CAL RECORDAR

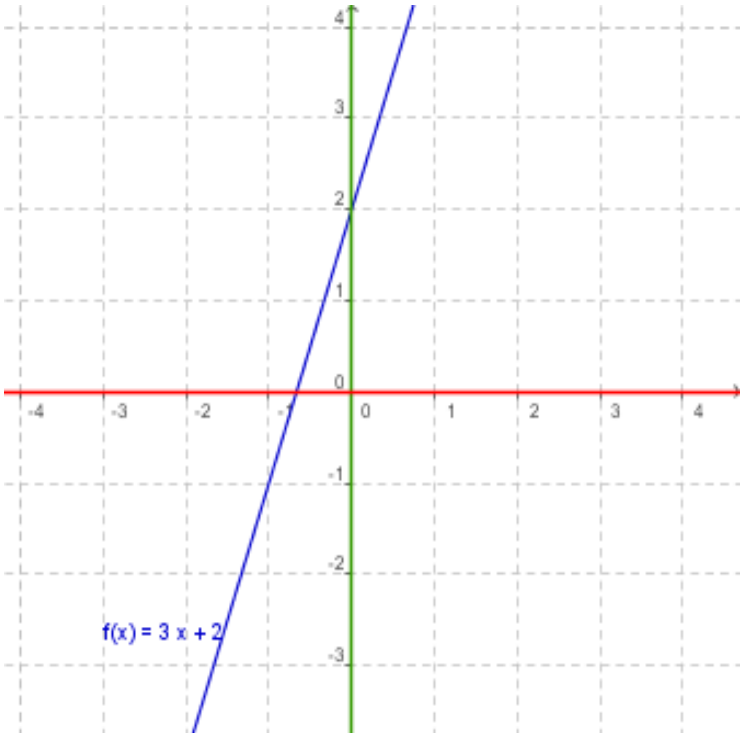
✓ La relació de dependència entre dues variables s'anomena **funció** (real de variable real) si, per a cada *valor real de la variable independent*, existeix un únic *valor real de la variable dependent*.

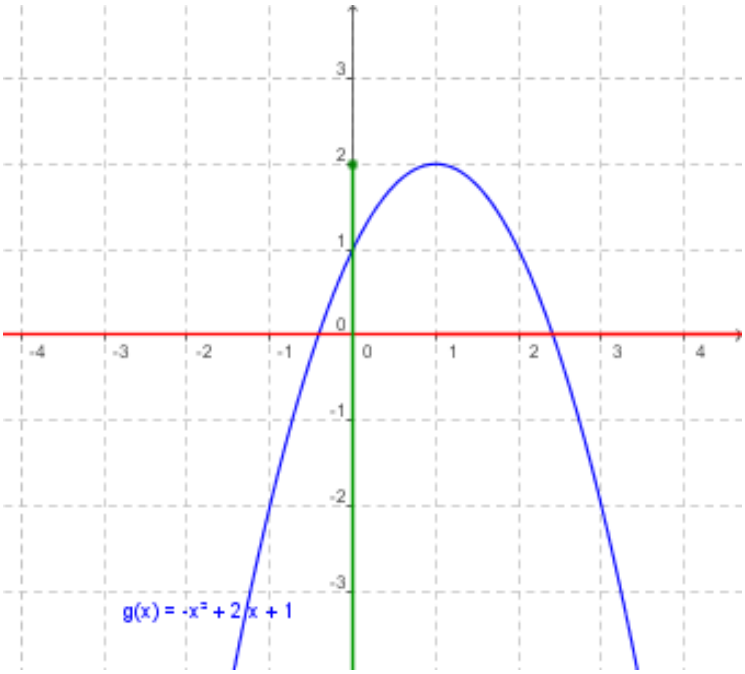
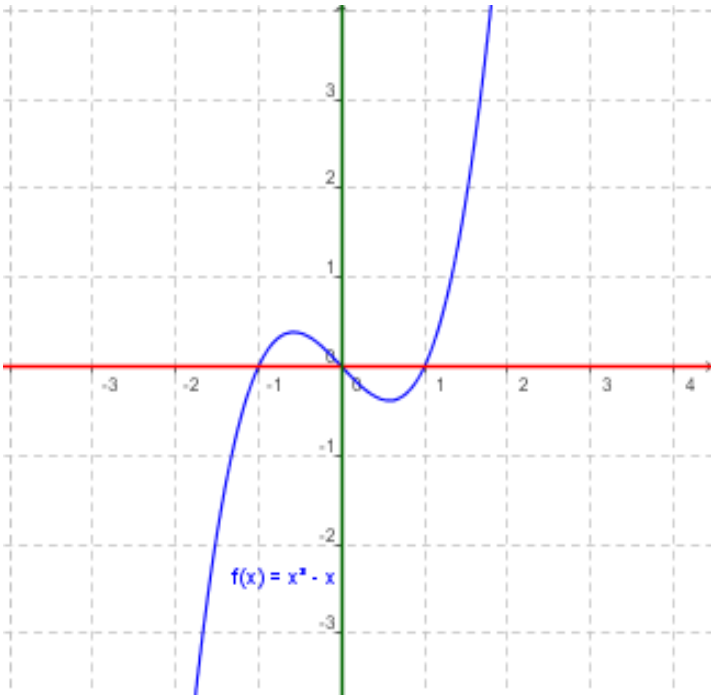
✓ *El **domini** o **camp d'existència** d'una funció f(x) és el conjunt de valors de la variable independent (x) que tenen imatge. El representem per **D_f**.* També ***Dom f(x).***

