



xelu

.net

materials del curs de:

MATEMÀTIQUES

FRACCIONS

EXERCICIS



AUTOR:

Xavier Vilardell Bascompte
xevi.vb@gmail.com - www.xelu.net



ÚLTIMA REVISIÓ:

21 d'abril de 2009

Centre de Formació Permanent d'Osona Sud



Aquests materials han estat realitzats per donar les classes al
Centre de Formació Permanent d'Osona Sud.



Si dues fraccions $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$ són **EQUIVALENTS**, $a \cdot d = b \cdot c$

SIMPLIFICAR una fracció és obtenir-ne una altra d'equivalent, però que tingui els termes més petits. D'aquesta manera,

$$\frac{30}{40} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{-42}{105} = \frac{-14}{35} = \frac{-2}{5}$$

Si una fracció NO es pot simplificar, s'anomena **IRREDUCTIBLE**.

EXERCICI 1

Comprova si són equivalents els següents parells de fraccions:

$$-\frac{3}{5} = \frac{12}{-20}$$

$$-\frac{9}{7} = -\frac{18}{14}$$

$$-\frac{5}{4} = \frac{-35}{28}$$

$$\frac{-5}{20} = -\frac{18}{72}$$

$$-\frac{35}{17} = \frac{17}{-35}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{-2}{-3}$$

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{-7}{-5}$$

$$-\frac{1}{3} = \frac{-1}{3}$$

$$\frac{39}{26} = \frac{21}{15}$$

$$\frac{100}{500} = \frac{13}{65}$$

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

**EXERCICI 2**

Escriu dues fraccions equivalents a $\frac{3}{5}$

1. amb numerador 21.
2. amb denominador -70.

EXERCICI 3

Escriu el nombre necessari perquè les fraccions següents resultin equivalents.

$$\frac{7}{5} = \frac{\dots}{-10}$$

$$\frac{-56}{32} = \frac{7}{\dots}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{\dots}{-5}$$

$$\frac{30}{48} = \frac{\dots}{144} = \frac{\dots}{8} = \frac{15}{\dots}$$

Si simplifiquem una fracció dividint els seus termes pel màxim comú divisor de tots dos, n'obtenim la fracció irreductible.

CRITERIS DE DIVISIBILITAT

- **Divisibilitat per 2:** un nombre és divisible per dos si acaba en zero o en xifra parella.
- **Divisibilitat per 3:** un nombre és divisible per tres si la suma de les seves xifres és múltiple de tres.
- **Divisibilitat per 4:** un nombre és múltiple de quatre quan les seves dues últimes xifres o bé són dos zeros o bé formen un número múltiple de quatre.
- **Divisibilitat per 5:** un nombre és múltiple de cinc quan acaba en zero o en cinc.
- **Divisibilitat per 6:** un nombre és divisible per sis quan ho és per tres i per 2.



- **Divisibilitat per 9:** un nombre és divisible per nou quan la suma de les seves xifres és múltiple de nou.
- **Divisibilitat per 10:** un nombre és divisible per deu si acaba en zero. Anàlogament, si acaba en 00 serà divisible per 100, si acaba en 000 serà divisible per mil, etc.
- **Divisibilitat per 11:** un nombre és divisible per onze quan la diferència entre la suma de les xifres que ocupen una posició parella i la suma de les xifres que ocupen una posició senar és múltiple d'onze.

EXERCICI 4

Comprova si són correctes totes les igualtats que resulten de simplificar les fraccions següents:

$$-\frac{30}{90} = \frac{15}{-45} = \frac{-5}{9} \qquad \frac{121}{110} = \frac{-11}{-10} \qquad \frac{-65}{169} = -\frac{13}{5} \qquad -\frac{180}{330} = \frac{6}{11}$$

EXERCICI 5

Aplica el criteri de divisibilitat per 3 per saber quins dels nombres següents són múltiples de 3.

576

831

119

13

216

EXERCICI 6

Simplifica fins a arribar a una fracció irreductible:

$$\frac{20}{60}$$

$$\frac{124}{248}$$

$$\frac{24}{88}$$

$$\frac{28}{30}$$

$$\frac{100}{280}$$

$$\frac{580}{660}$$

$$\frac{222}{444}$$

$$\frac{688}{880}$$

$$\frac{2430}{4638}$$



Per **SUMAR** nombres racionals, ho fem de la següent manera:

a) Si tenen el mateix denominador,

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$$

b) Si els denominadors són diferents, els transformem en fraccions equivalents que tinguin el mateix denominador. Aquest denominador sol ser el mínim comú múltiple dels denominadors que teníem al principi.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{6}{12} + \frac{9}{12} + \frac{20}{12} = \frac{35}{12}$$

c) Si algun dels sumands és un nombre enter, l'expressem com a nombre racional de denominador 1 i ho resollem com en el cas anterior.



