

EXERCICIS I PROBLEMES DE SUCCESSIONS

1. La suma dels tres primers termes d'una progressió aritmètica és 12 i la diferència 16. Calcula el primer terme.
2. Troba la suma de tots els números parells compresos entre 98 i 1002.
3. Els dos primers termes d'una progressió aritmètica són $(a-b)^2$ i $(a+b)^2$. Troba la diferència i la suma dels set primers termes.
4. L'últim terme d'una progressió aritmètica de 10 termes val 16. La suma de tots els seus termes val 70. Calcula el primer terme i la diferència.
5. El primer terme d'una progressió aritmètica és 17, l'últim 12 i la diferència $-1/2$. Esbrina quants termes té aquesta progressió i quant val la seva suma.
6. El primer terme d'una progressió aritmètica de 8 termes és $4/25$ i l'últim $1/4$. Troba la suma dels 8 termes.
7. El primer terme d'una progressió aritmètica és 1, el segon 2 i la suma de tots els seus termes 210. Esbrina quants termes té aquesta progressió.
8. El primer terme d'una progressió aritmètica és $a-2$, la diferència és $2-a$ i la suma de tots els seus termes és $10-5a$. Esbrina quants termes té.
9. Troba la suma de tots els múltiples de 5 compresos entre 1 i 1000 (inclòs).
10. En una progressió aritmètica de 6 termes, el primer val 2 i la suma de tots ells és igual a la meitat del quadrat del nombre de termes. Formar la progressió.
11. La suma dels quatre termes d'una progressió aritmètica és 3 i l'últim terme és 1. Troba els altres tres termes.
12. En una progressió aritmètica, l'últim terme és $2 + 7$, la diferència, i la suma de tots els termes $16 + 28$. Troba el primer terme i el nombre de termes de la progressió. $\sqrt{2} \sqrt{2} \sqrt{2}$

13. Interpola 6 mitjans aritmètics entre 32 i 70.
14. ¿Quants números senars consecutius, després del 7, sumen 153?
15. Troba la suma dels vint primers múltiples de 3.
16. Els coeficients d'una equació de segon grau i el terme independent formen una progressió aritmètica. La suma de les arrels representa la tercera part de la suma dels termes de la progressió i el producte de les arrels excedeix en 7 unitats al coeficient del segon terme. ¿Quina és l'equació?
17. Els primers termes d'una progressió aritmètica són: -30, -19, -8, ... Troba dos termes consecutius d'aquesta progressió les arrels quadrades de la qual es diferenciïn en una unitat.
18. En preguntar a un empleat quant temps portava treballant en una empresa, va contestar: "No ho sé; només puc dir que porto cobrats 174.000 €, que aquest any m'han donat 14.400€ i que cada any he tingut un augment de salari, respecte a l'anterior de 600 €." ¿Quants anys porta treballant en aquesta empresa?
19. A les nou del vespre va acabar una de les sessions del Congrés, i en el temps que va durar la sessió va donar el rellotge 48 campanades. ¿A quina hora va començar la sessió si el rellotge dona les hores i les mitges hores (aquestes amb una sòlida campanada)?
20. Una persona, no podent pagar d'una vegada un deute de 12950 €, proposa al seu creditor pagar-li 600 € al final del primer mes i cada mes 50 € més que el mes anterior. ¿En quants mesos es cancel·larà el deute i quin serà l'import de l'últim pagament?
21. Justifica si la successió els primers termes de la qual són els següents és una progressió aritmètica: $\left\{ \frac{n^2 - 1}{n}, n, \frac{n^2 + 1}{n}, \frac{n^2 + 2}{n}, \dots \right\}$
22. Trobar el terme que ocupa el lloc 100 en la progressió $\left\{ -5, -\frac{13}{3}, -\frac{11}{3}, -3, \dots \right\}$
23. Trobar els cinc primers termes d'una progressió aritmètica sabent que el desè terme val 60 i la diferència val 3.