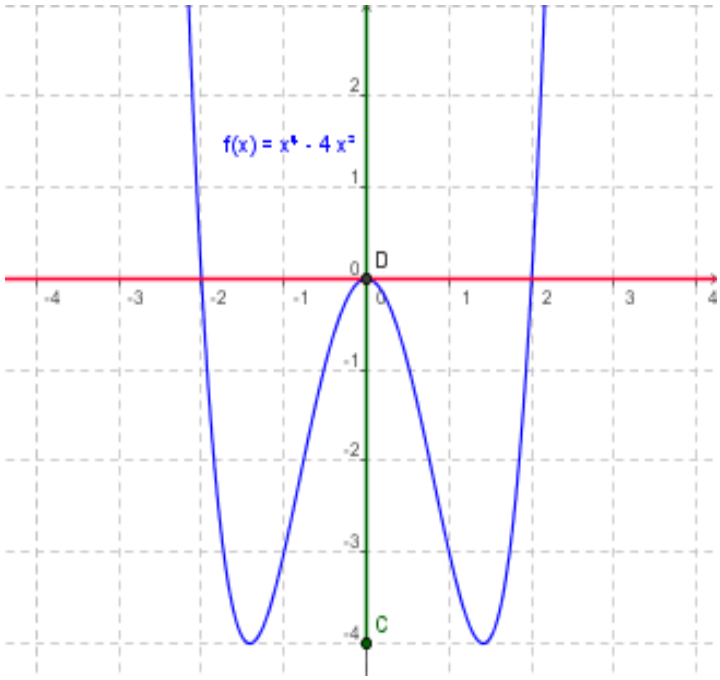
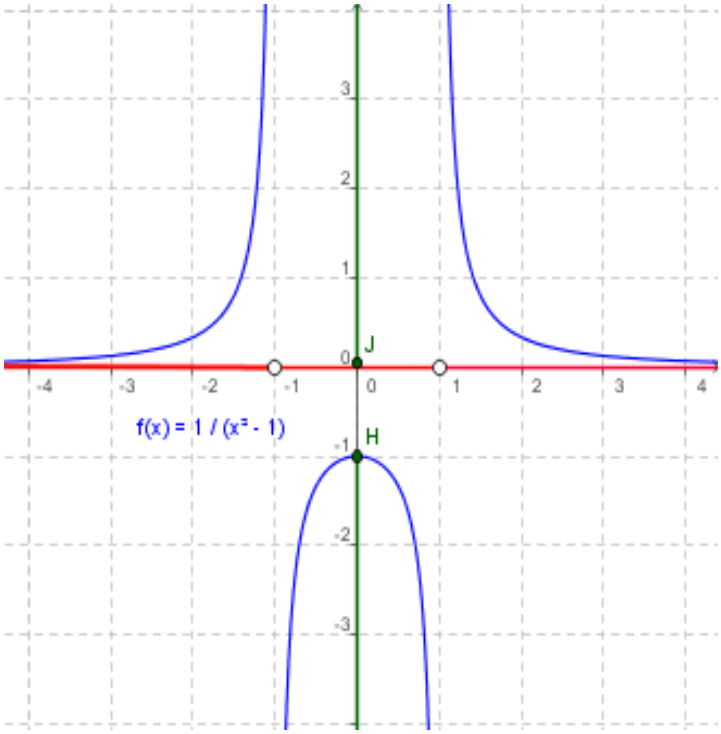
Tots els valors de la variable independent que pertanyen al domini tenen una i només una imatge.

✓ *El **recorregut** o **rang** d'una funció f(x) és el conjunt de valors de la variable dependent (y) que són imatges d'algun valor de la variable independent (x) i el representem per **R_f**.*

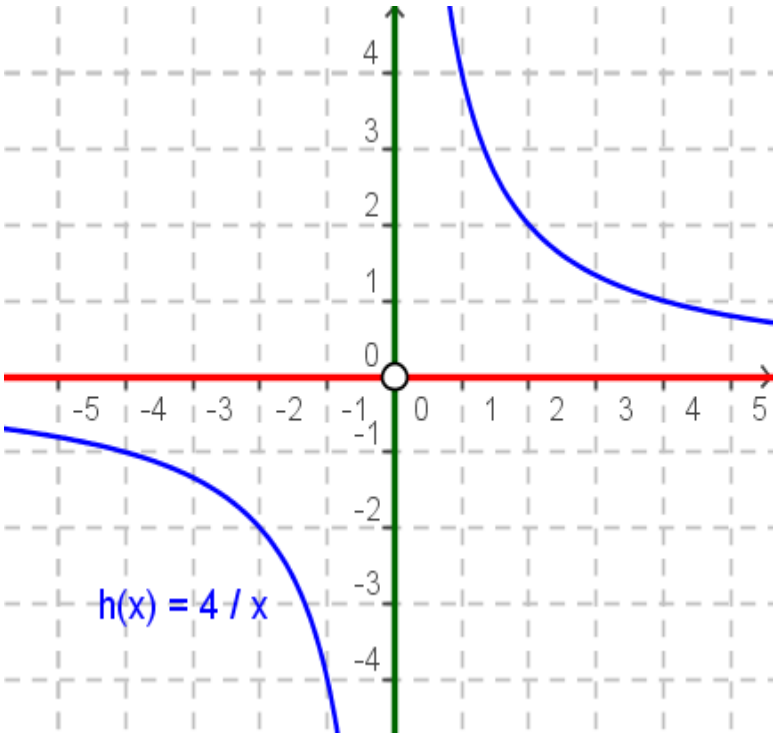
A continuació es mostren, alguns exemples de funcions, la seva representació gràfica i s'indica en vermell el domini i amb verd el recorregut.

