

PAU - Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials - Solucionari Quinzena 4 (proposades)

1 Considereu la funció real de variable real $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x - 4}$.

a) Determineu-ne els intervals de creixement i decreixement.

b) Trobeu-ne els extrems relatius.

Resolució:

El domini és tots els reals excepte el 4. La derivada és:

$$f'(x) = \frac{(2x+5)(x-4) - x^2 - 5x}{(x-4)^2} = \frac{2x^2 - 3x - 20 - x^2 - 5x}{(x-4)^2} = \frac{x^2 - 8x - 20}{(x-4)^2} = \frac{(x-10)(x+2)}{(x-4)^2}$$

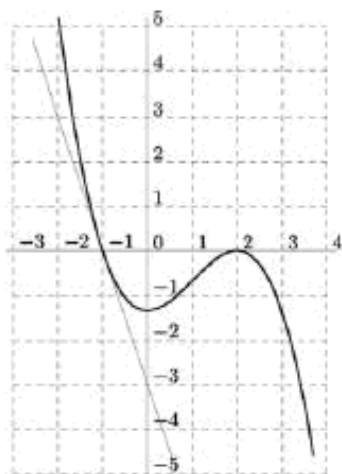
a) Per tant, els intervals de creixement i decreixement són:

	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 10; \quad x \neq 4$	$x = 10$	$x > 10$
	$f' > 0$	$f' = 0$	$f' < 0$	$f' = 0$	$f' > 0$
f	creix	màx	decreix	min	creix
f		1		25	

b) Els extrems són $(-2, 1)$ que és un màxim i $(10, 25)$ que és un mínim

PAU - Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials - Solucionari Quinzena 4 (proposades)

- 5 La corba $y = f(x)$ de la figura té per domini el conjunt de tots els nombres reals.



- Determineu els punts on la funció val 0. Determineu els valors de x pels quals la funció és positiva.
- Digueu en quins punts s'anul·la la derivada i en quins punts $f'(x) < 0$.
- Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 2$.
- Determineu la recta tangent en el punt d'abscissa $x = -1$.
- Determineu a sabent que $f(x) = a(x+1)(x-2)^2$.

Resolució:

- La funció val 0 per $x = -1$ i per $x = 2$, i és positiva per $x < -1$.
- La derivada s'anul·la per $x = 0$ i per $x = 2$ i $f'(x) < 0$ per $x < 0$ i $x > 2$.
- La recta tangent per $x = 2$ és $y = 0$
- El pendent de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = -1$ és -3 i la funció val 0. Per tant, la recta tangent és: $y = -3(x+1)$
- Tenim

$$f(x) = a(x+1)(x-2)^2 = a(x^3 - 3x^2 + 4x).$$

Per tant, la derivada és $f'(x) = a(3x^2 - 6x)$. Com aquesta val -3 per $x = -1$ obtenim $a(3+6) = -3$, d'on resulta $a = -\frac{1}{3}$. Per tant la funció és:

$$\boxed{f(x) = -\frac{1}{3}(x+1)(x-2)^2 = -\frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 + 4x)}$$