

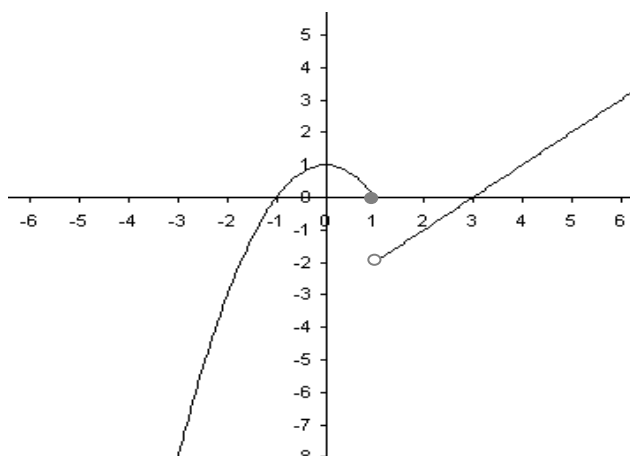
EXERCICIS DE CÀLCUL DE LÍMITS I CONTINUÏTAT

1. Representa les funcions definides a trossos següents:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 3 \\ -x+7 & x \geq 3 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 3x+5 & x < -1 \\ 2x & -1 \leq x < 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \geq 2 \\ \frac{2x-3}{2} & x < 2 \end{cases}$$

2. De la funció definida a trossos del gràfic adjunt indica el valor dels límits següents:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$



3. Calcula el valor que ha de tenir k perquè la funció següent sigui contínua:

$$f(x) = \begin{cases} -kx+2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2-k & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Fes després el gràfic de la funció.

4. Estudia la continuïtat de la funció racional $y = \frac{2x^2-1}{x^2-4}$:

- Indica el tipus de discontinuïtat que es dona.
- Calcula les asímptotes que tingui aquesta funció.
- Fes-ne la representació gràfica aproximada segons el teu estudi.

5. Calcula els límits de funcions següents:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{3x^2} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot e^x \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x + 2)^{-x^2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{x+5} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x}{4x - 2} \right)^{2x-1} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 4} \end{array}$$

6. Calcula els límits de funcions següents:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{3x^2 - 5x + 7}{-2x^2 + 50x}} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - x^2 + 5}{2x \cdot (5 - x)^2} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 - x}}{1 - \sqrt{5 - x}} \end{array}$$

7. Calcula els límits següents:

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} 2 & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-5} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x^2} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (-7) & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^{10}} \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^{10}} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^{13}} & \text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^{13}} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow -1} x^6 & \text{k) } \lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 & \text{l) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^6} \end{array}$$

8. Troba els límits següents:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^7 & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^7 & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 7^x & \text{h) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 7^x & \text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{7})^x \\ \text{m) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 & \text{n) } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 & \text{ñ) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2} \\ \text{r) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 5^x & \text{s) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 5^x & \text{t) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3} \right)^x \end{array}$$

9. Troba els límits següents:

$$\begin{array}{lll} \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[7]{x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^7} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^7} \\ \text{j) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{7})^x & \text{k) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 7^{\frac{1}{x}} & \text{l) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 7^{\frac{1}{x}} \\ \text{o) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2} & \text{p) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} & \text{q) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^4} \\ \text{u) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x & \text{v) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 4^{x^2} & \text{w) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 4^{x^2} \end{array}$$

10. Troba els límits següents:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 3} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 3} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^6}{3x^2 + 2x - 1} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x^6}{3x^2 + 2x - 1} \\ \text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 - 3x^2 - 5} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 - 3x^2 - 5} \end{array}$$

11. Troba els límits següents:

$$\begin{array}{ll} \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{3x^2} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{3x^2} \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^4}{-x^4 + 2x^2 - 5} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{16}{x - 2} \\ \text{k) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^4}{-x^4 + 2x^2 - 5} & \text{l) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{16}{x - 2} \end{array}$$

12. Determina el límit d'aquestes funcions:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x + 1) & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x + 1} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{x - 4}{2}\right) & \text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{x-1} \\ \text{i) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 3)(2x - 3) & \text{j) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 2}{x} \\ \text{m) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 3x - 2} & \text{n) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x - 2}{3x^3 - 7x + 1} \end{array}$$

13. Determina el límit d'aquestes funcions:

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 5x + 6)$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - x + x^2 - x^3)$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2}$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{\frac{2}{3x-1}}$

k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{2x^3 + 1}$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 8x^2 - x + 8)$