Representació gràfica de funcions	**D_f –(vermell) R_f –(verd)**
Exemple 1 Funció polinòmica de primer grau f(x) = 3x+2 	**D_f** = El domini d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, tots els nombres reals. **R_f** = El recorregut o rang d'aquesta funció és el conjunt de valors de la variable dependent y, que són imatge d'algun valor de x, també és el conjunt de tots els nombres reals.

Exemple 2 Funció polinòmica de segon grau $g(x) = -x^2 + 2x + 1$  	**D_f** = El domini d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, tots els nombres reals. **R_f** = El recorregut o rang d'aquesta funció és l'interval $(-\infty, +2]$.
Exemple 3 Funció polinòmica de tercer grau $f(x) = x^3 - x$  	**D_f** = El domini d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, tots els nombres reals. **R_f** = El recorregut o rang d'aquesta funció és el conjunt de valors de la variable dependent y, que són imatge d'algun valor de x, també és el conjunt de tots els nombres reals.

Exemple 4 Funció polinòmica de quart grau $f(x) = x^4 - 4x^2$ 	**D_f** = El domini d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, tots els nombres reals. **R_f** = El recorregut o rang d'aquesta funció és l'interval $[-4,+\infty)$.
Exemple 5 Funció racional $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ 	**D_f** = El domini d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, $(-\infty,-1)\cup(-1,+1)\cup(+1,+\infty)$ **R_f** = El recorregut o rang d'aquesta funció és $(-\infty,-1]\cup(0,+\infty)$

Exemple 6 Funció de proporcionalitat inversa $f(x) = \frac{4}{x}$



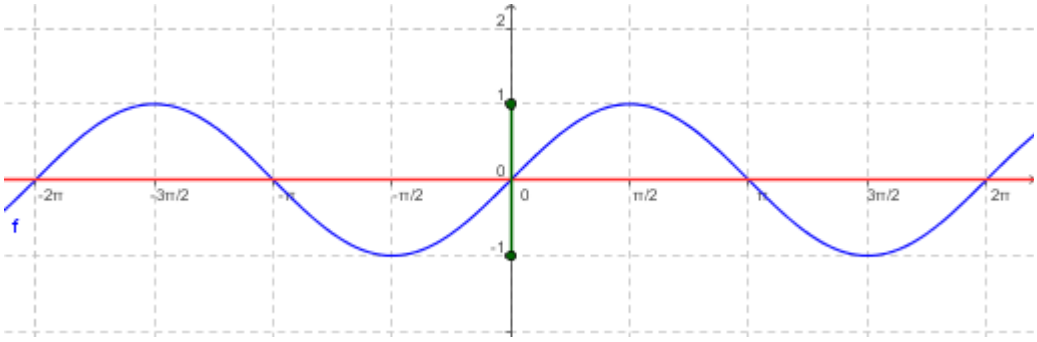
D_f = El domini d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, tots els nombres reals menys el zero.

$R - \{0\}$

R_f = El recorregut o rang d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, tots els nombres reals menys el zero.

$R - \{0\}$

Exemple 7 Funció periòdica s(x) = sin(x)



D_f = El domini d'aquesta funció són tots els valors de x que tenen imatge, és a dir, tots els nombres reals.

R_f = El recorregut o rang d'aquesta funció és l' interval $[-1, +1]$.

Característiques generals de les funcions

✓ Continuïtat i discontinuïtat

Una funció és contínua *si la seva gràfica és pot dibuixar amb un traç continu, és a dir, sense aixecar el llapis del paper.*

Els punts en què necessàriament s'ha d'aixecar el llapis del full s'anomenen ***punts de discontinuïtat****.*

Observant les gràfiques de les funcions anteriors, veient que són contínues les funcions dels exemples 1, 2, 3, 4 i 7.

I són discontínues les funcions dels exemples 5 i 6.

La funció racional de l'exemple 5 , és discontínua en x= -1 i x= 1.

La funció de proporcionalitat inversa de l'exemple 6 , és discontínua en x= 0.

✓ Punts d'intersecció amb els eixos

Són els punts en què la gràfica de la funció talla els eixos de coordenades.

Si es coneix l'expressió algèbrica y = f(x) de la funció,

els punts d'intersecció amb l'eix d'abscisses es troben resolent l'equació f(x) = 0

el punt d'intersecció amb l'eix d'ordenades es determina calculant f(0)

La gràfica d'una funció pot tallar l'eix d'abscisses en més d'un punt, en un punt o en cap.