24. Troba la suma de tots els nombres senars compresos entre 100 i 200.
25. En una progressió aritmètica el primer terme val 3 i la diferència és 2. Esbrina quants termes d'aquesta successió cal sumar perquè el resultat sigui 10200.
26. La suma dels 18 termes d'una progressió aritmètica és 549 i el producte dels termes extrems (el primer i l'últim) és 280. Calcula la diferència de la progressió i el valor d'aquests termes extrems.
27. Construeix una progressió aritmètica de 5 termes, sabent que el tercer val 1 i la diferència entre els extrems és 12.
28. Calcula el primer terme i la diferència d'una progressió aritmètica de 100 termes, sabent que l'últim dels termes val 199 i la suma de tots ells val 10000.
29. Demostrar que la suma dels n primers números senars és igual a n^2 .
30. Trobar el quart terme d'una progressió aritmètica de la qual se sap que la suma dels seus dos primers termes és 4 i la suma dels seus 3 primers termes és 3.
31. El primer terme d'una progressió aritmètica és 117; l'últim és -30 i la suma de tots els termes és 2175. Esbrina el nombre de termes de la progressió i la diferència.
32. Calcula les longituds dels costats d'un triangle rectangle sabent que estan en progressió aritmètica i que el menor d'ells mesura 8 cm.
33. Calcula la suma de tots els múltiples de 13 compresos entre 500 i 7800.
34. Una progressió aritmètica consta de 3 termes. La seva suma val 27 i la suma dels seus quadrats val $\frac{511}{2}$. Calcula els tres termes.
35. Troba el primer terme d'una progressió aritmètica de la qual se sap que el terme que ocupa el lloc 11 és el doble del que ocupa el lloc 7, i la diferència de la progressió és $0'5$.

36. En una progressió aritmètica els termes que ocupen els llocs 3 i 5 sumen 64, i els que ocupen els llocs 2 i 7 sumen 70. Calcula aquests termes i la diferència de la progressió.
37. Un coronel que mana 3003 soldats vol formar-los en triangle, de manera que la primera fila tingui un soldat, la segona 2, la tercera 3 i així successivament. ¿Quantes files tindrà la formació?
38. Fa quants dies va estar treballant un cambrer en un establiment sabent que el primer dia va rebre una gratificació de 10 €, i que cada dia que passava rebia 3 € més de gratificació, arribant a cobrar l'últim dia 55 €.
39. Trobar els 6 termes d'una progressió aritmètica de la qual se sap que la suma dels 3 primers val 3 i la suma dels tres últims val 39.
40. Comprovar que $\{x^2 - 2x + 1, x^2 + 1, x^2 + 2x + 1, \dots\}$ és una progressió aritmètica i calcular el 5è terme.
41. Els angles d'un hexàgon estan en progressió aritmètica i el menor mesura 40° . Troba els altres.
42. Les cinc xifres d'un nombre estan col·locades en progressió aritmètica. Sabent que la suma dels valors absoluts de totes les seves xifres és 20 i que la primera és el doble de la tercera trobat número.
43. Interpola quatre mitjans diferencials entre 7 i 22. (Es tracta de construir una progressió aritmètica de 6 termes de manera que el primer valgui 7 i l'últim 22).
44. Interpola vuit mitjans diferencials entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$
45. Troba la suma dels n primers termes de la successió $\left\{ \frac{n-1}{n}, \frac{n-2}{n}, \frac{n-3}{n}, \dots \right\}$
46. La suma dels termes d'una progressió aritmètica és 169 i el seu terme central val 13. Esbrina quants termes té aquesta progressió.