ñ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 8x + 16}{35}$

o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - 2x + 3x^2 - x^3}{2x^2 - 5x - 4}$

14. Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-4}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^4$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{3}{x^3} \right]$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{2}{x^5} \right]$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{-x}$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{-x}$

15. Calcula els límits següents:

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x^{-2}}{5} \right]$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left[\frac{x^5}{3} \right]$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 3x - 1}{x^3 + 3}$

j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{3} \right]^x$

k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 2}}$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x^2 + 1} + \frac{3}{x + 2} \right]$

16. Resol els següents límits:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 1}{5x} \cdot \frac{6x}{x^3 + 1} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 5}{1 - 2x} : \frac{5x^3}{x^2 + 12} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^2 + 3}{5x} + \frac{6x - x^2}{3x} \right)$

17. Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$

d) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$

18. Calcula aquests límits:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$$

19. Calcula els límits següents:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x^3 - 2x^2 + x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{5x^2 - 13x - 6}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 1}{x^3 + 1}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 3x^2}{x^2 + x}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$$

20. Calcula els límits següents:

$$a) \lim_{x \rightarrow -3} \left[\frac{x^3 + 27}{x^2 - 9} \right]^-$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1^-} \left[\frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x + 1} \right]$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x^2 - 4}{x + 1} \cdot \frac{x^2 + 4}{x^2 - 2x} \right]$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x + 1}$$

21. Calcula els límits laterals i el límit, quan existeixi, de les següents funcions en els punts que s'indiquen:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{si } x < 3 \\ 2x & \text{si } 3 \leq x \end{cases} \text{ en } x = 3$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 1 & \text{si } x < 1 \\ x + 2 & \text{si } 1 \leq x \end{cases} \text{ en } x = 1$$

22. Donada la funció:

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 2x+5 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Calcula:

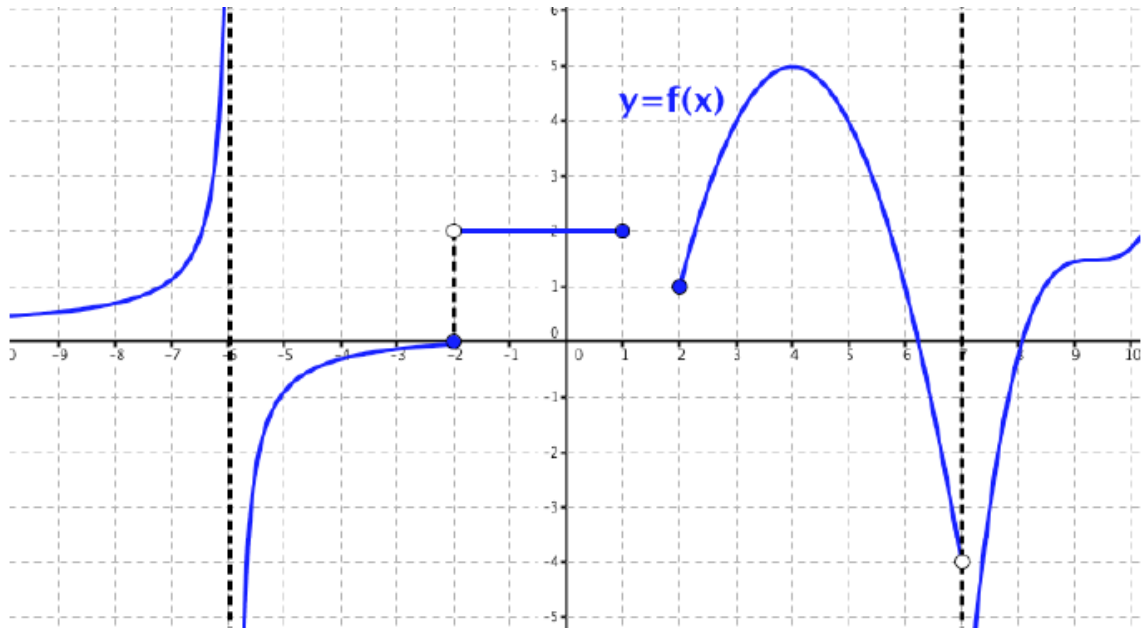
$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

Té alguna discontinuïtat? **Justifica la resposta.**

23. Estudia la continuïtat de les funcions següents:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 2 \\ 2x - 1 & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 5 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

24. Classifica **raonadament** les discontinuïtats que presenta la funció següent:



25. Estudia la continuïtat de les funcions següents:

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 2 \\ x - 2 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} \frac{5}{x-5} & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{10}{x+2} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

