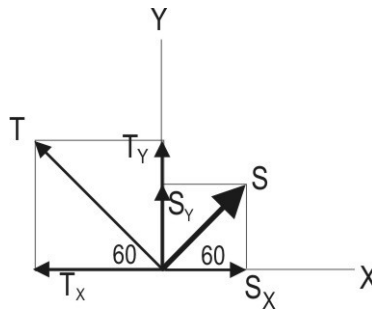


1.- Calculeu el valor de la força que sumada a $T = 50 \text{ N}$ dona com a resultant la força $S = 25 \text{ N}$



La suma de vectors serà: $\vec{S} = \vec{T} + \vec{R}$

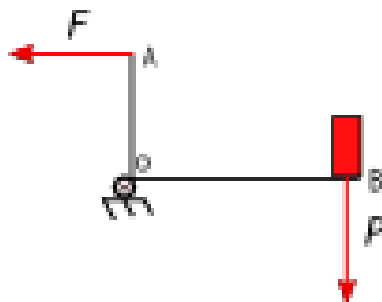
Sumant les components X i Y per separat

$$\begin{aligned} S_x &= T_x + R_x \\ 25 \cos 60 &= -50 \cos 60 + R_x \\ R_x &= 37,5 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_y &= T_y + R_y \\ 25 \sin 60 &= 50 \sin 60 + R_y \\ R_y &= 21,65 \text{ N} \end{aligned}$$

2.- Donada a palanca de la figura en què $OA = 1,25 \text{ m}$ i $OB = 2,45 \text{ m}$, sabent que el pes situat en B es de 350 kg , determineu:

- La força que cal fer en A per que el sistema estigui en equilibri.
- Reaccions en O



a) Força en A:
 $\Sigma M_O = 0$

Considerant positius els moments en sentit contrari a les agulles del rellotge:

$$+F \cdot OA - P \cdot OB = 0$$

$$F = \frac{P \cdot OB}{OA} = \frac{m \cdot g \cdot OB}{OA} = \frac{350 \cdot 9,81 \cdot 2,45}{1,25} = 6730 \text{ N}$$

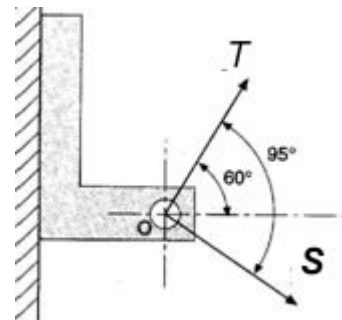
b.- Reaccions en O

$$R_O(\text{horitzontal}) = F = 6729,66 \text{ N}$$

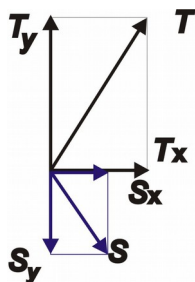
$$R_O(\text{vertical}) = P = 3433,5 \text{ N}$$

3.- En el sistema de la figura les forces en el punt O valen $T = 100 \text{ N}$ i $S = 50 \text{ N}$, determineu:

- Diagrama de les forces que actuen en el punt O
- Resultant en l'eix de les x
- Resultant en l'eix de les y
- Determineu el valor de la resultant



a)



b)

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_x = T_x + S_x$$

$$R_x = T \cdot \cos 60^\circ + S \cdot \cos 35^\circ = 100 \cdot \cos 60^\circ + 50 \cdot \cos 35^\circ = 50 + 40,96 = 90,96 \text{ N}$$

c)

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_y = T_y - S_y$$

$$R_y = T \cdot \sin 60^\circ - S \cdot \sin 35^\circ = 100 \cdot \sin 60^\circ - 50 \cdot \sin 35^\circ = 86,6 - 28,68 = 57,92 \text{ N}$$

d)

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(90,96)^2 + (57,92)^2} = 107,2 \text{ N}$$

4.- Si s'aplica un moment de $M = 10000 \text{ N}\cdot\text{m}$ en el sentit antihorari sobre la barra AB de longitud 4 m, quina serà la tensió del cable?

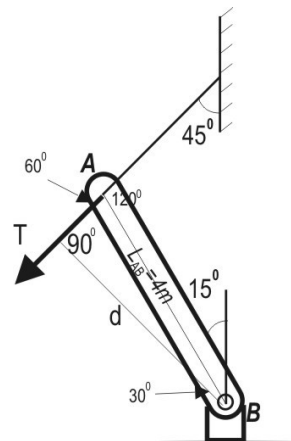
Apliquem la suma de moments respecte el punt B, perquè d'aquesta forma les forces que hi ha aplicades en el recolzament B no tenen braç de palanca i, per tant, no donen moment i només quedarà la força T aplicada en A.

