Generalitat de Catalunya
Departament d'Ensenyament

ioc institut obert de catalunya

5.EQUACIONS DE SEGON GRAU

Una equació de segon grau sempre **es pot arreglar** de forma que quedi: $ax^2 + bx + c = 0$

Si cap dels coeficients a, b i c són nuls direm que l'equació és **completa.**

Per resoldre-la , és a dir per trobar la o les solucions aplicarem la següent fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El valor que queda dins l'arrel quadrada s'anomena **discriminant** i el denotem amb el símbol: Δ

Segons el vaolr d'aquest discriminant equació tindrà dues, una (repetida) o cap solució.

- Si : $\Delta > \mathbf{0}$ **tenim dues solucions:** $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ i $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Si : $\Delta = \mathbf{0}$ **tenim una solució repetida (direm que és doble)** $x = \frac{-b}{2a}$
- Si : $\Delta < \mathbf{0}$ **no tenim cap solució doncs no podem fer l'arrel quadrada d'un nombre negatiu.**

Si el coeficient b o c són nuls direm que **l'equació és incompleta**. Per resoldre-la podem seguir utilitzant la fórmula general amb a=0 o b=0, però també podem seguir un mecanisme una mica més curt.

Quan **b=0** l'equació queda $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$ per aïllar la x podem fer els següents passos:

$$ax^2 = -c \quad ---\rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} --\rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Quan **c=0** l'equació queda $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$ per resoldre podem fer:

Treiem una x de factor comú: $x(\boldsymbol{ax + b}) = \mathbf{0}$

Un producte és 0 si algún dels dos factors és zero , així doncs : **x=0**

$$ax + b = 0 --\rightarrow \mathbf{x} = \frac{\mathbf{-b}}{\mathbf{a}}$$

Així les dues solucions serán: $\boldsymbol{x = 0} \quad \boldsymbol{i} \ \boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{-b}}{\mathbf{a}}$

EXEMPLES

5.1) $x^2 - 2x - 15 = 0$

5.2) $x^2 - 1 = 0$

5.3) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

5.4) $5x^2 + 5x - 30 = 0$

5.5) $(x + 2)^2 - 3x + 2(x - 5) = -8$

5.6) $x^2 + 6x = 0$

5.7) $x^2 + 49 = 0$

5.8) $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 0$

5.9) $x^2 - 12x = 0$

5.10) $x^2 - 14x + 49 = 0$

SOLUCIONS

5.1) $x^2 - 2x - 15 = 0$ *Equació de segon grau completa amb a= 1 b= -2 i c= -15*

Apliquem la fórmula: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot1\cdot(-15)}}{2\cdot1} = \frac{2\pm\sqrt{4+60}}{2} = \frac{2\pm\sqrt{64}}{2} = \frac{2\pm8}{2}$

$x_1 = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2}$=5 *i* $x_2 = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

Solució: Les dues solucions són 5 i -3.

5.2) $x^2 - 1 = 0$ *Equació de segon grau incompleta amb b=0*

$x^2 = 1 --\rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm1$

Solució: Les dues solucions són 1 i -1

5.3) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ *Equació de segon grau completa amb a= 2 b= 5 i c= 3*

Apliquem la fórmula: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2} = \frac{-5\pm\sqrt{25-24}}{4} = \frac{-5\pm\sqrt{1}}{4} = \frac{-5\pm1}{4}$

$x_1 = \frac{-5+1}{4} = \frac{-4}{4}$=-1 *i* $x_2 = \frac{-5-1}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$.

Solució: Les dues solucions són -1 i -3/2

5.4) $5x^2 + 5x - 30 = 0$ *Equació de segon grau completa amb a= 5 b= 5 i c= -30*

Apliquem la fórmula: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot5(-30)}}{2\cdot5} = \frac{-5\pm\sqrt{25+600}}{10} = \frac{-5\pm\sqrt{625}}{10} = \frac{-5\pm25}{10}$

$x_1 = \frac{-5+25}{10} = \frac{20}{10}$=2 *i* $x_2 = \frac{-5-25}{10} = \frac{-30}{10} = -3$.

Solució: Les dues solucions són 2 i -3

5.5) $(x+2)^2 - 3x + 2(x-5) = -8$ *Aquesta equació cal que l'arreglem per tal que ens quedi en forma general:*

Desenvolupem el quadrat aplicant doblement la propietat distributiva (o bé aplicant una de les igualtats notables)

$$(x+2)\cdot(x+2) - 3x + 2x - 10 = -8$$

$$x(x+2) + 2(x+2) - 3x + 2x - 10 = -8$$

$$x^2 + 2x + 2x + 4 - 3x + 2x - 10 = -8$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

Ara ja la tenim en forma general *amb a= 1   b= 3 i   c= 2*

Apliquem la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$

$x_1 = \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2}$*=-1   i* $x_2 = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$*.*

Solució: Les dues solucions són -1   i -2

5.6) $x^2 + 6x = 0$ Equació incompleta amb c= 0

Traiem factor comú la x $x(x+6) = 0$

Aquest producte és 0   si   x= 0 o bé   x+6= 0

Solució: Les dues solucions són 0   i -6

5.7) $x^2 + 49 = 0$ *Equació de segon grau incompleta amb b=0*

$x^2 = -49 - -\rightarrow x = \pm\sqrt{-49}$ *no podem fer l'arrel quadrada d'un nombre negatiu*

Solució: Aquesta equació no té solució

5.8) $(\ x+1)^2 + (x-1)^2 = 0$ Desenvolupem aquests binomis al quadrat per tal de tenir l'equació en forma general.

$$x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 = 0$$

$2x^2 + 2 = 0$ equació incompleta amb b=0

$2\,x^2 = -2 - -\rightarrow x^2 = \frac{-2}{2} = -1$ $x = \pm\sqrt{-1}$ *no podem fer l'arrel d'un negatiu*

Solució: Aquesta equació no té solució

5.9) $x^2 - 12x = 0$ 0 Equació incompleta amb c= 0

Traiem factor comú la x $\mathrm{x}(\mathrm{x}-12)=0$

Aquest producte és 0 si x= 0 o bé x-12= 0

Solució: Les dues solucions són 0 i 12

5.10) $x^2 - 14x + 49 = 0$ *Equació de segon grau completa amb a= 1 b= -14 i c= 49*

Apliquem la fórmula: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot1\cdot49}}{2\cdot1} = \frac{14\pm\sqrt{196-196}}{2} = \frac{14\pm\sqrt{0}}{2} = \frac{14\pm0}{2} = \frac{14}{2}$ *=7*

Solució: Només té la solució 7 que és doble.