En canvi, l'eix d'ordenades només pot tallar-lo com a màxim, en un punt.

Analitzant els exemples anteriors podem comprovar que els punts d'intersecció amb els eixos són els especificats al quadre següent:

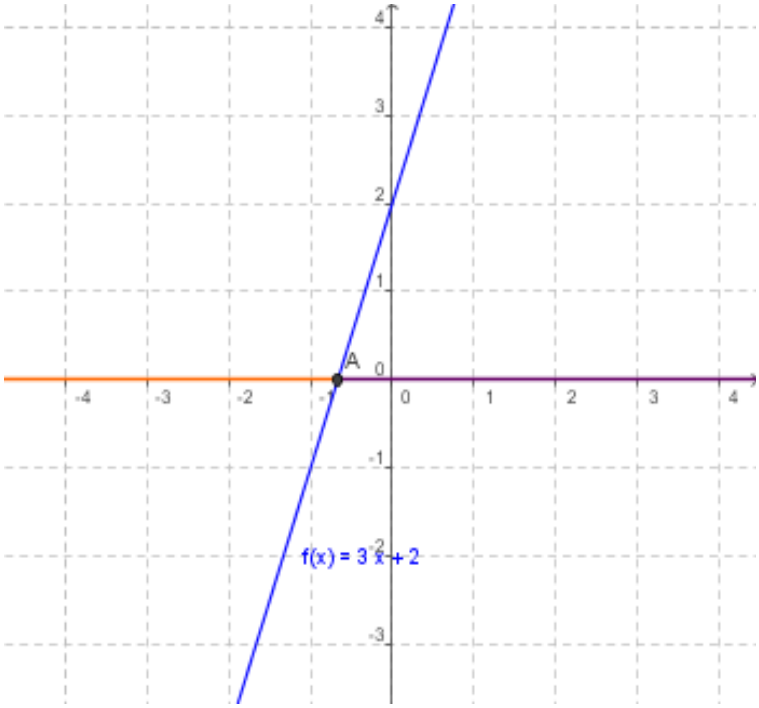
Funció	Punts de tall amb l'eix d'abscisses	Punt de tall amb l'eix d'ordenades
Exemple 1 f(x) = 3x+2	$(-\frac{2}{3},0)$	$(0,2)$
Exemple 2 g(x)=-x^2 +2x +1	$(1-\sqrt{2},0)$ i $(1+\sqrt{2},0)$	(0,1)
Exemple 3 f(x) = x^3- x	(-1,0) i (1,0)	(0,0)
Exemple 4 f(x) = x^4- 4x^2	(-2,0), (0,0) i (2,0)	(0,0)
Exemple 5 $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$	Aquesta funció no talla en cap punt a l'eix d'abscisses.	(0,-1)
Exemple 6 $f(x)=\frac{4}{x}$	Aquesta funció no talla en cap punt a l'eix d'abscisses.	Aquesta funció no talla en cap punt a l'eix d'ordenades.
Exemple 7 s(x) = sin(x)	$\ldots,(-\pi,0),(0,0),(\pi,0),\ldots$	(0,0)

- ✓ **Signe**

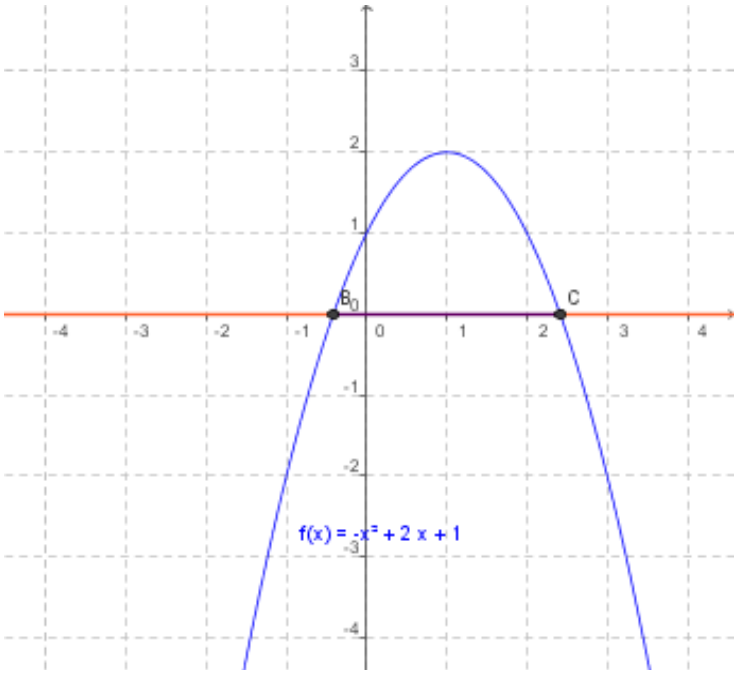
Una funció és positiva, f(x) > 0, en aquells intervals en què la seva gràfica està per damunt de l'eix OX.

Una funció és negativa, f(x) < 0, en aquells intervals en què la seva gràfica està per sota de l'eix OY.

A continuació s'especifica els intervals on les funcions dels exemples anteriors són positives i els intervals on són negatives.

