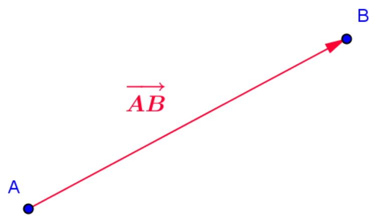
RESUM DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA

VECTORS

COMPONENTS D'UN VECTOR

$$\left.\begin{array}{l} A=(a_1,a_2) \\ B=(b_1,b_2) \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1,b_2-a_2)}$$



MÒDUL D'UN VECTOR (LONGITUD DEL VECTOR)

Sigui $\vec{u}=(u_1,u_2) \quad \rightarrow \boxed{|\vec{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2}}$

- Diem que el vector $\vec{u}$ és unitari quan $|\vec{u}|=1$
- Si $\vec{u}$ no és unitari llavors el vector $\vec{v}=\dfrac{1}{|\vec{u}|}\cdot\vec{u}=\left(\dfrac{u_1}{|\vec{u}|},\dfrac{u_2}{|\vec{u}|}\right)$ és

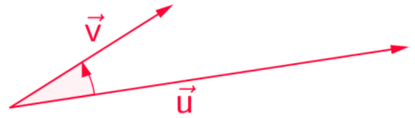
  el vector unitari que té la mateixa direcció i sentit que $\vec{u}$

COMBINACIÓ LINEAL ENTRE VECTORS

$\boxed{\vec{x}=\alpha\cdot\vec{a}+\beta\cdot\vec{b}}$ on $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ és l'expressió del vector $\vec{x}$ com a combinació lineal dels vectors $\vec{a}$ i $\vec{b}$

OPERACIONS ENTRE VECTORS

Siguin els vectors $\vec{u}=(u_1,u_2)$ i $\vec{v}=(v_1,v_2)$



$\alpha=\text{angle}(\vec{u},\vec{v})$

$\boxed{\overrightarrow{u+v}=\vec{u}+\vec{v}=(u_1+v_1,u_2+v_2)} \rightarrow$ suma de vectors

$\boxed{\overrightarrow{ku}=k\cdot\vec{u}=k\cdot(u_1,u_2)=(k\cdot u_1,k\cdot u_2)}$ on $k\in\mathbb{R}\rightarrow$ producte d'un escalar per un vector

$$\left.\boxed{\begin{array}{l}\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\alpha\\ \vec{u}\cdot\vec{v}=u_1\cdot v_1+u_2\cdot v_2\end{array}}\right\}\rightarrow \text{producte escalar entre vectors}$$

- $\text{Si } \vec{u}\perp\vec{v}\ \rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0$
- $\boxed{\alpha=\text{angle}(\vec{u},\vec{v})=\arccos\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}}$

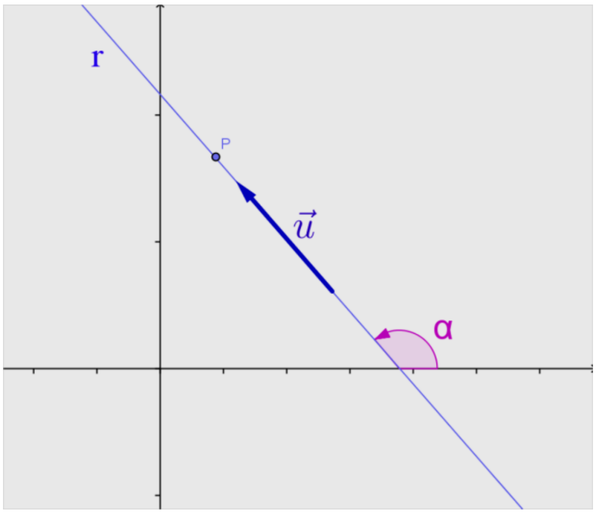
RECTES

EQUACIONS DE LA RECTA

$P=(x_0,y_0)\in r$

$\vec{u}=(u_1,u_2)$ és un vector director de r

$$\boxed{(x,y)=(x_0,y_0)+k\cdot(u_1,u_2)}\rightarrow \text{equació vectorial}$$



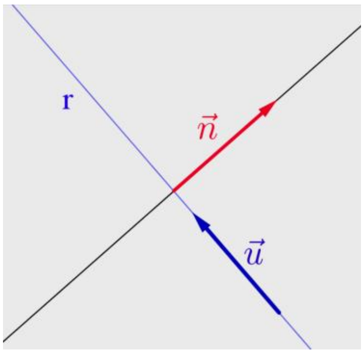
$$\boxed{\left.\begin{array}{l}x=x_0+k\cdot u_1\\ y=y_0+k\cdot u_2\end{array}\right\}}\rightarrow \text{equacions paramètriques}$$

$$\boxed{\frac{x-x_0}{u_1}=\frac{y-y_0}{u_2}}\rightarrow \text{equació contínua}$$

$$\boxed{Ax+By+C=0}\rightarrow \text{equació general o implícita}$$

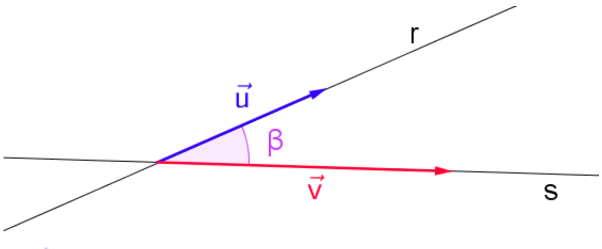
$$\boxed{y=mx+b}\rightarrow \text{equació general o explícita}$$