26. Estudia la continuïtat de les funcions:

$$a) f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 + 4x - 1 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ x+11 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x-4} & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -2 \\ -x^2 + 4 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

27. Determina el valor de "a" perquè aquesta funció sigui contínua en tot R

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + a & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

28. Determina el valor de b perquè la següent funció sigui contínua en tot el seu domini:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x \leq 3 \\ x + b & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

29. Troba el valor de k perquè la següent funció sigui contínua en $x = -2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{si } x \neq -2 \\ k & \text{si } x = -2 \end{cases}$$

30. Calcula m, n, p i q perquè la següent funció sigui contínua en tot \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} & \text{si } x < -8 \\ -2m + 3 & \text{si } -8 \leq x < -4 \\ x - \frac{1}{n} & \text{si } -4 \leq x < 2 \\ px & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

31. Calcula k, en cada cas, de manera que les següents funcions siguin contínues en tot \mathbb{R} :

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} kx - 3 & \text{si } x < 4 \\ -x^2 + 10x - 13 & \text{si } x \geq 4 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 1 + |x| & \text{si } x < 0 \\ k & \text{si } x = 0 \\ \frac{3}{2}x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

32. L'espai recorregut per un mòbil en funció del temps ve donat per la funció següent:

$$e(t) = \begin{cases} 3t^2 & \text{si } 0 \leq t < 2 \\ 3t + a & \text{si } 2 \leq t \leq 5 \\ -t^2 + 13t + b & \text{si } 5 < t \end{cases}$$

Determina els valors de a i b perquè la funció sigui contínua en $t = 2$ i $t = 5$

33. Un comerciant vol vendre un determinat producte, i per a això cobra 6 € per cada unitat. No obstant això, si se l'encarreguen més de 10 unitats, disminueix el preu per unitat, de manera que per cada x unitats cobra:

$$C(x) = \begin{cases} 6x & \text{si } 0 < x \leq 10 \\ \sqrt{600 + ax^2} & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

- a) Troba el valor de a de manera que el preu varii de forma contínua al variar el nombre d'unitats que es compren.
- b) A quant tendeix el preu d'una unitat quan es compren moltíssimes unitats

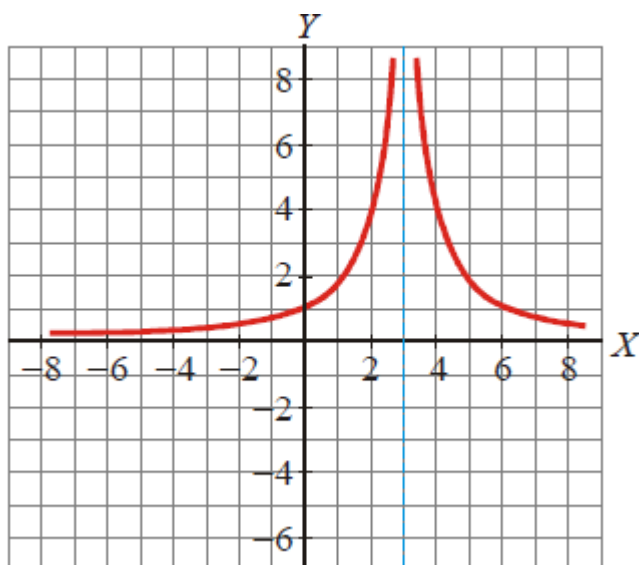
34. Dibuixa la gràfica d'una funció que s'ajusti a les condicions següents:

- Contínua en $\mathbb{R} - \{-3, 1, 5, 7\}$
- $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$, $f(1) = 0$
- Discontinuitat de salt finit en $x = 5$ i de salt infinit en $x = 7$
- $f(-2) = 0$

35. Dibuixa la gràfica d'una funció que s'ajusti a les condicions següents:

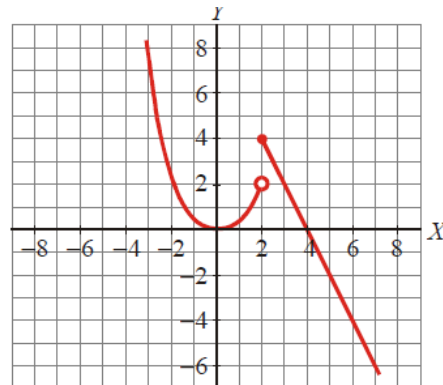
- $\text{Dom } f(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -4\}$
- $f(-4) = 2$, $f(0) = 1$, $f(5) = 0$, $f(7) = -5$
- $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -3 & \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 0 & \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4 & \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -2 & \lim_{x \rightarrow 7} f(x) = 0 & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$