FUNCIONS	**f(x)>0 f(x)<0**
Exemple 1 Funció polinòmica de primer grau f(x) = 3x+2 	**f(x)>0. Per tots els reals més grans que $\frac{-2}{3}$.** **És a dir,** **l'interval** $[A,+\infty)=\left[-\frac{2}{3},+\infty\right)$ **f(x)<0. Per tots els reals més petits que $\frac{-2}{3}$.** **És a dir,** **l'interval** $(-\infty,A]=\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]$

Exemple 2 Funció polinòmica de 2n grau $g(x) = -x^2 + 2x + 1$



f(x)>0 Per a tots els valors de x de l'interval

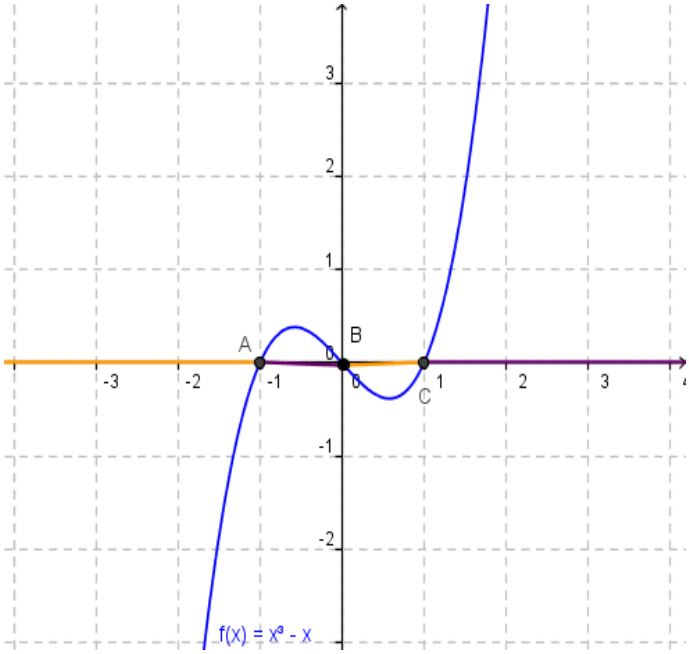
$[B,C] = \left[1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}\right]$

f(x)<0 Per a tots els valors de x dels intervals,

$(-\infty, B] = \left(-\infty, 1-\sqrt{2}\right]$ **i**

$[C, +\infty) = \left[1+\sqrt{2}, +\infty\right)$

Exemple 3 Funció polinòmica de tercer grau $f(x) = x^3 - x$



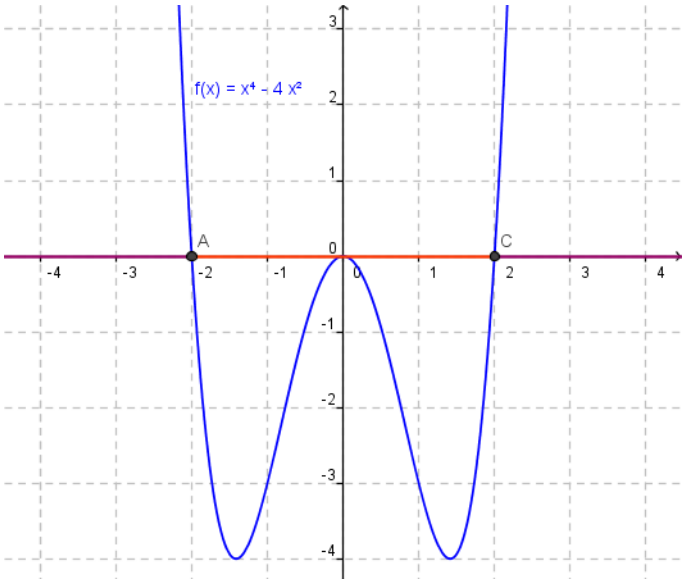
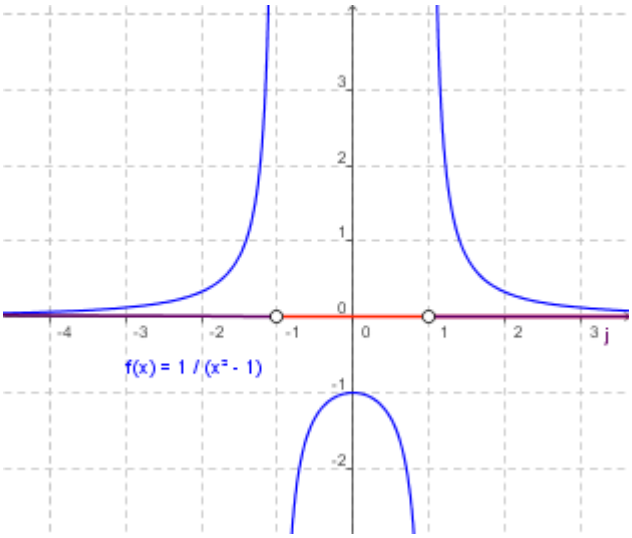
f(x)>0 Per a tots els valors de x dels intervals

