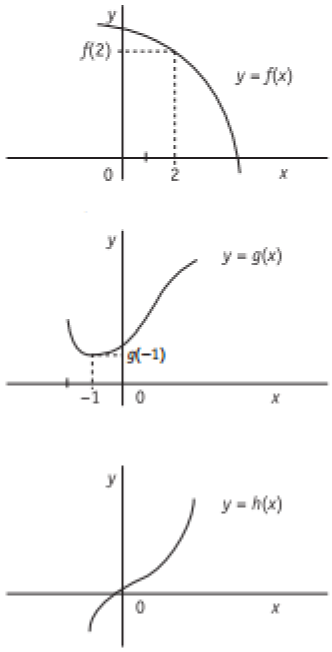
ACTIVITATS SOBRE DERIVACIÓ

1. Sense fer-ne la representació gràfica, indica si la funció f(x)= $(2-x)^2$ és creixent o decreixent en x = 6. Fes el mateix estudi en x = -1. Troba l'equació de la recta tangent en cadascun d'aquests punts.

2. Considera la funció f(x)= $x^3 - x^2 - 4x + 4$. En quins punts de la gràfica d'aquesta funció la recta tangent és paral·lela a l'eix d'abscisses

3. A partir de la gràfica, fes una estimació dels valors de f'(2), de g'(-1) i de h'(0)



4. La gràfica de la funció f(x)= $x^2 + bx + c$ presenta un mínim en el punt (3,-1). Troba *b i c i* verifica-ho dibuixant la funció.

5. Les gràfiques de les funcions polinòmiques de 2n grau f(x)= $ax^2 + bx + c$ sempre tenen un màxim o un mínim. Demostra que es troba localitzat en el punt $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$

6. Donada la funció f(x)= x^3,

a) Calcula f'(-1) i f'(2) i indica si la funció és creixent o decreixent en aquests dos punts, i, en cas que hi presenti el mateix tipus de variació, digues on és més ràpida aquesta rapidesa

b) Pot decréixer aquesta funció en algun punt?

7. Una petita mostra de material radioactiu conté 1 bilió d'àtoms. A conseqüència de la desintegració, el nombre N d'àtoms de la mostra va disminuint a mesura que passa el temps t. La funció N= f(t) que descriu aquesta situació és $N(t) = N_0 \cdot e^{-2t}$ on N_0 és el nombre inicial d'àtoms que hi ha a la mostra i t, el temps transcorregut en anys. Es demana:

a) Quants àtoms hi haurà a la mostra quan hagin passat 5 anys? I quan hagin passat 10 anys ?

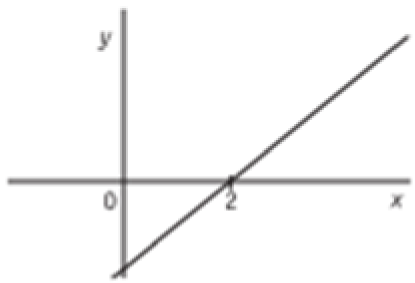
b) Quan és més ràpida la desintegració, als 5 anys o als 10 anys?

8. Troba $f^{(n)}(x)$ essent

a) $f\ (x) = 2^x$

b) $f\ (x) = e^{3x}$

9. Aquesta és la representació gràfica de la derivada f'(x) d'una funció polinòmica f(x)



a) Quin és el grau d'aquesta funció polinòmica ? Per què ?

b) Indica els intervals de creixement i decreixement de la funció f(x)

c) Té f(x) algun punt estacionari (Nota : x=a és un punt estacionari si f'(a)=0)

d) En cas afirmatiu, es tracta d'un màxim, d'un mínim o d'un punt d'inflexió de tangent horitzontal?

