razón es 4. Calcula la suma de los cinco primeros términos.

Solución:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow 80 = a_1 \cdot 16 \rightarrow a_1 = 5$$

$$a_5 = a_1 \cdot r^4 = 5 \cdot 4^4 = 5 \cdot 256 = 1280$$

$$S_5 = \frac{a_5 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{1280 \cdot 4 - 5}{4 - 1} = \frac{5115}{3} = 1705$$

Ejercicio nº 9.-

En una progresión geométrica sabemos que $a_1 = 2$ y $a_4 = 54$. Halla la razón y la suma de los seis primeros términos.

Solución:

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 54 = 2 \cdot r^3 \rightarrow r^3 = 27 \rightarrow r = \sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow r = 3$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 2 \cdot 3^5 = 2 \cdot 243 = 486$$

$$S_6 = \frac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{486 \cdot 3 - 2}{3 - 1} = \frac{1456}{2} = 728$$

Ejercicio nº 10.-

La razón de una progresión geométrica es 3, y el tercer término vale 45. Halla la suma de los ocho primeros términos.

Solución:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow 45 = a_1 \cdot 9 \rightarrow a_1 = 5$$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 5 \cdot 3^7 = 5 \cdot 2187 = 10935$$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{10935 \cdot 3 - 5}{3 - 1} = \frac{32800}{2} = 16400$$

Ejercicio nº 11.-

En una progresión geométrica $a_2 = 6$ y $r = 0,5$; calcula la suma de todos sus términos.

Solución:

$$a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 6 = a_1 \cdot 0,5 \rightarrow a_1 = \frac{6}{0,5} = 12$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{12}{1 - 0,5} = \frac{12}{0,5} = 24$$

Ejercicio nº 12.-

Halla la suma de todos los términos de la sucesión:

15; 3; 0,6; 0,12; 0,024; ...

Solución:

Es una progresión geométrica con $a_1 = 15$ y razón:

$$r = \frac{3}{15} = 0,2$$

Por tanto:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{15}{1 - 0,2} = \frac{15}{0,8} = 18,75$$

Ejercicio nº 13.-

En una progresión geométrica de razón positiva, $a_1 = 4$ y $a_3 = \frac{1}{4}$. Halla la suma de sus infinitos términos.

Solución:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow \frac{1}{4} = 4 \cdot r^2 \rightarrow \frac{1}{16} = r^2 \rightarrow r = \frac{1}{4}$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} = \frac{4}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{\frac{3}{4}} = \frac{16}{3}$$

Ejercicio nº 14.-

La razón de una progresión geométrica es $\frac{3}{4}$, y el segundo término vale 2. Halla la suma de los infinitos términos de la sucesión.

Solución:

$$a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 2 = a_1 \cdot \frac{3}{4} \rightarrow 8 = a_1 \cdot 3 \rightarrow a_1 = \frac{8}{3}$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{8}{3}}{1-\frac{3}{4}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{32}{3}$$

Ejercicio nº 15.-

Calcula la suma de todos los términos de la sucesión:

20; 2; 0,2; 0,02; 0,002; ...

Solución:

Es una progresión geométrica con $a_1 = 20$ y razón:

$$r = \frac{2}{20} = 0,1$$

Por tanto:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} = \frac{20}{1-0,1} = \frac{20}{0,9} = 22,2\bar{2}$$

SOLUCIONES PROBLEMAS DE PROGRESIONES GEOMETRICAS

Problema nº 6.-

La población de un cierto país aumenta por término medio un 1% anual. Sabiendo que en la actualidad tiene 3 millones de habitantes:

- ¿Cuántos tendrá dentro de 10 años?
- ¿Y dentro de 20 años?

Solución:

- a) $3\,000\,000 \cdot 1,01^{10} = 3\,313\,866,376 \approx 3\,313\,866$ habitantes
b) $3\,000\,000 \cdot 1,01^{20} = 3\,660\,570,12 \approx 3\,660\,570$ habitantes

Problema nº 7.-

Una máquina costó inicialmente 10 480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.

- a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?
b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?

Solución:

Es una progresión geométrica con $a_1 = 10\,480$ y $r = \frac{1}{2}$.

a) $a_5 = a_1 \cdot r^4 = 10\,480 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 10\,480 \cdot \frac{1}{16} = \frac{10\,480}{16} = 655$ euros

b) $a_7 = a_1 \cdot r^6 = 10\,480 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 10\,480 \cdot \frac{1}{64} = \frac{10\,480}{64} = 163,75$ euros

$$S_7 = \frac{a_7 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{163,75 \cdot \frac{1}{2} - 10\,480}{\frac{1}{2} - 1} = 20\,796,25 \text{ €}$$

Problema nº 8.-

La maquinaria de una fábrica pierde cada año el 20% de su valor. En el momento de su compra valía 40 000 €.

- a) ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después?
b) ¿En cuánto se valorará 10 años después de haberla adquirido?

Solución:

- a) Un año después:

Si pierde el 20% de su valor, valdrá: $100\% - 20\% = 80\%$.

$$80\% \text{ de } 40\,000 = 0,8 \cdot 40\,000 = 32\,000 \text{ €}$$

Dos años después:

$$0,8 \cdot 32\,000 = 25\,600 \text{ €}$$

Observamos que es una progresión geométrica con $a_1 = 40\,000$ y $r = 0,8$.

- b) $40\,000 \cdot 0,8^{10} = 4\,294,97 \text{ €}$

Diez años después supone el término 11 de la sucesión.

Problema nº 9.-

- a) ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 3 años colocando 3000 € al 6% de interés anual compuesto?
b) ¿Y al cabo de 5 años?