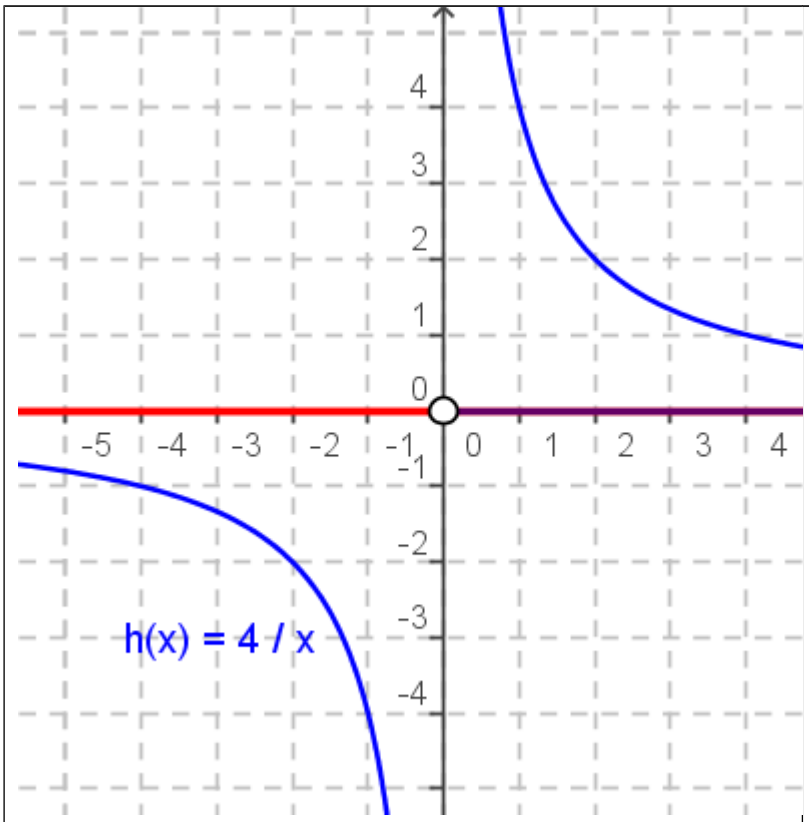
$[A,B] = [-1,0]$ **i**

$[C, +\infty) = [1, +\infty)$

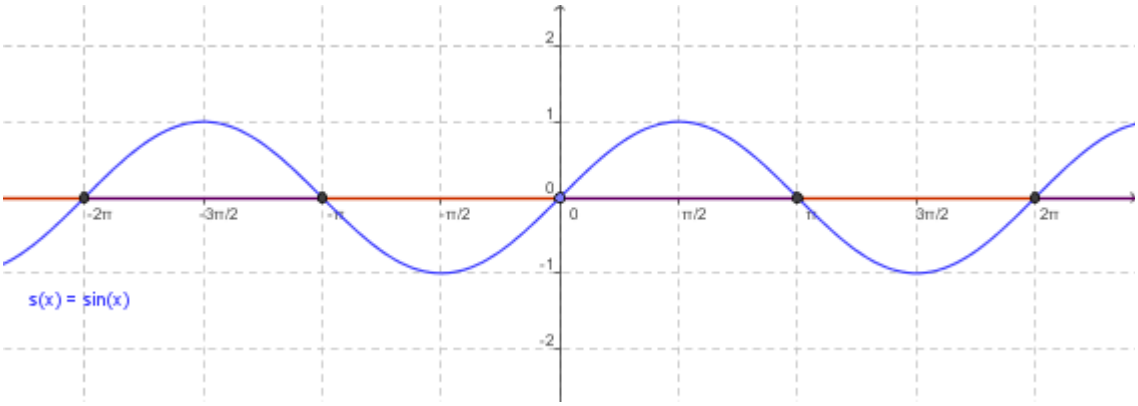
f(x)<0 Per a tots els valors de x dels intervals

$(-\infty, A] = (-\infty, -1]$ **i** $[B,C] = [0,1]$

Exemple 4 Funció polinòmica de quart grau f(x) = x^4- $4x^2$ 	**f(x)>0 Per a tots els valors de x dels intervals** $(-\infty, A] = (-\infty, -2]$ **i** $[C, +\infty) = [2, +\infty)$ **f(x)<0 Per a tots els valors de x de l' interval** $[A, C] = [-2, 2]$
Exemple 5 Funció racional $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ 	**f(x)>0 Per a tots els valors de x dels intervals** $(-\infty, -1)\ i\ (1, +\infty)$ **f(x)<0 Per a tots els valors de x de l' interval** $(-1, 1)$
Exemple 6 Funció de proporcionalitat inversa $f(x) = \dfrac{4}{x}$	**f(x)>0 Per a tots els valors de x de l' interval** $(0, +\infty)$ **f(x)<0 Per a tots els valors de x de l' interval** $(-\infty, 0)$



Exemple 7 Funció periòdica s(x) = sin(x)