- $m=\tan\alpha$
- $\vec{n}=(A,B)$ és un vector normal (perpendicular) a la recta r



ANGLE ENTRE DUES RECTES

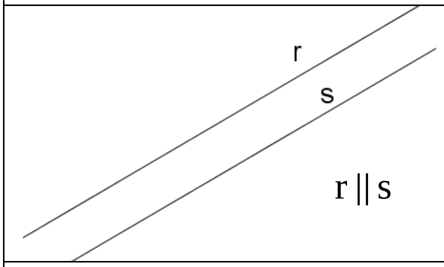
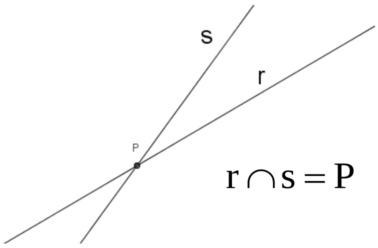
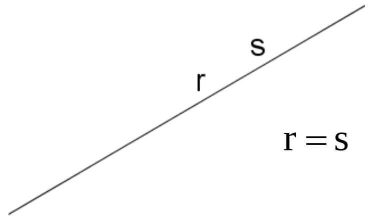
$$\left.\begin{array}{l} r: \ \vec{u} \\ s: \ \vec{v} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\beta = \text{angle}\,(r,s) = \arccos \frac{\left|\vec{u}\cdot\vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|}}$$



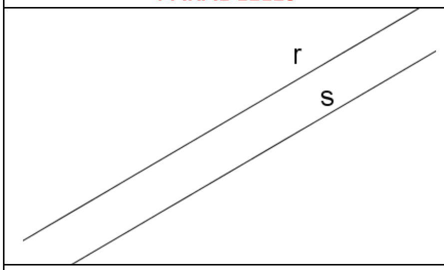
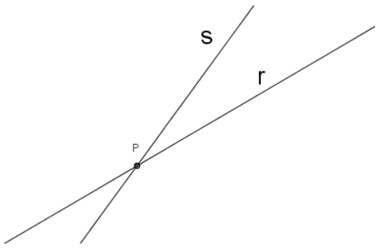
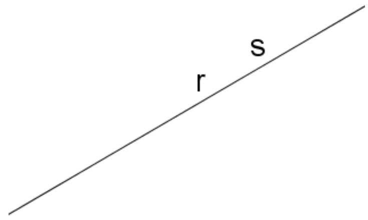
POSICIÓ RELATIVA DE DUES RECTES

$$\left.\begin{array}{l} r: Ax + By + C = 0 \\ s: A'x + B'y + C' = 0 \end{array}\right\}$$

1r mètode : resoldre el sistema

PARAL·LELES	SECANTS	COINCIDENTS
 $r \parallel s$	 $r \cap s = P$	 $r = s$
Sistema incompatible	**Sistema compatible determinat**	**Sistema compatible indeterminat**

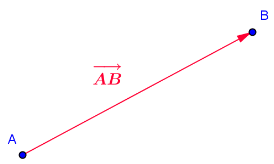
2n mètode : comparant les relacions entre els coeficients de les equacions generals

PARAL·LELES	SECANTS	COINCIDENTS
		
$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

DISTÀNCIES

DISTÀNCIA ENTRE DOS PUNTS

$$\boxed{d(A,B) = \left|\overrightarrow{AB}\right|}$$

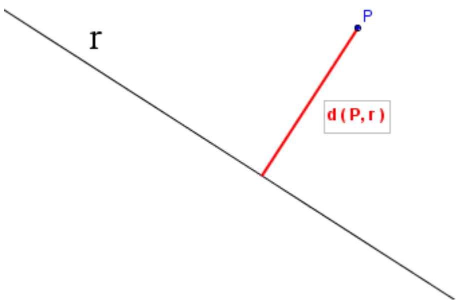


DISTÀNCIA D'UN PUNT A UNA RECTA

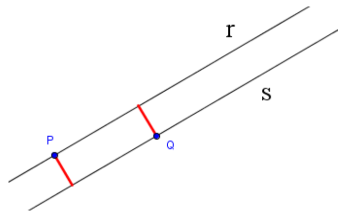
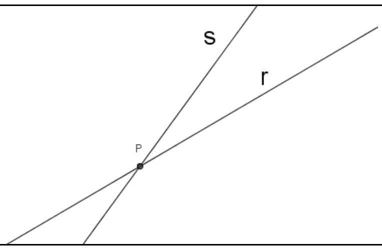
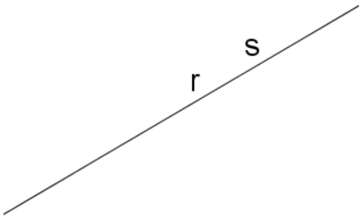
$$r: Ax + By + C = 0$$

$$P = (x_0, y_0)$$

$$\boxed{d(P,r) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}}$$



DISTÀNCIA ENTRE DUES RECTES

PARAL·LELES	SECANTS	COINCIDENTS
		
$d(r,s) = d(P,s) = d(Q,r)$	$d(r,s) = 0$	$d(r,s) = 0$