Solución:

- a) $3000 \cdot 1,06^3 = 3573,048 \approx 3573,05 \text{ €}$
b) $3000 \cdot 1,06^5 = 4014,6767 \approx 4014,68 \text{ €}$

Problema nº 10.-

- a) ¿En cuánto se convertirán 2000 € colocados al 5% de interés anual compuesto durante 4 años?
b) ¿Y durante 6 años?

Solución:

- a) $2000 \cdot 1,05^4 = 2431,01 \text{ €}$
b) $2000 \cdot 1,05^6 = 2680,19 \text{ €}$

SOLUCIONES EJERCICIOS TERMINO GENERAL DE UNA SUCESIÓN

Ejercicio nº 16.-

- a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $a_n = 2n^2 - 1$

a.2) $\begin{cases} b_1 = 2, & b_2 = 3 \\ b_n = b_{n-2} + b_{n-1} \end{cases}$

- b) Calcula el término general de las sucesiones:

b.1) $-1, 2, 5, 8, 11, \dots$

b.2) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

b.3) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$

Solución:

- a)
a.1) $a_1 = 1, a_2 = 7, a_3 = 17, a_4 = 31, a_5 = 49$
a.2) $b_1 = 2, b_2 = 3, b_3 = 5, b_4 = 8, b_5 = 13$
- b)
b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = -1$ y $d = 3$. Por tanto:
 $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = -1 + (n - 1) \cdot 3 = -1 + 3n - 3 = 3n - 4 \rightarrow a_n = 3n - 4$
b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = 3$ y $r = \frac{1}{2}$. Por tanto:

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

b.3) $a_n = n^2$

Ejercicio nº 17.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $\begin{cases} a_1 = 7, & a_2 = 5 \\ a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \end{cases}$

a.2) $b_n = 3^{n-1}$

b) Halla el término general de cada una de estas sucesiones:

b.1) $-4, -6, -8, -10, \dots$

b.2) $24, 12, 6, 3, \dots$

b.3) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 7, a_2 = 5, a_3 = -2, a_4 = -7, a_5 = -5$

a.2) $b_1 = 1, b_2 = 3, b_3 = 9, b_4 = 27, b_5 = 81$

b)

b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = -4$ y $d = -2$. Por tanto:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = -4 + (n-1) \cdot (-2) = -4 - 2n + 2 = -2n - 2 \rightarrow a_n = -2n - 2$$

b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = 24$ y $r = \frac{1}{2}$. Por tanto:

$$a_n = 24 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

b.3) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$

Ejercicio nº 18.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $\begin{cases} a_1 = 2, & a_2 = 3 \\ a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2} \end{cases}$

a.2) $b_n = 2^{n+1}$

b) Halla el término general de cada una de estas sucesiones:

b.1) $3, 1, -1, -3, -5, \dots$

b.2) $2, -6, 18, -54, \dots$

b.3) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

Solución:

- a)
- a.1) $a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = 6, a_4 = 18, a_5 = 108$
- a.2) $b_1 = 4, b_2 = 8, b_3 = 16, b_4 = 32, b_5 = 64$
- b)
- b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = 3$ y $d = -2$. Por tanto:
 $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 3 + (n - 1) \cdot (-2) = 3 - 2n + 2 = 5 - 2n \rightarrow a_n = 5 - 2n$
- b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = 2$ y $r = -3$. Por tanto:
 $a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$
- b.3) $a_n = \frac{1}{n^2}$

Ejercicio nº 19.-

a) **Calcula los cinco primeros términos de las sucesiones:**

- a.1) $a_n = 1 - n^2$
- a.2) $\begin{cases} b_1 = 10 \\ b_n = b_{n-1} + n \end{cases}$

b) **Halla el término general de las sucesiones:**

- b.1) 2; 2,1; 2,2; 2,3; ...
- b.2) -3, 6, -12, 24, ...
- b.3) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

Solución:

- a)
- a.1) $a_1 = 0, a_2 = -3, a_3 = -8, a_4 = -15, a_5 = -24$
- a.2) $b_1 = 10, b_2 = 12, b_3 = 15, b_4 = 19, b_5 = 24$
- b)
- b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = 2$ y $d = 0,1$. Por tanto:
 $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 2 + (n - 1) \cdot 0,1 = 2 + 0,1n - 0,1 = 0,1n + 1,9 \rightarrow a_n = 0,1n + 1,9$
- b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = -3$ y $r = -2$. Por tanto:
 $a_n = (-3) \cdot (-2)^{n-1}$
- b.3) $a_n = \frac{n}{n+1}$

Ejercicio nº 20.-

a) Obtén los cinco primeros términos de cada una de estas sucesiones:

$$\text{a.1) } \begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 3a_{n-1} - 8 \end{cases}$$

$$\text{a.2) } b_n = \frac{n-3}{2n+1}$$

b) Escribe el término general de las sucesiones:

$$\text{b.1) } 5; 5,5; 6; 6,5; 7; \dots$$

$$\text{b.2) } -1, -4, -16, -64, \dots$$

$$\text{b.3) } 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

Solución:

a)

$$\text{a.1) } a_1 = 5, a_2 = 7, a_3 = 13, a_4 = 31, a_5 = 85$$

$$\text{a.2) } b_1 = -\frac{2}{3}, b_2 = -\frac{1}{5}, b_3 = 0, b_4 = \frac{1}{9}, b_5 = \frac{2}{11}$$

b)

b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = 5$ y $d = 0,5$. Por tanto:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = 5 + (n-1) \cdot 0,5 = 5 + 0,5n - 0,5 = 0,5n + 4,5 \rightarrow a_n = 0,5n + 4,5$$

b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = -1$ y $r = 4$. Por tanto:

$$a_n = (-1) \cdot 4^{n-1}$$

$$\text{b.3) } a_n = \frac{1}{n}$$