EXERCICI 7

Suma o resta i simplifica, si cal, les fraccions següents:

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{7}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} =$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{2}{8} + \frac{4}{5} =$$

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{6}{7} + \frac{4}{5} =$$

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{4}{8} + \frac{5}{6} =$$

$$\frac{6}{9} + \frac{7}{8} =$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{7}{9} - \frac{1}{9} =$$

$$\frac{6}{8} - \frac{4}{8} =$$

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{7} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{9} =$$

$$\frac{3}{6} - \frac{2}{8} =$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{9} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{4}{6} =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{8} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{6}{9} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{9} =$$

$$\frac{7}{9} - \frac{4}{7} =$$

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{6}{12} - \frac{7}{36} =$$

$$\frac{2}{45} + \frac{5}{18} =$$

$$\frac{11}{21} + \frac{13}{49} =$$

$$\frac{15}{63} + \frac{17}{98} =$$

$$\frac{4}{75} + \frac{9}{50} =$$

$$\frac{5}{12} + \frac{11}{42} =$$

$$\frac{19}{45} + \frac{23}{75} =$$

$$\frac{13}{27} + \frac{17}{18} =$$

$$\frac{7}{24} + \frac{5}{36} =$$

$$\frac{7}{16} + \frac{5}{12} - \frac{11}{24} =$$

$$\frac{13}{24} - \frac{7}{16} + \frac{15}{32} =$$

$$-\frac{5}{12} + \frac{29}{36} - \frac{1}{24} =$$

**EXERCICI 8**

Calcula i simplifica fins a arribar a la fracció irreductible:

a. $\frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) =$

b. $\left(\frac{-4}{5}\right) + \frac{1}{8} =$

c. $\frac{3}{7} + \left(-\frac{2}{14}\right) =$

d. $\left(\frac{-4}{10}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) =$

e. $\frac{7}{5} - \frac{1}{4} =$

f. $\frac{6}{7} - \left(-\frac{2}{5}\right) =$

g. $\left(-\frac{4}{7}\right) - \left(-\frac{6}{10}\right) =$

h. $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{7} =$

i. $1 - \frac{2}{7} =$

j. $\frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{7}\right) =$

k. $\frac{9}{3} + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{7}\right) =$

l. $\frac{4}{6} + \left(\frac{-3}{5}\right) + \left(\frac{-1}{7}\right) =$

m. $\left(4 - \frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4} + 2\right) =$

n. $\left(-\frac{6}{7}\right) + \frac{1}{2} =$



o. $\left(\frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{9}\right) =$

p. $\frac{3}{4} - \left[\left(\frac{-3}{8}\right) + \frac{1}{4}\right] =$

q. $2 - \left(\frac{-3}{5}\right) =$

r. $\left(\frac{4}{6}\right) - (-1) =$

s. $-4 - \frac{4}{7} =$

t. $\frac{1}{2} - \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + \frac{2}{7}\right] =$

u. $\frac{-5}{4} - \left(\frac{-1}{7}\right) =$

v. $-\frac{4}{6} - \frac{1}{3} - \frac{2}{6} =$

w. $\frac{3}{4} - \left[\frac{2}{5} + \left(\frac{-1}{8}\right)\right] =$

x. $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{8}\right) - \frac{3}{7} =$

Per **MULTIPLICAR** nombres racionals, ho fem així:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 1}{3 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{10}{189}$$



Per **DIVIDIR** nombres racionals, així:

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

Per **ELEVAR** un nombre racional a una potència, així:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

I per trobar l'**ARREL QUADRADA** d'un nombre racional, així:

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \pm \frac{3}{2}$$

EXERCICI 9

Efectua les operacions següents mentalment:

$1 + \frac{1}{2} =$

$1 - \frac{1}{2} =$

$3 + \frac{1}{3} =$

$3 - \frac{1}{3} =$

$-2 + \frac{1}{2} =$

$-2 + \frac{1}{3} =$

$4 - \frac{1}{4} =$

$5 - \frac{1}{5} =$

$6 + \frac{1}{6} =$

$6 - \frac{1}{6} =$

$-6 + \frac{1}{6} =$

$-6 - \frac{1}{6} =$

$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} =$

$7 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{-5}{2} =$

$-\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{-4}{5} =$



$$\frac{-2}{3} : \frac{3}{2} =$$

$$\frac{-9}{2} : \frac{2}{3} =$$

$$-\frac{1}{4} : \frac{3}{5} =$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$$

$$\left(\frac{5}{-2}\right)^2 =$$

$$\sqrt{\frac{100}{64}} =$$

$$\sqrt{\frac{144}{81}} =$$

$$\frac{\sqrt{10000}}{\sqrt{900}} =$$

EXERCICI 10

Calcula la fracció producte suprimint els factors comuns:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{15}{4} \cdot \frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{12}{7} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\frac{18}{25} \cdot \frac{10}{9} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) =$$

$$\frac{2x}{5y} \cdot \frac{5}{8y} \cdot \frac{6y}{7x} \cdot \frac{x}{6} \cdot 3 =$$

$$\frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) \cdot \frac{15}{9} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