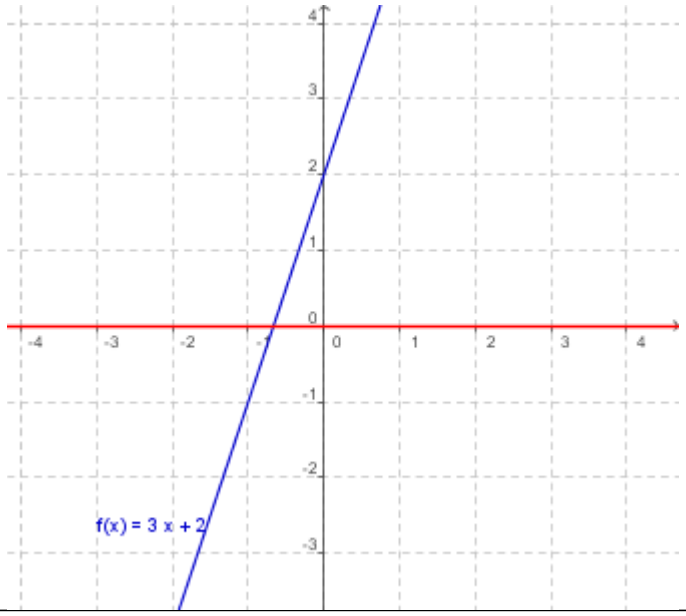
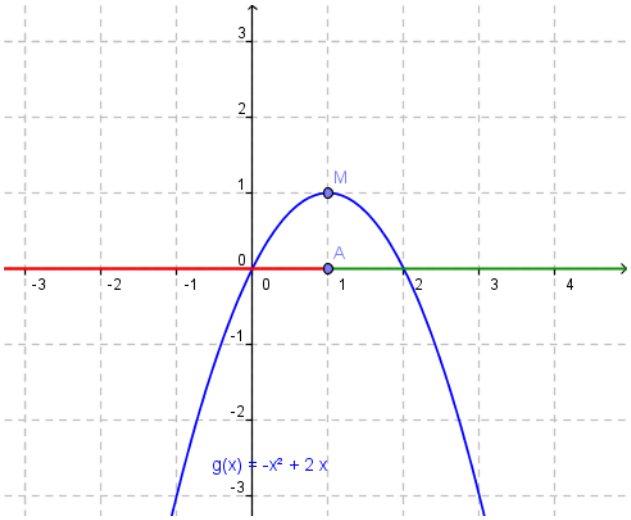
f(x)>0 Per a tots els valors de x dels intervals $\ldots[-2\pi,-\pi],[0,\pi]\ldots$

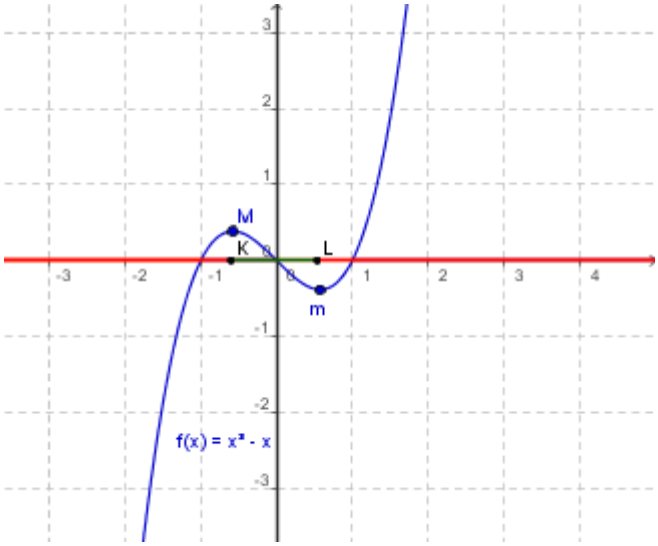
f(x)<0 Per a tots els valors de x dels intervals $\ldots[-\pi,0],[\pi,2\pi]\ldots$

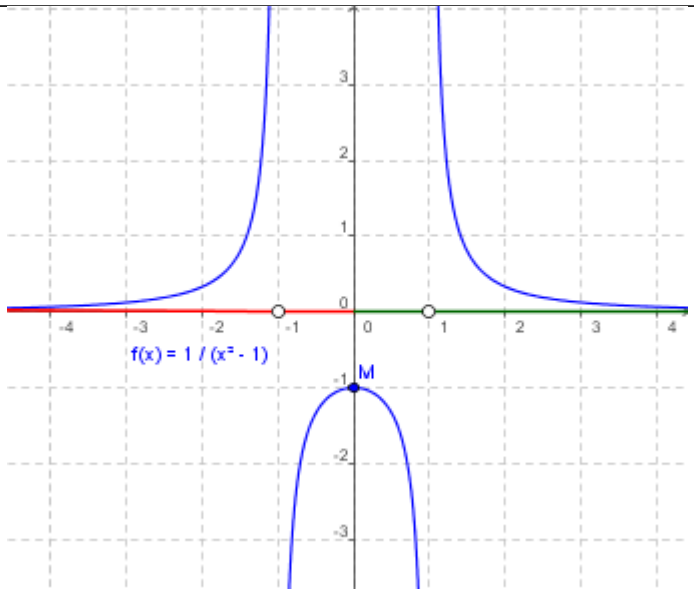
✓ Creixement i decreixement. Màxims i mínims.

Una funció y = f(x) és creixent en un interval si per a qualsevol parell de nombres reals x_1 i x_2 que pertanyen a aquest interval, tals que $x_1 < x_2$, es verifica que $f(x_1) < f(x_2)$.