10. Calcula les equacions de les dues rectes del pla que passen pel punt P(1,-1) i que són tangent a la corba d'equació $f\ (x) = (x-1)^2$

11. Estudia la monotonia i dóna els intervals de creixement i de decreixement de les funcions i classifica els punts estacionaris:

$$f(x) = 1 - 2x - 3x^2$$

12. Estudia la monotonia i dona els intervals de creixement i de decreixement de les funcions i classifica els punts estacionaris:

$$f\ (x) = x^4 \cdot e^{-x}$$

13. Estudia la monotonia i dona els intervals de creixement i de decreixement de les funcions i classifica els punts estacionaris:

$$f\ (x) = x^3 - 5x^2 + 6x$$

14. Estudia la monotonia i dona els intervals de creixement i de decreixement de les funcions i classifica els punts estacionaris:

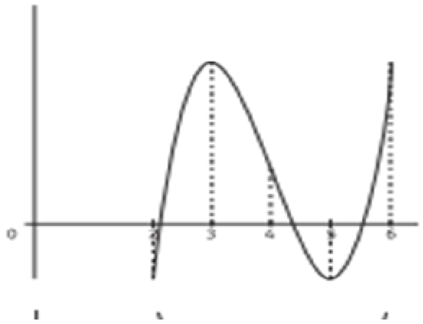
$$f\ (x) = \frac{1}{x-3}$$

15. Estudia la monotonia i dona els intervals de creixement i de decreixement de les funcions i classifica els punts estacionaris:

$$f\ (x) = x^2 - Lnx^2$$

16. Determina f(x) sabent que la derivada tercera és f '''(x)=24x, f(0)=0, f ''(0)=1 i f'(0)=2.

17. La gràfica següent correspon a una funció f:[2,6] $\rightarrow \mathbb{R}$, derivable i amb derivada contínua. Fes un esbós de la gràfica de f'(x): (2,6) $\rightarrow \mathbb{R}$ i justifica'n la resposta



18. Com a resultat del test efectuat amb un model d'automòbil per determinar-ne el consum de benzina, s'ha observat que, per a velocitats compreses entre 25 i 175 km/h, el consum en 100 km, fet a la velocitat constant de x km/h, es pot aproximar per la funció $C(x) = 7'5 - 0'05x + 0'00025\,x^2$

a) Determina el consum a les velocitats de 50 km/h i de 150 km/h

b) A quina velocitat s'obté un mínim del consum? Quin és aquest consum mínim?

c) Fes un estudi del creixement i decreixement de la funció C8x) a l'interval [25,175]. Determina a les velocitats que corresponen al consum màxim, així com aquest consum.

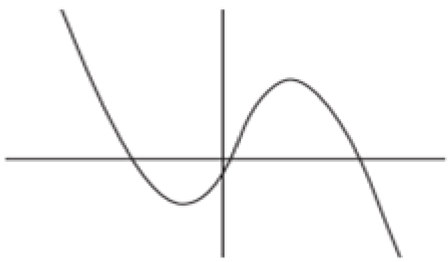
19. Esbrina el màxims i mínims i els punts d'inflexió de tangent horitzontal de la funció:

$$f(x) = x^4 + 2x^3$$

20. Esbrina el màxims i mínims i els punts d'inflexió de tangent horitzontal de les funció:

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$$

21. Donada la gràfica següent de la funció f(x) :

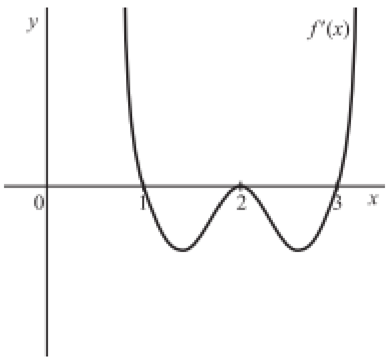


a) Dibuixa les gràfiques de f'(x) i f''(x) a partir de la gràfica de f(x)

b) Explica quina relació té el signe de la segona derivada en els punts estacionaris

22. Sabem que la gràfica de la derivada f'(x) d'una funció f(x) és la que es mostra seguidament. Observa que s'anul·la en x=1, en x=2 i en x=3.

Digues quins valors de x corresponen a mínims relatius de f(x). Explica el perquè de la teva resposta.



23. Trobeu "a" perquè el gràfic de la funció $f(x) = x^4 + ax^3 - 12x^2 - 25x + 6$ tingui un punt d'inflexió a x = -2. Té més punts d'inflexió aquest gràfic?.

24. Calcula a, b i c perquè la funció y = $ax^4 + bx^2 + c$ tingui un màxim a (0, 4) i un punt d'inflexió per a x = 1.

25. Determina els coeficients a i b de la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$, sabent que té un punt d'inflexió en x = 1, i que la recta tangent al gràfic de la funció en aquest mateix punt és horitzontal.