El càlcul del moment és el producte de la força, en aquest cas T, pel braç de palanca perpendicular, en aquest cas d.

$$M = T \cdot d$$

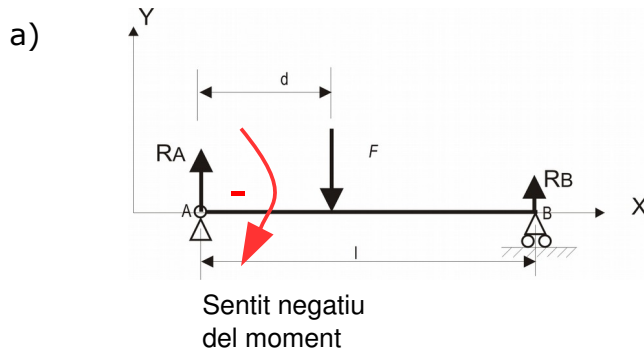
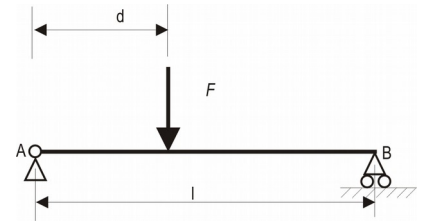
$$M = T \cdot AB \cdot \cos 30^\circ$$

$$T = \frac{M}{AB \cdot \cos 30^\circ} = \frac{10000}{4 \cdot \cos 30^\circ} = 2887 \text{ N}$$



5.- Suposem una biga com la de la figura, sense pes, que està en equilibri. Si $F = 2500$ N $d = 1,5$ m i $l = 5$ m:

- Dibuixeu el diagrama de les forces que actuen sobre la biga.
- Calculeu les reaccions R_A i R_B dels recolzaments.



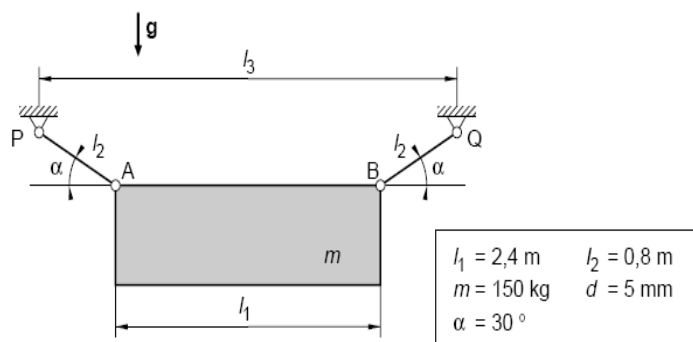
b) Si fem la suma de moments en A, la força R_A aplicada en A no dóna moment, només en donen F i la reacció R_B .

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ -F \cdot d + R_B \cdot l &= 0 \\ R_B &= \frac{F \cdot d}{l} = \frac{2500 \cdot 1,5}{5} = 750 \text{ N}\end{aligned}$$

Calculem la suma de forces respecte l'eix Y. En aquest cas no es fa la suma de forces amb respecte l'eix X perquè no n'hi ha cap.

$$\begin{aligned}\Sigma F_Y &= 0 \\ R_A - F + R_B &= 0 \\ R_A &= F - R_B = 2500 - 750 = 1750 \text{ N}\end{aligned}$$

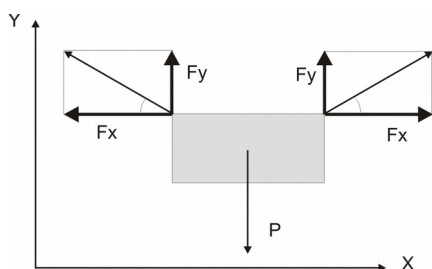
6♣ S'ha de penjar una pancarta rígida de massa $m = 150 \text{ kg}$ tal com s'indica a la figura. Els cables AP i BQ són de diàmetre $d = 5 \text{ mm}$.