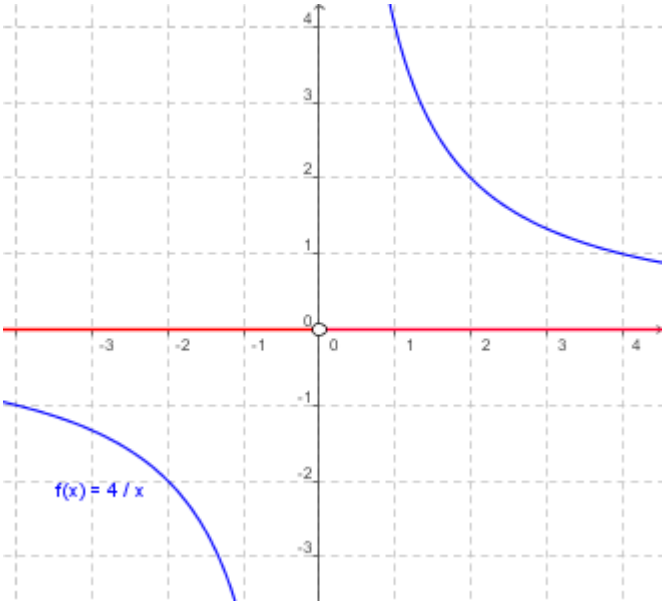
Una funció y = f(x) és decreixent en un interval si per a qualsevol parell de nombres reals x_1 i x_2 que pertanyen a aquest interval, tals que $x_1 < x_2$, es verifica que $f(x_1) > f(x_2)$.

FUNCIONS	Intervals de creixement i decreixement. Màxims i mínims.
Exemple 1 Funció polinòmica de primer grau f(x) = 3x+2 	Aquesta funció és creixent en tot el seu domini.
Exemple 2 Funció polinòmica de segon grau $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ 	Interval de creixement $(-\infty, A) = (-\infty, 1)$ Interval de decreixement $(A, +\infty) = (1, +\infty)$ Aquesta funció té un màxim relatiu al punt M , que alhora és un màxim absolut.

Exemple 3 Funció polinòmica de tercer grau f(x) = x^3- x 	Intervals de creixement $(-\infty, K)$ i $(L, +\infty)$ Interval de decreixement (K, L) El punt M, és un màxim relatiu. El punt m és un mínim relatiu.
Exemple 4 Funció polinòmica de quart grau f(x) = x^4- $4x^2$	Intervals de creixement $(C, 0)$ i $(J, +\infty)$ Intervals de decreixement $(-\infty, C)$ i $(0, J)$ Els punts K i L, són mínims relatius. Al punt I=(0,0) la funció té un màxim relatiu.
Exemple 5 Funció racional $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$	Intervals de creixement $(-\infty, -1)$ i $(-1, 0)$ Intervals de decreixement $(0, 1)$ i $(1, +\infty)$ Aquesta funció té un màxim relatiu al punt M= (0,-1).



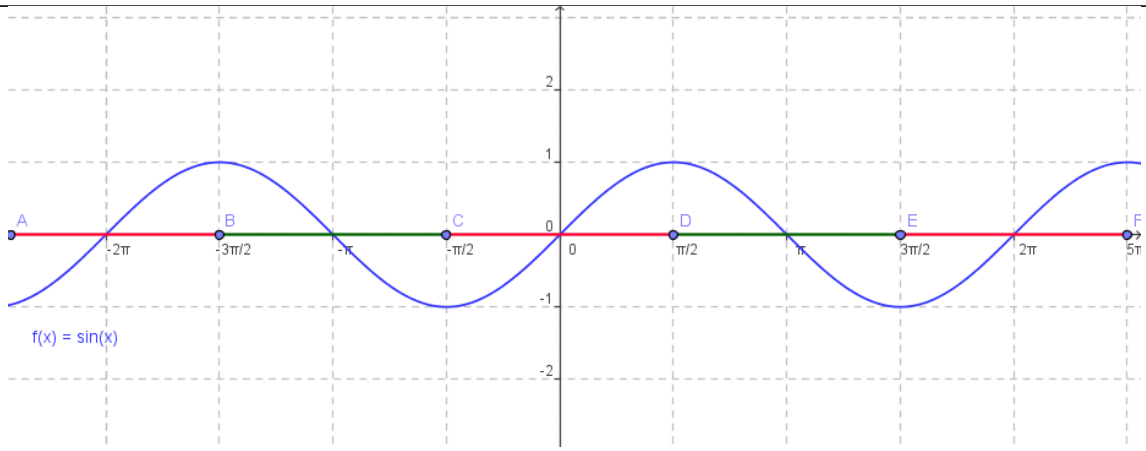
Exemple 6 Funció de proporcionalitat inversa $f(x) = \frac{4}{x}$



Aquesta funció és decreixent en tot el seu domini.

No té extrems (ni màxims, ni mínims)

Exemple 7 Funció periòdica s(x) = sin(x)



Intervals de creixement $\ldots\left(-\frac{5\pi}{2},-\frac{3\pi}{2}\right),\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right),\left(\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\right)\ldots$

Intervals de decreixement $\ldots\left(-\frac{3\pi}{2},-\frac{\pi}{2}\right),\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)\ldots$