




LES CÒNIQUES

L'EL·LIPSE

Construcció d'una el·lipse donats els focus i la constant:

Cliqueu sobre la paraula construcció i observeu finestra que s'obre..

Amb la icona  inicialitzaràs la construcció del dibuix i amb les icones  i 

Podràs avançar en la construcció de l'el·lipse.

Construcció

Com heu observat el resultat és el dibuix d'una el·lipse amb paràmetres lliures els focus ($F=(c,0)$ i $F'=(-c,0)$) i la constant de l'el·lipse ($2a$), com a intersecció de circumferències centrades en els focus, i tals que la suma dels seus radis sigui igual a la constant.

- Quina relació compleixen els punts d'intersecció de les circumferències que es van obtenint ?
- En quins punts de l'el·lipse es compleix que $r = r'$?
- Quant valen en el cas anterior r i r' ?

Aneu variant la mida del paràmetre c :

- On van apareixent els focus ?
- Què passa si la c es va acostant a a ?
- Què passa si la c es va acostant a zero ?
- Que passa si fem $c > a$?

Aneu variant la mida del paràmetre a i responeu a les preguntes :

- Canvien de lloc els focus ?
- Què passa quan a es va fent gran ?
- I si $a = c$?

Elements característics de l'el·lipse

Cliqueu sobre les paraules *elements d'una el·lipse* i observeu la finestra que s'obre

Elements d'una el·lipse

Aneu variant la mida del paràmetre c :

- On van apareixent els focus ?
- Què passa si la c es va acostant a "a" ?
- Què passa si la c es va acostant a zero ?
- Que passa si fem $c > a$?

- Quina relació veieu amb el valor de l'excentricitat i l'aplanament de l'el·lipse
- Què passa amb el valor de l'excentricitat quan la c va canviant des de c fins a a ?
- Quin valor pren l'excentricitat si $c = 0$?
- Quin valor pren l'excentricitat si $c = a$?
- Com canvia el semieix menor "b" a mesura que canviem c ?

Aneu variant la mida del paràmetre a i responeu a les preguntes :

- Canvien de lloc els focus ?
- Què passa quan "a" es va fent gran ?
- I si $a = c$?
- Quina relació hi ha entre a, b i c?

Equació reduïda de l'el·lipse

Cliqueu sobre les paraules *equació reduïda el·lipse* i observeu la finestra que s'obre

Equació reduïda el·lipse:
$$\frac{(x - \alpha)^2}{a^2} + \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1$$

Quan aneu variant els paràmetres a, b, α i β .

- Què li passa a l'el·lipse quan canviem α i β ?
- I si el que canviem són els valors de a i b ?
- Com canvia l'equació ?
- A qui són paral·lels els eixos de l'el·lipse?

Propietat de reflexió de l'el·lipse

Cliqueu sobre les paraules *propietat de reflexió* i observeu la finestra que s'obre

Propietat de reflexió : els angles formats pels radis vectors (des dels focus) i la recta tangent en aquest punt, són iguals

Desplaça el punt D damunt l'el·lipse .

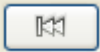

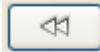
- Com són els angles formats pels radis vectors (FD i F'D) amb la recta tangent a l'el·lipse en aquest punt ?
- En quins punts de l'el·lipse aquest angle és major ? Quant val en aquest cas ?
- En quins punts de l'el·lipse aquest angle és menor ? Quant val aquest angle si $a = b$?

LA HIPÈRBOLA

Construcció d'una hipèrbola donats els focus i la constant

Cliqueu sobre la paraula construcció i observeu finestra que s'obre..

Construcció :

Amb la icona  inicialitzaràs la construcció del dibuix i amb les icones  i 

Podràs avançar en la construcció de la hipèrbola

Com heu observat el resultat és el dibuix d'una hipèrbola amb paràmetres lliures els focus ($F=(c,0)$ i $F'=(-c,0)$) i la constant de la hipèrbola ($2a$), com a intersecció de circumferències centrades en els focus, i tals que la diferència dels seus radis sigui igual a la constant.

- Quina relació compleixen els punts d'intersecció de les circumferències que es van obtenint ?
- En quins punts de la hipèrbola es compleix que $r = r'$?
- Quant valen en el cas anterior r i r' ?

Aneu variant la mida del paràmetre c :

- On van apareixent els focus ?
- Què passa si la c es va acostant a a ?
- Què passa si fem $c < a$?

Aneu variant la mida del paràmetre a i responeu a les preguntes :

- Canvien de lloc els focus ?
- Què passa quan a es va fent gran ?
- I si $a = c$?