36. Calcula els següents límits a partir de la gràfica de la funció:



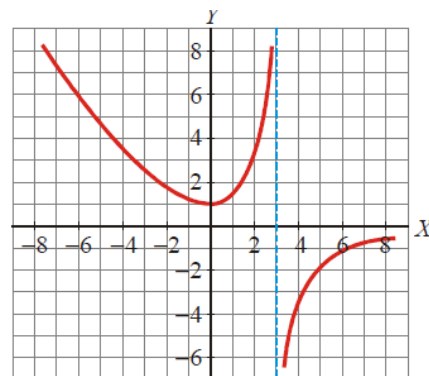
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

37. Donada la següent gràfica, calcula els límits que s'indiquen:



a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

38. La següent gràfica correspon a la funció $f(x)$, sobre ella calcula:



a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

39. Calcula els següents límits:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(2-x)^3}$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x^3}{x^2-1}$

5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4-x^2}$

10) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{2x-6}$

$$13) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 3x^3)$$

$$17) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{1 + x^2}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}}$$

40. Calcula els següents límits:

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5 + 3x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5 + 3x}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2 - x}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + 1}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 5}{x + 3}$$

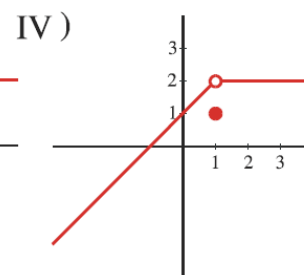
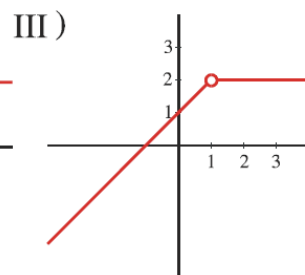
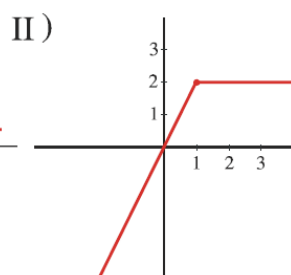
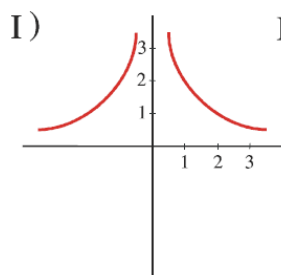
$$15) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 3x}{x^2 - 1}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{2} - x^2 \right)$$

$$19) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{x^2 - 4}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - 3x}{x^4 + 1}$$

41. Donades les funcions:



a) Estudia la continuïtat d'aquestes funcions

b) Troba la imatge de $x = 1$ per a cadascuna de les quatre funcions

42. Estudia la continuïtat de les següents funcions:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 15 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

43. Estudia la continuïtat de les següents funcions:

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{3x-1}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

44. Estudia la continuïtat de les següents funcions

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

45. Estudia la continuïtat de la següent funció:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } -6 \leq x < -2 \\ 1 & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2x + 1 & \text{si } 1 < x < 3 \\ -2x + 13 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ 3 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

46. Estudia la continuïtat de les següents funcions:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{3}{x+3} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

b)

47. Troba el valor de k per a què la funció f(x) sigui contínua en x = 1

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

48. Troba el valor de m per a què f(x) sigui contínua en tot R

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + mx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