Determineu:

- Representeu uns eixos de coordenades i poseu les forces que actuen descomposant-les sobre els mateixos.
- La distància l_3 a la qual s'han de posar els ancoratges P i Q perquè l'angle dels cables amb l'horitzontal sigui de $\alpha = 30^\circ$.
- La força que fa cadascun dels cables.

a) En ser una estructura simètrica la força en A és igual a la de B



$$F_x = F \cdot \cos \alpha = F \cdot \cos 30^\circ$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha = F \cdot \sin 30^\circ$$

b) $l_3 = l_1 + 2 \cdot l_2 \cdot \cos \alpha = 2,4 + 2 \cdot 0,8 \cdot 0,886 = 3,786 \text{ m}$

c) Com que és un sistema totalment simètric la força que fa cada cable és la mateixa i valdrà F ; on F_x i F_y seran les seves components

$$\sum F_x = 0$$

$$F_x - F_x = 0; \quad F_x (\text{dreta}) = F_x (\text{esquerra})$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_y + F_y - P = 0; \quad 2F_y = P$$

$$F_y = \frac{P}{2} = \frac{m \cdot g}{2} = \frac{150 \cdot 9,81}{2} = 735,75 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F = \frac{F_y}{\sin \alpha} = \frac{F_y}{\sin 30^\circ} = \frac{735,75}{0,5} = 1471,5 \text{ N}$$

7.- Calculeu les tensions dels cables *CB* i *AB* que subjecten el pes de 900 N

Descomponem les forces sobre els eixos *x,y*:

$$T_{AX} = T_A \cdot \cos 60$$

$$T_{AY} = T_A \cdot \sin 60$$

$$T_{CX} = T_C \cdot \cos 10$$

$$T_{CY} = T_C \cdot \sin 10$$

$$\sum F_x = 0$$

$$T_{AX} - T_{CX} = 0; \quad T_A \cdot \cos 10 - T_C \cdot \cos 60 = 0$$

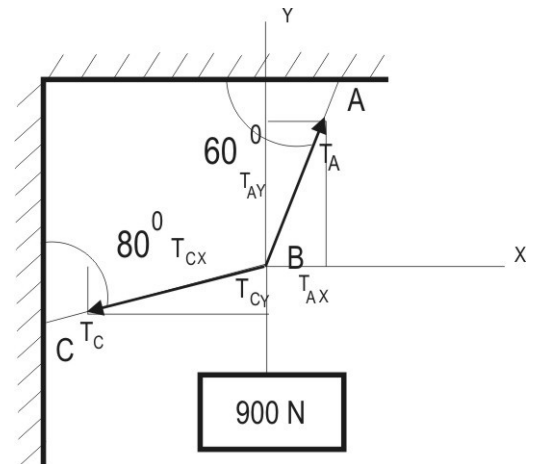
$$\sum F_y = 0$$

$$T_{AY} - T_{CY} - F = 0; \quad T_A \cdot \sin 60 - T_C \cdot \sin 10 - 900 = 0$$

S'ha de solucionar el sistema de dues equacions amb dues incògnites.

$$T_A = 1157 \text{ N}$$

$$T_C = 587 \text{ N}$$



8.- Calculeu les tensions dels cables *AB* i *BC*.

$$T_{Ax} = T_A \cos 30$$

$$T_{Ay} = T_A \sin 30$$

$$T_{Cx} = T_C \cos 45$$

$$T_{Cy} = T_C \sin 45$$

$$F_x = 600 \cdot \sin 30 = 300 \text{ N};$$

$$F_y = 600 \cdot \cos 30 = 519,61 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$F_x + T_{Cx} - T_{Ax} = 0;$$

$$300 + T_C \cdot \cos 45 - T_A \cdot \cos 30 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

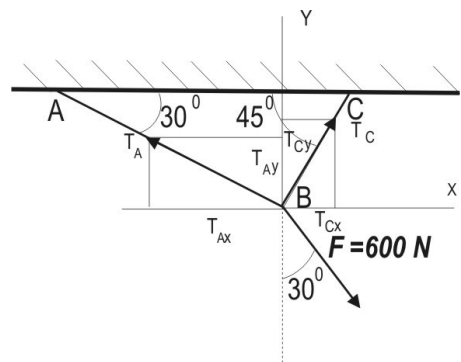
$$-F_y + T_{Ay} + T_{Cy} = 0$$

$$-519,6 + T_A \cdot \sin 30 + T_C \cdot \sin 45 = 0$$

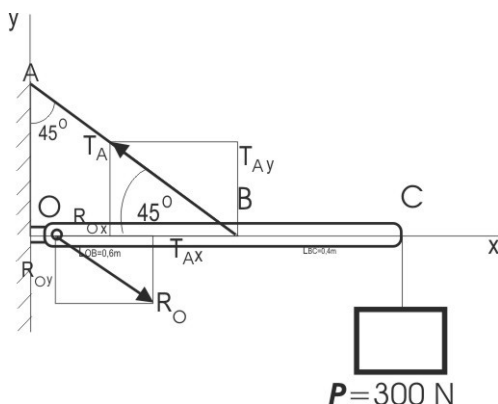
S'ha de solucionar el sistema de dues equacions amb dues incògnites.