EXERCICI 11

Fes les operacions següents, i pensa a simplificar sempre que puguis.

$$\left(-\frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{3}{-2}\right) \cdot \frac{5}{7} \cdot \left(\frac{-7}{10}\right) =$$

$$\left(\frac{-8}{27}\right) \cdot \frac{9}{16} \cdot \left(\frac{2}{-3}\right) \cdot \left(\frac{-6}{4}\right) =$$

$$\left(-\frac{15}{9}\right) : \frac{5}{3} =$$

$$(-8) : \frac{4}{3} =$$

$$\frac{2}{\frac{3}{4}} =$$

$$\frac{a}{2} + \frac{2a}{3} =$$

$$\frac{5a}{8} \cdot \frac{4}{10b} \cdot \frac{5b}{a} =$$

$$\frac{3(a+b)}{5(x+y)} \cdot \frac{10(x+y)}{9(a+b)} =$$



PROPIETATS DE LES OPERACIONS DE NOMBRES RACIONALS

SUMA O ADDICIÓ

Associativa

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{5} = \frac{7}{6} - \frac{1}{5} = \frac{29}{30}$$

Commutativa

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

Element neutre

$$\frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4}$$

Element opost

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = 0$$

MULTIPLICACIÓ

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{2}{21} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{2}{105}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}$$

Invers

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$$

(el racional $\frac{0}{1}$ no té invers)

Propietat distributiva de la multiplicació respecte a l'addició

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{4}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4}$$

Quan expressem aquesta igualtat de la forma

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{4}\right) \text{ diem que n'hem extret el } \mathbf{FACTOR COMÚ}.$$

**EXERCICI 12**

Aplica la propietat distributiva de la multiplicació respecte a la suma en els exercicis següents:

$$-\frac{3}{4}\left(1-\frac{1}{3}\right)=$$

$$\frac{2}{5}\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)=$$

**PROBLEMES DE FRACCIONS:**

- a) Un cotxe recorre 60 km en una hora. Quants en recorre en $\frac{3}{4}$ d'hora?
- b) Un ciclista recorre 9 km en $\frac{1}{4}$ d'hora. Quants quilòmetres recorre en $\frac{3}{4}$ d'hora?
- c) Un avió fa 300 km en $\frac{3}{4}$ d'hora. Quina és la velocitat d'aquest avió, en km/h?
- d) Un botiguer rebaixa, pel gener, en $\frac{7}{9}$ el preu d'unes bambes amb incrustacions de pedres precioses que valien 63000 euros. Com que no aconsegueix vendre-les, pel febrer les rebaixa $\frac{4}{5}$ del preu ja rebaixat. Quin és el preu final de les bambes?
- e) A un treballador li han pagat $\frac{12}{36}$ del seu sou, deixant-li a deure 480€. A quan ascendeix el seu sou?
- f) D'un camp de patates s'han recollit $\frac{1}{3}$ del total i encara queden 2000 Kg. Quants Kg hi havia en el camp?
- g) Les $\frac{4}{16}$ parts d'un tros de filferro medeixen 20m. Quan medirà el tros complet?
- h) Les $\frac{3}{12}$ parts del camí medeixen 60m. Quan medirà la resta del camí?
- i) D'un arbre s'han tallat les $\frac{4}{12}$ parts medint aquest tros 4m. Quan medirà el tros que ha quedat?
- j) Una persona ha fet els $\frac{2}{5}$ del seu treball invertint 6 hores. Quan haurà tardat quan hagi acabat el treball?
- k) Les $\frac{6}{24}$ parts d'un terreny medeixen 3 ha. Quan medirà la part que falta?



- l) Dos novens dels alumnes d'una classe són afeccionats al futbol; a cinc dotzens els agrada el bàsquet, i els 13 que queden juguen a altres esports. Quants alumnes hi ha a la classe?
- m) Dos cinquens dels 50 treballadors d'una empresa van a treballar amb cotxe; tres desens de la resta hi van a peu i els altres hi van amb autobús. Quants van a treballar de cada manera?
- n) Quatre setens dels arbres d'un jardí són pins; els avets són un cinquè del total, i la resta són 16 arbres de diferents espècies. Quants arbres hi ha en total?
- o) Entres tres amics es reparteixen 600000 euros. Un d'ells s'emporta $\frac{7}{12}$ del total; un altre, 150000 euros. Quina fracció del total es quedarà el tercer?
- p) Es reparteixen els $\frac{3}{5}$ de 15.000 Euros entre huit persones. Quan li correspon a cada una?
- q) Els $\frac{2}{5}$ d'un formatge valen 126 Euros. Quan val el formatge sencer? I $\frac{5}{9}$ del formatge?
- r) Un tren de passatgers surt de l'estació de Vic. A l'estació de Balenyà baixen $\frac{1}{9}$ dels passatgers, amb la qual cosa el tren segueix amb 400 passatgers. Quants passatgers portava el tren quan va sortir de Vic?