Elements característics de la hipèrbola

Cliqueu sobre les paraules *elements d'una hipèrbola* i observeu la finestra que s'obre

Elements d'una hipèrbola

Aneu variant la mida del paràmetre c :

- On van apareixent els focus ?
- Què passa si la c es va acostant a "a" ?
- Què passa si fem $c < a$?
- Quina relació veieu amb el valor de l'excentricitat i l'aplanament de l'el·lipse
- Què passa amb el valor de l'excentricitat quan la c va canviant des de c fins a a ?
- Quin valor pren l'excentricitat si $c = a$?
- Com canvia el semieix menor "b" a mesura que canviem c ?
- Quina relació hi ha entre a, b i c ?

- Què passa amb les asímptotes quan els focus s'apropen ?

Aneu variant la mida del paràmetre a i responeu a les preguntes :

- Canvien de lloc els focus ?
- Què passa quan “ a ” es va fent gran ?
- I si $a = c$?
- Quina relació hi ha entre a , b i c ?
- Què li passa a les asímptotes al anar canviant el valor de a ?
- Com s'obté la pendent de les asímptotes ?

Equació reduïda de la hipèrbola

Cliqueu sobre les paraules *equació reduïda hipèrbola* i observeu la finestra que s'obre

Equació reduïda hipèrbola :
$$\frac{(x - \alpha)^2}{a^2} - \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1$$

Quan aneu variant els paràmetres a , b , α i β .

- Què li passa a la hipèrbola quan canviem α i β ?
- I si el que canviem són els valors de a i b ?
- Com canvia l'equació ?
- A qui són paral·lels els eixos de la hipèrbola ?

Propietat de reflexió de la hipèrbola

Cliqueu sobre les paraules *propietat de reflexió* i observeu la finestra que s'obre

Propietat de reflexió : Els raigs provinents d'un dels focus d'una hipèrbola es reflecteixen en qualsevol punt de la hipèrbola que és a prop de l'altre focus, de manera que el raig reflectit sembla provenir de l'altre focus.

Desplaça el punt A damunt l'el·lipse .

- Com són els angles formats pels radis vectors (FA i $F'A$) amb la recta tangent a La hipèrbola en aquest punt ?
- En quins punts de la hipèrbola aquest angle és major ? Quant val en aquest cas ?
- En quins punts de la hipèrbola aquest angle és menor ? Quin seria en el límit el valor d'aquest angle?
- Fixa't-hi que es compleix la propietat de reflexió que hem anomenat en el requadre

LA PARÀBOLA

Construcció d'una paràbola donats els focus i la directriu

Cliqueu sobre la paraula construcció i observeu finestra que s'obre..

Construcció :

Fes variar el valor del radi r.

Fixa't-hi que els punts P que es van obtenint són el resultat de fer la intersecció entre circumferències centrades en el focus, i rectes paral·leles a la directriu que disten d'aquesta igual que el radi de les circumferències.

Veuràs que aquests punts van definint la paràbola

- Quina relació compleixen els punts d'intersecció de les circumferències que es van obtenint ?
- Quin és el valor mínim que pren r ?
- Tanca la finestra i torna-la a obrir però ara, abans de canviar els valors de r, canvia el focus F i fes que no estigui damunt l'eix d'abscisses. Veuràs que la paràbola ja no està centrada en l'eix OX.

Elements característics de la paràbola

Cliqueu sobre les paraules *elements d'una paràbola* i observeu la finestra que s'obre

Elements d'una paràbola

Aneu variant la mida del paràmetre p :

- Com canvia l'obertura de la paràbola respecte aquest paràmetre ?
- Què passa si la p es va fent gran ?
- Què passa si la p es va acostant a zero ?
- Què passa si p val zero?
- Què passa si fem p negativa ?

Equació reduïda de la paràbola

Cliqueu sobre les paraules *equació reduïda paràbola* i observeu la finestra que s'obre

Equació reduïda paràbola A $y^2 = 2px$

Equació reduïda paràbola B: $x^2 = 2py$

—

Quan aneu variant el paràmetre p :

- Què li passa a la paràbola ?
- Que passa entre el focus i la directriu?
- Com canvia l'equació ?
- Quines diferències veus quan la p és positiva o negativa ?

Propietat de reflexió de la paràbola

Cliqueu sobre les paraules *propietat de reflexió* i observeu la finestra que s'obre

Propietat de reflexió : els raigs provinents del focus d'una paràbola es reflecteixen paral·lels al seu eix de simetria. Inversament, els raigs provinents d'una font llunyana i que són paral·lels a l'eix de simetria d'una paràbola, al reflectir-se es concentren en el focus

Desplaça el punt R damunt la paràbola

- Com són els angles formats pel raig provinents del focus amb la tangent i el raig reflectits amb la tangent ?
- En quins punts de la paràbola aquest angles són majors ? Quant valen?
- En quins punts de la paràbola aquests angles són menors?
- Fixa't-hi que es compleix la propietat de reflexió que hem anomenat en el requadre