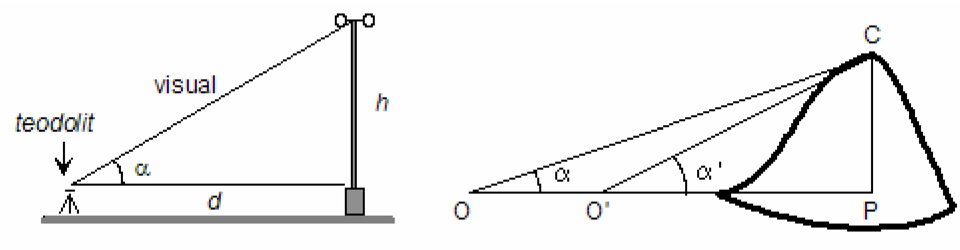
UTILITAT DE LES RAONS TRIGONOMÈTRIQUES. TAULES

Des que es van construir les piràmides (o potser abans), els enginyers i arquitectes que han hagut d'afrontar grans obres, els navegants que s'han hagut d'orientar en els viatges pel mar a partir de les posicions dels astres, els artillers que han hagut de calcular el punt d'impacte del canons... han vingut utilitzant la mesura d'angles i, progressivament, han aprés també a servir-se de les raons trigonomètriques pes seus càlculs.



Per tal que entenguis la qüestió, llegeix un parell d'exemples senzills:

- **Mira la primera figura: No cal pujar a un fanal per mesurar l'*altura*. Ens podem situar a una *distància d*, mesurar-la, i també l'*angle* α. Amb aquestes dades i un dibuix a escala es pot calcular l'altura del fanal. I es podria fer igual amb un penya-segat "vertical", si que el camí fins el peu estigués lliure d'obstacles.**

  Un *teodolit* és un aparell que porta una lent muntada sobre un transportador: En observar un punt, podem llegir l'angle α sobre el transportador.

- **Trobar l'altura d'una muntanya és més complicat (Segona figura): Si tenim una zona pròxima de terreny horitzontal, situarem el teodolit en dos punts O i O', amidarem la distància OO' i els angles α i α'. Amb aquestes dades es pot fer un dibuix a escala del triangle OO'C, dibuixar O'PC i trobar CP, que és l'altura de la muntanya (a escala, és clar). De seguida veiem com es resol un problema similar per aquest mètode.**

  Si la lent del teodolit porta un telèmetre, tot és més fàcil. Quan enfoquem correctament C des del punt O, el telèmetre ja ens diu directament a quina distància es troba C; és a dir, mesura OC. Amb això i l'angle α es fa directament el dibuix a escala del triangle OPC (sense O') i es troba l'altura de la muntanya.

Ara bé: Els dibuixos a escala, ni que siguin macos i quedin molt bé, son molt empipadors de fer. És per això que, ja fa molt de temps, els tècnics que treballaven en aquests problemes van tenir un parell d'idees per simplificar el seu treball:

- **Treballar només amb triangles rectangles. Si havien de treballar amb triangles no rectangles o altres figures les subdividien en triangles rectangles (pot fer-se)**

- **Apuntar-se per a cada angle el valor de les seves raons trigonomètriques (Exactament igual que si ens apuntéssim una llista de telèfons). Així, quan s'havia de calcular un costat d'un triangle rectangle amb (per exemple) un angle de 37° i una altra dada, n'hi havia prou amb "imaginar-se el dibuix" (res de fer-lo acuradament a escala!), consultar les raons de 37° i fer una operació. (Suposo que això ja ho has aprés a fer).**

I així és com va néixer la Trigonometria: *Ciència de la "mesura de triangles", que engloba tots els conceptes, tècniques i procediments que cal dominar per calcular costats o angles d'una figura, a partir d'altres elements coneguts.*

Les taules que es van construir i que feien servir eren semblants a aquestes, però més completes perquè incloïen minuts i segons, i ocupaven moltes més pàgines. En elles es podien trobar el valors de les raons dels angles, o bé els angles coneixent

les raons. Però, avui en dia, amb l'aparició de les calculadores (que ja deus saber utilitzar per trobar raons i angles), les taules s'han convertit en "peces de museu".