47. Trobar el nombre de termes i la raó d'una progressió geomètrica el primer terme de la qual és 4, l'últim 62500 i la suma de tots els seus termes 78124.
48. La raó d'una progressió geomètrica és 2, el nombre de termes 11 i la suma de tots ells 2047. Troba el primer i l'últim dels termes.
49. Trobar la suma dels 5 primers termes d'una progressió geomètrica la raó de la qual és igual a i el primer terme és igual a $\sqrt[5]{\frac{1}{a}} \sqrt{a}$
50. Troba la suma de les 12 primeres potències de 2.
51. Troba la suma dels set primers termes de la progressió els tres primers termes de la qual són: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
52. La suma dels 5 termes que formen una progressió geomètrica és i la raó és b. ¿Quant val el primer terme? $(b^2 + 1)(b + 1)$
53. En una progressió geomètrica de tres termes, la suma d'ells és 133 i el primer val 1. ¿Quina és la raó?
54. El primer terme d'una progressió geomètrica és 1 i la raó 3. Troba la suma dels termes compresos entre el segon i el novè.
55. Troba la suma dels deu primers termes de la progressió els primers termes de la qual són: $2, -2^2, 2^3, -2^4, \dots$
56. El primer terme d'una progressió geomètrica il·limitada de raó menor que 1 és $\frac{2}{3}$, i el límit de la suma de tots els seus termes és 1. Calcula la raó de la progressió.
57. En una progressió geomètrica de cinc termes, l'últim és doble del tercer i el producte de tots ells és igual a . Trobar tots els termes de la progressió. $4\sqrt{2}$
58. Donat un cert nombre sencer de 6 xifres, agrupem les seves xifres de dos en dues: centenes de miler amb desenes de miler, milers amb centenes i desenes amb unitats. Els tres números

de dues xifres que s'obtenen formen una progressió geomètrica de raó 2. Si a 1000 vegades la suma dels termes d'aquesta progressió se li agrega el número inicial s'obté 412896. ¿Quin era aquest número?

59. En un celler hi ha dos enormes dipòsits de vi A i B. Tots els dies es treuen certes quantitats de vi de cadascun dels dipòsits. Del dipòsit A es van extreure 5 litres el primer dia, 10 el segon, 20 el tercer i així successivament. Del dipòsit B es van extreure 2 litres el primer dia, 4 el segon, 8 el tercer i així successivament. L'últim dia es van extreure del dipòsit A 96 litres més que del dipòsit B. ¿Quants litres de vi es van extreure en total de cada dipòsit i durant quants dies?
60. En una progressió geomètrica la suma dels dos primers termes és 12 i la suma del primer amb el tercer és 30. Troba la suma dels cinc primers termes.
61. Els dos primers termes d'una progressió geomètrica són $\frac{9}{16}$ i $\frac{9}{4}$. Troba dos termes consecutius d'aquesta progressió les arrels quadrades de la qual es diferenciïn en 48.
62. La població d'una província ha augmentat durant 5 anys en progressió geomètrica, passant de 200000 a 322102 habitants. ¿Quina ha estat la raó de la progressió? Exprésala en %.
63. Un estany de 28800 metres cúbics de capacitat s'omple d'aigua en dues hores per mitjà de quatre canyes els cabals d'aigua dels quals (en metres cúbics per segon) estan en progressió geomètrica de raó 3. Esbrina el cabal de cadascun dels cans.
64. Un poble, que fa uns anys tenia una població de 10000 habitants, avui només en té 6561. Cada any la disminució ha estat del 10% dels seus habitants. ¿Quants anys fa que la població era de 10000?
65. Conta la llegenda que l'inventor del joc de l'escac va demanar com a recompensa al seu rei un gra d'arròs per la primera casella, dues per la segona, quatre per la tercera, 8 per la quarta i així successivament fins a completar les 64 caselles que té el tauler. ¿Quants hectolitres d'arròs va demanar l'inventor suposant que en un litre hi caben 20000 grans d'arròs?
66. Radio Macuto: A les 9 del matí una persona compta un secret a tres amics amb la condició que no s'ho comptin absolutament a ningú. A les 9'30 hores del matí cadascun d'aquests tres "amics" se l'ha comptat a altres tres amb la mateixa condició. A les 10 del matí cadascun

d'aquests amics se l'ha comptat a altres tres i així successivament cada mitja hora. Suposant que s'ha tingut la immensa sort que a ningú se l'han comptat per dues vies diferents, ¿quanta gent estaria assabentada del "secret" a les 4 de la tarda?

