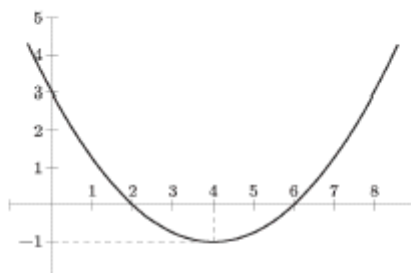


PAU - Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials - Solucionari quinzena 3

- 1 La gràfica següent representa una funció polinòmica de segon grau (paràbola).



- a) Trobeu el vèrtex de la paràbola i les interseccions amb els eixos.

[0,5 punts]

- b) Determineu l'equació de la paràbola.

[1,5 punts]

(2 punts)

Resolució:

- a) Observant el gràfic el vèrtex és $(4, -1)$, la intersecció amb l'eix y és $(0, 3)$ i amb l'eix x són els punts $(2, 0)$ i $(6, 0)$.

- b) Per tant l'equació de la paràbola és de la forma $y = a(x - 2)(x - 6) = a(x^2 - 8x + 12)$.

Imposant que passi pel punt $(0, 3)$ tenim $3 = a \cdot (-2)(-6)$, d'on resulta $a = \frac{1}{4}$, i la paràbola

per equació $\boxed{y = \frac{1}{4}(x - 2)(x - 6) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3}$.

PAU - Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials - Solucionari quinzena 3

2 Considereu la funció:

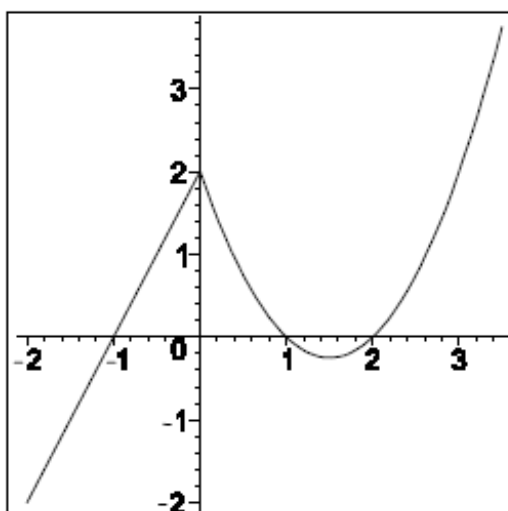
$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- a) Dibuixeu la gràfica.
- b) Estudieu-ne la continuïtat.
- c) Determineu els extrems relatius.

Puntuació: a) 1 punt; b) 0,5 punts; c) 0,5 punts. Total: 2 punts.

Resolució:

a) La gràfica de la funció és la recta de pendent 2 i ordenada a l'origen 2 per $x \leq 0$, i per $x > 0$ la paràbola $y = x^2$ traslladada de tal manera que talla l'eix x per $x = 1$ i $x = 2$, que són les arrels i a l'eix y en el punt $(0,2)$. Així tenim



b) Tenim $f(0^-) = 2$ i $f(0^+) = 2$. Per tant la funció és contínua en tots els punts.

c) Tenim un màxim relatiu en el punt $(0,2)$, perquè en un entorn de $x = 0$ la funció pren valors menors que 2 tret del punt $(0,2)$. El mínim relatiu s'obté igualant la derivada a 0, i resulta ser $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$.

PAU - Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials - Solucionari quinzena 3

- 4 Una màquina d'una fàbrica perd cada any un 20% del seu valor. Quan la van comprar va valer 40 milions de pessetes. Per quan es valorarà al cap de 10 anys de funcionament?

[2 punts]

Resolució:

Si cada any perd un 20% del seu valor inicial, el qual és P_0 , tenim:

Preu després de 1 any:

$$P_1 = P_0 - \frac{20}{100} P_0 = P_0 - 0,2P_0 = P_0(1 - 0,2) = 0,8P_0$$

Preu després de 2 anys:

$$P_2 = P_1 - \frac{20}{100} P_1 = P_1 - 0,2P_1 = P_1(1 - 0,2) = 0,8P_1 = 0,8 \cdot 0,8P_0 = 0,8^2 \cdot P_0$$

Preu després de 3 anys:

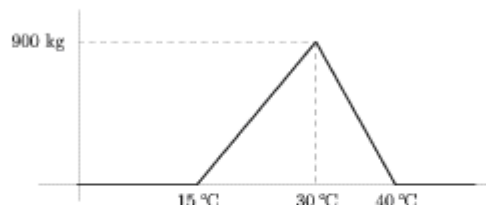
$$P_3 = P_2 - \frac{20}{100} P_2 = P_2 - 0,2P_2 = P_2(1 - 0,2) = 0,8P_2 = 0,8 \cdot 0,8^2 \cdot P_0 = 0,8^3 \cdot P_0$$

Es veu, doncs, que per cada any que passa el valor de la màquina és multiplica del 0,8, és a dir, al cap de n anys el seu valor és $P_n = 0,8^n \cdot P_0$ i al cap de 10 el seu valor serà:

$$P_{10} = 0,8^{10} P_0 = 0,8^{10} \cdot 40000000 = 0.1073741824 \cdot 40000000 = 4294967'3 \text{ pta}$$

PAU - Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials - Solucionari quinzena 3

- 5 Un hivernacle està destinat al cultiu de tomàquets. Se sap que les tomaqueres només produeixen fruits si la temperatura dins l'hivernacle està entre 15 °C i 40 °C. En la gràfica següent es mostra la producció de tomàquets en kilograms, segons la temperatura que es manté a l'hivernacle.



- a) Si la temperatura està entre 15 °C i 29 °C, digueu quina variació experimenta la producció en augmentar la temperatura 1 °C. Calculeu aquesta variació quan la temperatura està entre 30 °C i 39 °C.
- b) Definiu una funció a trossos que expressi la producció segons la temperatura.
- c) Trobeu les temperatures per a les quals s'obté el 75 % de la producció màxima.

(2punts)

Resolució:

a) Per a temperatures entre 15 °C i 29 °C la variació que experimenta la producció en augmentar 1 °C la temperatura és de $\frac{900}{15} = 60 \text{ kg/}^\circ$. Per temperatures entre 30 °C i 39 °C és de $-\frac{900}{10} = -90 \text{ kg/}^\circ$.

b) La funció que descriu el gràfic donat és:

$$f = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq 15 \\ 60(t-15) & \text{si } 15 < t \leq 30 \\ -90(t-40) & \text{si } 30 < t \leq 40 \\ 0 & \text{si } t > 40 \end{cases}$$

c) El 75% de 900 és 675. Per tant els valors de pels quals s'obté el 75% de la producció màxima són:

$$\left. \begin{aligned} 60(t-15) &= 675 \rightarrow t = 15 + \frac{675}{60} = 26.25^\circ \text{C} \\ -90(t-40) &= 675 \rightarrow t = 40 - \frac{675}{90} = 32.5^\circ \text{C} \end{aligned} \right\}$$