26. Donada la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, determina quins són els coeficients a, b i c per tal que aquesta funció tingui un màxim relatiu en x = 0, un mínim relatiu en x = 1 i que passi pel punt P(1, -1/2)

27. Considereu la funció: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$

a) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f(x) en el punt d'abscissa x = 3.

b) Existeix alguna altra recta tangent a la gràfica de f(x) que sigui paral·lela a la que heu trobat?. Raoneu la resposta i, en cas afirmatiu, trobeu-ne l'equació.

28. Considereu la funció: $f(x)=1+\frac{a}{x}+\frac{6}{x^2}$ on a és un paràmetre. Calculeu el valor del paràmetre a sabent que f(x) té un extrem relatiu en el punt d'abscissa x = 3. Aquest extrem relatiu, es tracta d'un màxim o d'un mínim?. Raoneu la resposta.

29. El consum d'un cotxe depèn de la seva velocitat v (expressada en km/h) segons la funció: $f(v)=\frac{3e^{0,012v}}{v}$ (en litres/km). Quina és la velocitat més econòmica?.

30. Troba l'equació de la recta tangent de la funció $f(x)$ en els punts que s'indiquen.

a) $f(x)=x\cdot e^{x}$ per a $x=0$.

b) $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$ per a $x=1$.

31. Troba l'equació de la recta tangent de la funció $f(x)$ en els punts que s'indiquen.

a) $f(x)=(x^2-1)^2$ per a $x=1$.

b) $f(x)=2x^2+5x-3$ per a $x=-1$.

32. Troba els valors de "a" i de "b" per a que la funció $f(x)$ tingui un màxim, un mínim o un punt d'inflexió en el punt que s'indica.

a) $f(x)=x^3+ax^2+bx+7$ punt d'inflexió en el punt (1, 5).

b) $f(x)=ax^2+bx+12$ mínim en el punt (4, –4).

33. Troba els punts de la gràfica de la funció $f(x)=x^3+3x^2+4x+5$ de manera que la seva recta tangent sigui paral·lela a la recta $y=4x+5$.

34. Estudia els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$.

35. En una carretera, l'altura sobre el nivell del mar ve donada, en metres, per l'expressió:

$$y(x) = \frac{10x^2}{(x-1)^2 + 1}$$

On “x” són els quilòmetres recorreguts des de l’inici de la carretera (x=0). Per a quins valors de “x” la carretera fa pujada i per a quins valors fa baixada?

36. Troba les tangents a la corba d’equació $y = x^2 - x + 3$ que formen amb l’eix de les abscisses angles de 45º i de –45º.

37. La producció de certa hortalissa en un hivernacle (q(x) en kg) depèn de la temperatura (x en ºC) segons l’expressió $q(x) = (x + 1)^2(32-x)$

a) Calcula raonadament quina és la temperatura òptima a mantenir a l’hivernacle.

b) Quina serà la producció d’hortalissa a aquesta temperatura òptima?

38. Un pagès estima que si ven el kg de cebes a x cèntims d’euro, llavors el seu benefici per kg seria igual a $b(x) = 100x - x^2 - 2475$.

a) Quins nivells de preus suposen beneficis per pagès?

b) Quin és el preu que maximitza el benefici del pagès?

c) Si disposa de 50 tones de cebes, quin és el benefici total màxim?

39. El cost de producció de x unitats diàries d’un determinat producte és $C(x) = x^2/4 + 35x + 25$ euros i el preu de venda d’una d’elles és $p(x) = 50 - x/4$ euros. Troba el nombre d’unitats que s’ha de vendre diàriament perquè el benefici sigui màxim.

40. Un centre comercial obre a les 10 i tanca a les 22 hores. S’ha comprovat que el número de persones que acudeixen a aquest centre es pot representar, en funció de l’hora del dia, en la forma: $N(t) = at^2 + bt + c$ (a diferent de zero). Sabent que a les 18 hores es registra la màxima afluència de clients amb un total de 64 persones, i que quan el centre comercial obre no n’hi ha cap client esperant:

a) Determina, justificant la resposta, els coeficients a, b i c.

b) Representa la funció obtinguda.