67. Esbrina per a quins valors de K les expressions següents estan en progressió geomètrica: $K + 3$, $6K + 3$, $20K + 5$.

68. Troba el valor de x perquè les següents expressions formin una progressió geomètrica: $x + 2$, $3x + 2$, $9x - 2$.

69. A una corda de 700 mm de longitud se li donen dos talls de manera que un dels trossos extrems té una longitud de 100 mm. Trobar la longitud de cada tros sabent que els números que les representen estan en progressió aritmètica.

70. En una progressió geomètrica de 14 termes la suma dels termes que ocupen lloc senar és 16383 i la suma dels termes que ocupen lloc parell és 32766. Troba el primer terme i la raó.

71. Troba, raonadament, els valors de x perquè les expressions $x - 2$, $2x - 1$ i $4x + 13$ estiguin en progressió geomètrica.

72. Resol el sistema sabent que x, y, z formen una progressió geomètrica.
$$\begin{cases} 6x - y - z = 0 \\ x + y + z = 7 \end{cases}$$

73. Tres números, x, y, z, sumen 19. Col·locats en aquest ordre formen una progressió geomètrica però si es disminueix el primer en una unitat estan en progressió aritmètica. Calcula aquests números.

74. Trobar les dimensions d'un estany de les quals se sap que sumen 21 m i que estan en progressió geomètrica. La capacitat de l'estany és de 216 m^3 .

75. Demuestra que els números estan en progressió geomètrica.

$$\left\{ \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}, \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{3}, \frac{8}{9(\sqrt{2} + \sqrt{6})}, \dots \right\}$$

76. La raó d'una progressió geomètrica és i el seu tercer terme és . Calcula el sisè terme i la suma dels sis primers. $r = \sqrt{3}$ $a_3 = \sqrt{\frac{3}{2}}$

77. Esbrina per a quin valor de n es compleix la següent igualtat: $5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = 19530$

78. Demostrar que si els números a , b i c estan en progressió geomètrica, llavors l'equació de segon grau $ax^2 + bx + c = 0$ no té solucions reals i que l'equació $ax^2 + 2bx + c = 0$ té una arrel real doble.

79. Demostrar que si la successió de nombres reals positius $\{a_n\}$ és una progressió geomètrica, llavors la successió $\{b_n\}$, en la qual $b_n = \log(a_n)$ és una progressió aritmètica.

80. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2n \cdot \left(\frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^3} + \frac{3}{n^3} + \dots + \frac{n}{n^3} \right) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 5n^2 + 1}{2n^2 + 4n + 2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{3n^3 + 2n^2 + 4n + 2} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right) \cdot \left(1 + \frac{2}{n} \right) \cdot \left(1 + \frac{3}{n} \right) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4n+1}{2n+3}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 + 3n + 1}{n^2 + 2n + 3} \right)^{\frac{3n^2 + 8}{n^2 + 1}}$$

81. Calcula:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (2n-1)^2}{2n^2 + 1} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n-1} \right)^{n+1} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n+1} \right)^{n^2} \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n$$

82. Calcula

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 3n}{n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2}{n-1}} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{2n-3} \right)^{\frac{n+2}{2n}} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3}{3n^2 + 2} \right)^{\frac{2n+5}{3n+4}} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4-n^2}{n-n^2} \right)^{\frac{1+5n^2}{n}}$$

83. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 2)(n^2 - 2)}{(n+2)^2(2n-1)^2} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-5}{3n^2-2} - \frac{5n-3}{4n^2+1} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-2}{4n-3} \right)^{4n+3} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+5}{n^2} \right)^{2n^2}$$

84. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n + 5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{2n-1} - \frac{n^2+1}{2n+1} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{3n+1} - \frac{n^2}{3n-1} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n-2} \right)^{n^2-3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+5}{3n^2-n} \right)^{n^2-2}$$

85. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3+2n-1}{n^2+n+2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{3n+1} - \frac{n^2}{3n-1} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n+2 - \frac{7+3n^2}{n+1} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+1}{3n^2-1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$$

86. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+2n^2}{3n^2-n} - \frac{2n^3-1}{3n^2-3} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n^2-1 - \frac{2n^4+5n^3-n^2}{n^2+2} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-3}{4n} \right)^{\frac{2n^2-1}{2n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-2}{3n+2} \right)^{3n}$$

87. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{-n^2 - n + 1}$$

$$\lim \frac{n^2}{1 + \frac{1}{n}}$$

$$\lim (n^2 - 7n^3 + 19n - 1)$$

$$\lim \frac{5n^3 - n^2 - n}{2n^3 + 4n - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - 2}{2n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2}{n-1}}$$

88. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n^2 - n + 1}{3n^2 + 2n - 3} \right)^{-n^3 + 2n^2 - n}$$

$$\lim (n^{10} - n^8 - n^6)$$

$$\lim \frac{-3n^3 - n^2 - n - 1}{-n^2 - n - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 - 1}{5n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2 + 1}{n-1}}$$

89. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - n + 2}{4n^2 + 2n - 3} \right)^{n^3 + 2n^2 - n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 - 2n}{3n^2 + 6} \right)^{\frac{-2n^2 + 3}{3n-1}}$$

$$\lim \left(\frac{2n^2 - n + 1}{2n^2 - 3n + 2} \right)^{-n+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-5}{3n^2-2} - \frac{5n-3}{4n^2+1} \right)$$

90. Calcula:

$$\lim \left(2 + \frac{1}{n} \right)^n$$

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n+5} \right)^{n+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n^2 - 1 - \frac{2n^4 + 5n^3 - n^2}{n^2 + 2} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 + 2n^3 - 3n \right)^{\frac{4n^2 - 4n^3}{1 + 2n^3}}$$

91. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 2n^2}{3n^2 - n} - \frac{2n^3 - 1}{3n^2 - 3} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3 - 2n + 1}{3n^3 + n - 5} \right)^{-n^2 + 2n - 3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3 - n - 1}{3n^3 - 2n} \right)^{\frac{2n^2 - 1}{n + 2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2 - 2}$$

92. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 1}{3n^2 + 1} \right)^{\frac{n^3 + 1}{n^2 - 1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 2}{3n^2 + 1} \right)^{\frac{2n^2}{n - 1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - 3n + 6}{4n^2 + 5} \right)^{5n^2 - 7n - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^4 - 2n - 3}{2n^5 - 1}}$$

93. Calcula:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2 - 2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^4 - 2n^2 + 3}{n^4 - 2n + 1} \right)^{n^2 - 2n^3 + 1}$$

$$\lim (n^2 - 7n^3 + 19n - 1)$$

$$\lim \frac{5n^3 - n^2 - n}{2n^3 + 4n - 1}$$

94. Calcula:

$$\lim \frac{3n^3 - n^2 - n - 1}{-n^2 - n - 1}$$

$$\lim \left(\frac{n + 3}{2n^3 - 1} \right)^{2n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n + 5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n - 1}{n - 2} \right)^{n^2 - 3}$$

95. Calcula:

$$\lim \left(\frac{3n - 1}{2n + 4} - \frac{n + 1}{n - 1} \right)^n$$

$$\lim \left(\frac{n^2}{2n - 1} - \frac{n^2 + 1}{2n + 1} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n - 3}{4n} \right)^{\frac{2n^2 - 1}{2n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n + 2 - \frac{7 + 3n^2}{n + 1} \right)$$