$$T_A = 600 \text{ N}$$

$$T_C = 310,6 \text{ N}$$



9.- Calculeu la tensió del cable AB i les reaccions en el recolzament O . Sabent que l'angle en $\hat{B} = 45^\circ$, $L_{OB} = 0,6$ m o $L_{BC} = 0,4$ m.



a) $\Sigma M_O = 0$

$$+T_{Ay} \cdot L_{OB} - P \cdot (L_{OB} + L_{BC}) = 0$$

$$+T_A \cdot \sin \hat{B} \cdot L_{OB} - P \cdot (L_{OB} + L_{BC}) = 0$$

$$T_A = \frac{P \cdot (L_{OB} + L_{BC})}{\cos B \cdot L_{OB}} = \frac{300 \cdot (0,6 + 0,4)}{\cos 45^\circ \cdot 0,6} = 707,1 \text{ N}$$

b) $\Sigma F_x = 0$

$$R_{Ox} - T_{Ax} = 0$$

$$R_{Ox} - T_A \cdot \cos B = 0$$

$$R_{Ox} = T_A \cdot \cos B = 707,1 \cdot \cos 45^\circ = 500 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-R_{Oy} + T_{Ay} - P = 0$$

$$-R_{Oy} + T_A \cdot \sin B - P = 0$$

$$R_{Oy} = T_A \cdot \sin B - P = 707,1 \cdot \cos 45^\circ - 300 = 200 \text{ N (cap avall)}$$

10♣ En el muntacàrregues esquematitzat a la figura, el tambor on s'enrotlla el cable és accionat per un reductor de relació de transmissió $\tau = 0,01$ i de rendiment $\eta = 0,75$.

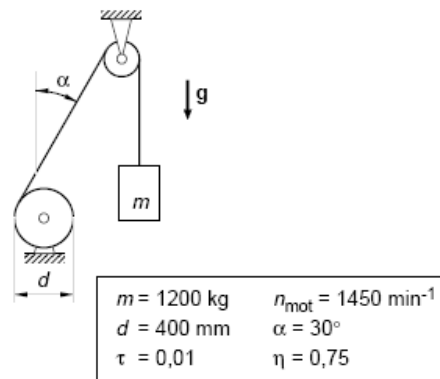
Quan es penja una càrrega $m = 1200$ kg, el motor gira a $n_{\text{mot}} = 1450$ min⁻¹.

Determineu:

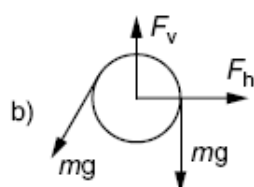
a) La velocitat de rotació del tambor i la velocitat amb què puja la càrrega.

b) La força que fa el cable i la força, vertical i horitzontal, a l'eix de la politja. (Es recomana dibuixar el diagrama de cos lliure de la politja.)

c) La potència subministrada pel reductor al tambor i pel motor al reductor.



a) $n_{\text{tambor}} = \tau n_{\text{mot}} = 0,01 \cdot 1450 = 14,50$ min⁻¹ ; $v = \omega r = \frac{14,5 \cdot 2 \cdot \pi}{60} \cdot 0,2 = 0,3037$ m/s



$F_{\text{cable}} = m g = 1200 \cdot 10 = 12$ kN

$F_h = m g \sin \alpha = 1200 \cdot 10 \cdot 0,5 = 6$ kN

$F_v = m g + m g \cos \alpha = 1200 \cdot 10 \cdot (1 + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 22,39$ kN

c) $P_{\text{tambor}} = F_{\text{cable}} v = 12000 \cdot 0,3037 = 3,644$ kW

$P_{\text{motor}} = P_{\text{tambor}} / \eta_{\text{red}} = 3,644 / 0,75 = 4,859$ kW

11♣ Un local disposa d'una finestra de superfície $S = 1,5$ m² amb vidre de conductivitat tèrmica $\lambda = 1,7$ W/(m K) i gruix $e = 10$ mm. Si la temperatura exterior és $\Delta T = 12$ °C més baixa que la interior, determineu: (És útil recordar que la potència transmesa és $P = \lambda(S/e) \cdot \Delta T$).

a) La potència tèrmica que el local perd per la finestra.

b) L'energia, en kW·h, perduda per la finestra en $t = 8$ h.