41. Certa entitat financera llença al mercat un pla d'inversió la rendibilitat del qual R(x) en centenars d'euros, ve donada en funció de la quantitat invertida x en centenars d'euros, per mitjà de l'expressió següent $R(x) = -0{,}001x^2 + 0{,}5x + 2{,}5$.

a) Deduir raonadament quina quantitat de diners li convé invertir a un client en aquest pla.

b) Quina rendibilitat obtindria?

42. Un gelater ha comprovat que, a un preu de 50 cèntims d'euros la unitat, ven una mitjana de 200 gelats diaris. Per cada cèntim que augmenta el preu, ven dos gelats menys al dia. Si el cost per unitat és de 40 cèntims, a quin preu de venta és màxim el benefici diari que obté el gelater?

43. Després de t hores, el rendiment de cert estudiant (en una escala de 0 a 100) ve donat per la funció $r(t) = 380t/(t^2 + 4)$.

a) Calcula el rendiment a les 4 hores d'estudi.

b) Determina quan creix i quan decreix el rendiment en les 7 primeres hores d'estudi.

c) Troba en quin moment aconsegueix l'estudiant el seu màxim rendiment, i el valor d'aquest rendiment màxim.

44. Un hort té actualment 24 arbres, que produeixen 600 fruits cada un. Es calcula que, per cada arbre addicional plantat, la producció de cada arbre disminueix en 15 fruits, Quin ha de ser el número total d'arbres que ha de tenir l'hort perquè la producció sigui màxima?

45. En una indústria es produeixen recanvis de peces d'automòbil. S'ha fet un estudi dels costos dels recanvis fabricats i ha resultat que el cost diari de producció de x peces (en euros) ve donat per la següent funció $C(x) = 3200 + 20x + 2x^2$.

a) Quantes peces d'aquests recanvis s'han de produir diàriament perquè el cost unitari sigui el mínim possible?

b) Quin és el cost diari al fabricar aquest nombre de peces?

c) Quin és, en aquest cas, el cost de cada peça?

46. Una agència immobiliària té 50 apartaments per llogar. Quan el lloguer és de 540 € mensuals, tots estan ocupats, mentre que per cada 30 € d’augment es produeix, en promig, una vacant. Cada apartament ocupat requereix un promig de 36 € mensuals de conservació i serveis. Quin lloguer s’ha de cobrar per obtenir el benefici màxim?

47. Un cultivador de cítrics de València estima que si es planten 60 tarongers, la producció mitjana per arbre serà de 400 taronges. La producció mitjana decreixerà en 4 taronges per arbre addicional plantat en la mateixa extensió. Quants arbres ha de plantar el cultivador per maximitzar la producció?

48. Donada $f(x) = 2x^3 – 3x^2$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

49. Donada $f(x) = x^4 – 2x^2$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

50. Donada $f(x) = x^3 – 3x^2 + 1$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

51. Donada $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

52. Donada $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7x - 8$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

53. Donada $f(x) = x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 10$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

54. Donada $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

55. Donada $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

56. Donada $f(x) = 2x^3 - 9x^2$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

57. Donada $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

58. Donada $f(x) = x^3 - 9x$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

59. Donada $f(x) = x^3 - 3x$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

60. Donada $f(x) = (x + 2)/(x - 1)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

61. Donada $f(x) = 2x/(x^2 + 1)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

62. Donada $f(x) = x^2/(x^2 + 1)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

63. Donada $f(x) = 9/(x^2 – 9)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

64. Donada $f(x) = (16 – 8x)/x^2$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

65. Donada $f(x) = x/(x^2 + x + 1)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

66. Donada $f(x) = x/(x^2 - x + 1)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

67. Donada $f(x) = 4x/(x - 1)^2$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

68. Donada $f(x) = x^2/(x + 2)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

69. Donada $f(x) = 1/(x^2 + 1)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.

70. Donada $f(x) = 1/(x^3 + x)$, es demana:

a) Domini, continuïtat i asímptotes.

b) Punts de tall amb els eixos.

c) Simetries.

d) Intervals de creixement i decreixement i possibles màxims i mínims.

e) Amb la informació anterior, fer una representació aproximada de la funció.