TAULA DE RAONS TRIGONOMÈTRIQUES

Angle	Sinus	Cosinus	Tangent	Angle	Sinus	Cosinus	Tangent
1º	0,017452	0,999848	0,017455	46º	0,719340	0,694658	1,035530
2º	0,034899	0,999391	0,034921	47º	0,731354	0,681998	1,072369
3º	0,052336	0,998630	0,052408	48º	0,743145	0,669131	1,110613
4º	0,069756	0,997564	0,069927	49º	0,754710	0,656059	1,150368
5º	0,087156	0,996195	0,087489	50º	0,766044	0,642788	1,191754
6º	0,104528	0,994522	0,105104	51º	0,777146	0,629320	1,234897
7º	0,121869	0,992546	0,122785	52º	0,788011	0,615661	1,279942
8º	0,139173	0,990268	0,140541	53º	0,798636	0,601815	1,327045
9º	0,156434	0,987688	0,158384	54º	0,809017	0,587785	1,376382
10º	0,173648	0,984808	0,176327	55º	0,819152	0,573576	1,428148
11º	0,190809	0,981627	0,194380	56º	0,829038	0,559193	1,482561
12º	0,207912	0,978148	0,212557	57º	0,838671	0,544639	1,539865
13º	0,224951	0,974370	0,230868	58º	0,848048	0,529919	1,600335
14º	0,241922	0,970296	0,249328	59º	0,857167	0,515038	1,664279
15º	0,258819	0,965926	0,267949	60º	0,866025	0,500000	1,732051
16º	0,275637	0,961262	0,286745	61º	0,874620	0,484810	1,804048
17º	0,292372	0,956305	0,305731	62º	0,882948	0,469472	1,880726
18º	0,309017	0,951057	0,324920	63º	0,891007	0,453990	1,962611
19º	0,325568	0,945519	0,344328	64º	0,898794	0,438371	2,050304
20º	0,342020	0,939693	0,363970	65º	0,906308	0,422618	2,144507
21º	0,358368	0,933580	0,383864	66º	0,913545	0,406737	2,246037
22º	0,374607	0,927184	0,404026	67º	0,920505	0,390731	2,355852
23º	0,390731	0,920505	0,424475	68º	0,927184	0,374607	2,475087
24º	0,406737	0,913545	0,445229	69º	0,933580	0,358368	2,605089
25º	0,422618	0,906308	0,466308	70º	0,939693	0,342020	2,747477
26º	0,438371	0,898794	0,487733	71º	0,945519	0,325568	2,904211
27º	0,453990	0,891007	0,509525	72º	0,951057	0,309017	3,077684
28º	0,469472	0,882948	0,531709	73º	0,956305	0,292372	3,270853
29º	0,484810	0,874620	0,554309	74º	0,961262	0,275637	3,487414
30º	0,500000	0,866025	0,577350	75º	0,965926	0,258819	3,732051
31º	0,515038	0,857167	0,600861	76º	0,970296	0,241922	4,010781
32º	0,529919	0,848048	0,624869	77º	0,974370	0,224951	4,331476
33º	0,544639	0,838671	0,649408	78º	0,978148	0,207912	4,704630
34º	0,559193	0,829038	0,674509	79º	0,981627	0,190809	5,144554
35º	0,573576	0,819152	0,700208	80º	0,984808	0,173648	5,671282
36º	0,587785	0,809017	0,726543	81º	0,987688	0,156434	6,313752
37º	0,601815	0,798636	0,753554	82º	0,990268	0,139173	7,115370
38º	0,615661	0,788011	0,781286	83º	0,992546	0,121869	8,144346
39º	0,629320	0,777146	0,809784	84º	0,994522	0,104528	9,514364
40º	0,642788	0,766044	0,839100	85º	0,996195	0,087156	11,43005
41º	0,656059	0,754710	0,869287	86º	0,997564	0,069756	14,30067
42º	0,669131	0,743145	0,900404	87º	0,998630	0,052336	19,08114
43º	0,681998	0,731354	0,932515	88º	0,999391	0,034899	28,63625
44º	0,694658	0,719340	0,965689	89º	0,999848	0,017452	57,28996
45º	0,707107	0,707107	1,000000	90º	1,000000	0,000000	No en té

COM CALCULAR MESURES EMPRANT EL DIBUIX A ESCALA

Enunciat del problema

El terreny d'un dels marges d'un riu és pla i a l'altre marge hi ha un penya-segat. Des de la vorera plana, la visual dirigida des del terra al bord superior del penya-segat forma un angle de 50° amb l'horitzontal. Si retrocedim 30 *m*, la visual al bord del penya-segat forma un angle de 32° amb l'horitzontal. Utilitzant el dibuix a escala, determina aproximadament l'amplada del riu i l'altura del penya-segat.