Si la temperatura del local es manté mitjançant una estufa que utilitza combustible de poder calorífic $p_c = 35$ MJ/kg i que té un rendiment $\eta = 0,85$, determineu:

c) El combustible necessari per restituir al local l'energia perduda per la finestra en $t = 8$ h.

a) $P = \lambda \frac{S}{e} \Delta T = 1,7 \frac{1,5}{0,01} 12 = 3060$ W

b) $E = P t = 3,060 \cdot 8 = 24,48$ kWh

c) $c = \frac{E_{\text{comb}}}{p_c} = \frac{E_{\text{tèrmica}}}{p_c \eta} = \frac{3060 \cdot 8 \cdot 3600}{35 \cdot 10^6 \cdot 0,85} = 2,962$ kg

12♣ En el procés de disseny d'una cafetera elèctrica es decideix que ha de poder escalfar un volum $V = 0,1$ l d'aigua fent-la passar de $T_1 = 20^\circ\text{C}$ a $T_2 = 95^\circ\text{C}$ en un temps $t = 30$ s. Aquesta cafetera s'endollarà a $U = 230$ V i la resistència calefactora es farà amb un fil de constantà de diàmetre $d = 0,3$ mm i resistivitat $\rho = 0,52 \mu\Omega\cdot\text{m}$. Determineu:

- La potència P necessària. (La calor específica de l'aigua és $4,18 \text{ kJ}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$.)
- La resistència R elèctrica.
- La longitud L del fil de la resistència.

a) $Q = P \cdot t \quad Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T \quad \delta = m / V$

$$P = \frac{V \cdot \delta_{\text{aigua}} \cdot c_e \cdot \Delta T}{t} = \frac{0,1 \text{ dm}^3 \cdot 1 \text{ kg} / \text{dm}^3 \cdot 4,18 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{C} \cdot (95 - 20) ^\circ\text{C}}{30 \text{ s}} = \mathbf{1,045 \text{ kW}}$$

b) $P = U \cdot I \quad U = R \cdot I$

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{230^2}{1045} = \mathbf{50,62 \Omega}$$

c) $R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi \cdot r^2}$

$$L = \frac{R \cdot \pi r^2}{\rho} = \frac{50,62 \cdot \pi \cdot 0,00015}{0,52 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{6,881 \text{ m}}$$

13.- Calculeu la quantitat calor que precisem per convertir 5 kg de gel a $t_i = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$ en vapor d'aigua a $t = 110\text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura canvi estat ($^{\circ}\text{C}$)	Calor latent (kJ/kg)	Calor específic (kJ/kg $\cdot^{\circ}\text{C}$)
$t_f = 0$	$L_f = 334$	$C_{e(\text{solid})} = 2,08$
$t_v = 100$	$L_v = 2260$	$C_{e(\text{liquid})} = 4,181$
		$C_{e(\text{vapor})} = 2,114$

Per fer arribar a la temperatura de fusió de gel a aigua

$$Q_{ti-A} = m \cdot c_{e(\text{solid})} \cdot \Delta t = m \cdot c_e \cdot (t_0 - t_i) = 5 \cdot 2,081 \cdot (0 - (-10)) = 104,1 \text{ kJ}$$

Per convertir l'aigua en vapor

$$Q_f = m \cdot L_f = 5 \cdot 334 = 1670 \text{ kJ}$$

Per fer arribar a la temperatura d'ebullició o vaporització

$$Q_{A-V} = m \cdot c_e \cdot \Delta t = m \cdot c_e \cdot (t_{100} - t_0) = 5 \cdot 4,181 \cdot (100 - 0) = 2091 \text{ kJ}$$

Per convertir l'aigua en vapor

$$Q_v = m \cdot L_v = 5 \cdot 2260 = 11300 \text{ kJ}$$

Per fer arribar el vapor a t

$$Q_{V-t} = m \cdot c_e \cdot \Delta t = m \cdot c_e \cdot (t - t_{100}) = 5 \cdot 2,114 \cdot (110 - 100) = 105,7 \text{ kJ}$$

Calor total necessari

$$Q_T = Q_{ti-A} + Q_f + Q_{A-V} + Q_v + Q_{V-t} = 104,1 + 1670 + 2091 + 11300 + 105,7 = 15270 \text{ kJ}$$