49. Troba les asímptotes de les següents funcions:

a) $f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$

b) $f(x) = \frac{2x^2}{(x+2)^2}$

c) $f(x) = \frac{x+3}{x^2 - x - 2}$

d) $f(x) = x^2 - x$

50. Troba les asímptotes de les següents funcions:

a) $f(x) = \frac{-x^3 + x}{2}$

b) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 3}$

c) $f(x) = \frac{x}{x+2}$

d) $\frac{x}{x^2 - 9}$

51. Troba les asímptotes de les següents funcions:

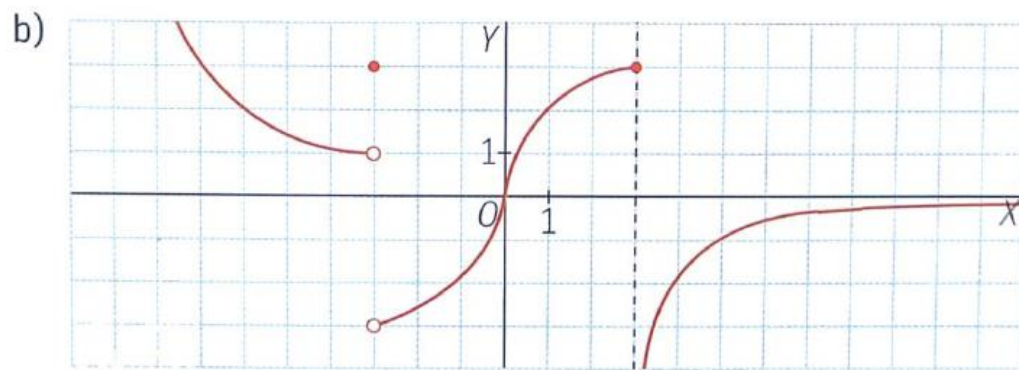
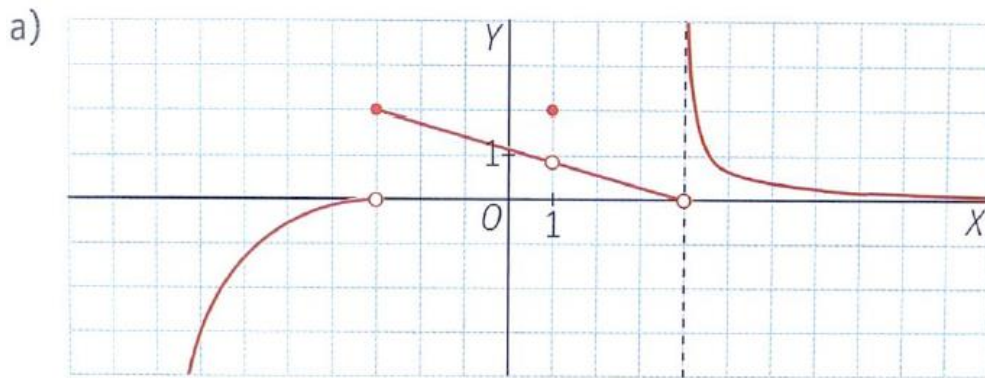
a) $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{2x + 1}$

b) $f(x) = \frac{1 - 3x}{2 - x}$

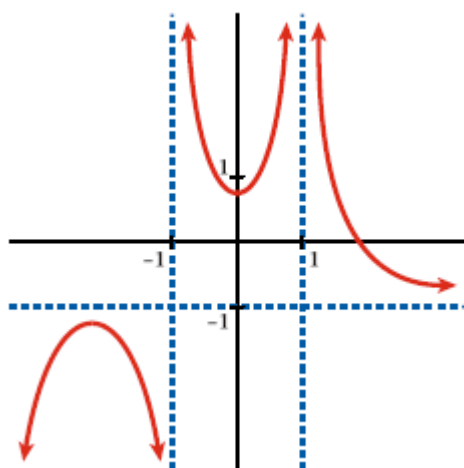
c) $f(x) = \frac{4x^2 - 3}{x}$

d) $f(x) = \frac{1 + x^2}{x^3}$

52. Troba les discontinuïtats de les següents funcions i digues **justificadament** de quin tipus són:



53. Troba, observant la gràfica de $f(x)$ els límits següents:



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

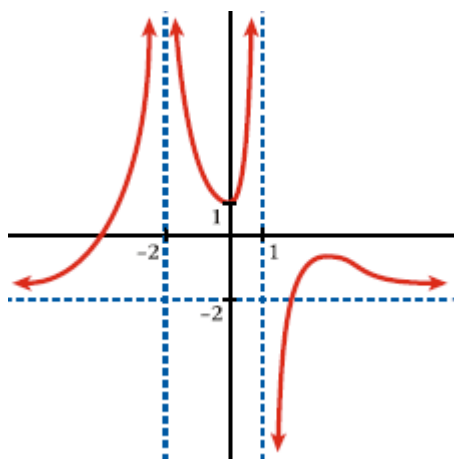
d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

54. Troba, observant la gràfica de $f(x)$ els límits següents:



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

55. Representa en una única gràfica una única funció que compleixi:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ ($f(x) > 1$ si $x \rightarrow -\infty$)

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$

56. Representa en una única gràfica una única funció que compleixi:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ($f(x) < 0$ si $x \rightarrow -\infty$)

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$

57. Representa en una única gràfica una única funció que compleixi:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ($f(x) < 1$ si $x \rightarrow +\infty$)

c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

58. Representa en una única gràfica una única funció que compleixi:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ($f(x) > 2$ si $x \rightarrow +\infty$)

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