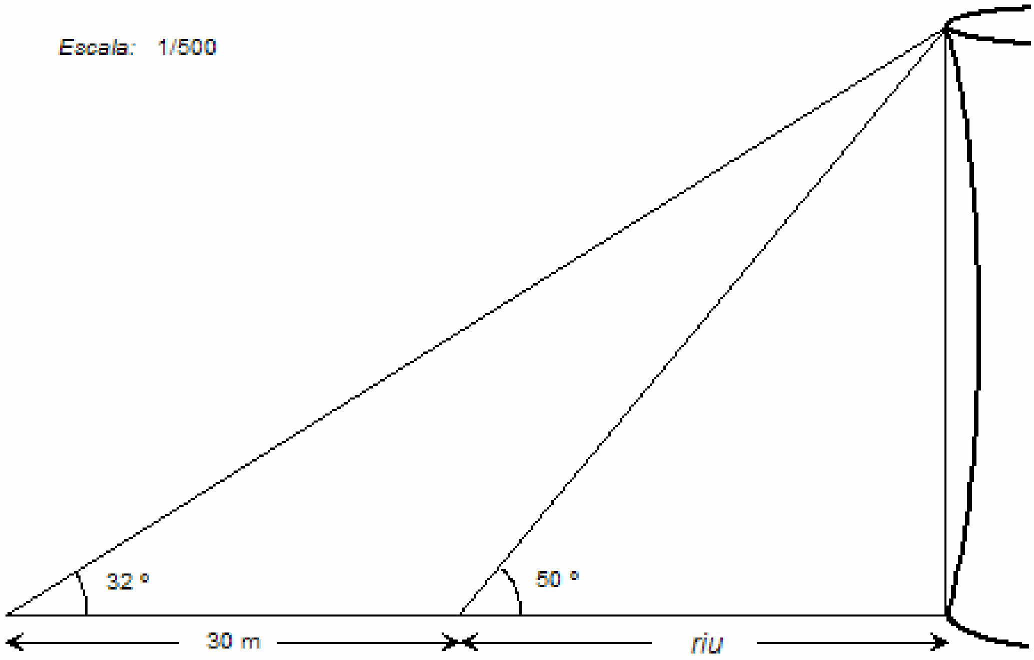
Resolució

Fem un dibuix a escala de la situació descrita. Per a què el dibuix càpiga, podem emprar de 2 *mm* per representar un metre (escala 1/500, pensa per què?).

Amb les dades (30 *m*, 32° i 50°), i l'escala adoptada, s'obté el dibuix de sota. Un cop està fet, es prenen les mides que corresponen, en el dibuix, a

l'amplada del riu (66 *mm*)

i l'altura del penya-segat (78'5 *mm*)



Com que cada 2 *mm* del dibuix corresponen a 1 *m* en la realitat, el riu té una amplada de 66:2 = 33 *m* (aprox.) i l'altura del penya-segat és de 77'6:2 ≅ 38'8 *m*.

Nota

Com ja deus saber a aquestes alçades, la resolució d'aquest problema utilitzant Trigonometria no és immediata i exigeix plantejar unes equacions:

$$\tan 32^\circ = \frac{h}{30+x}\ ,\ \tan 50^\circ = \frac{h}{x}$$ **on h = altura del penya-segat i x = amplada del riu**

Però, tot i així, continua sent molt més còmode i ràpid emprar la trigonometria que fer el dibuix a escala...

(Pots usar la Trigonometria per comprovar que el resultat és correcte. Observa que:

$$\frac{\text{"penya}-\text{segat"}}{\text{"riu"}} = \frac{38'8}{33} = 1'17575\ldots \cong \tan 50^\circ \quad \text{i}$$

$$\frac{\text{"penya}-\text{segat"}}{\text{"30m}+\text{riu"}} = \frac{38'8}{63} = 0'61587\ldots \cong \tan 32^\circ\ )$$