

# PROBABILITÄT

## 2. Notes de matemàtiques

A un institut hi ha la següent distribució d'alumnes per curs i sexe i entre parèntesis s'indica el nombre d'alumnes que han aprovat les matemàtiques en el primer trimestre.

	1r ESO	2n ESO	3r ESO	4t ESO	1r Batx	2n Batx
noia	37 (34)	37 (33)	40 (33)	35 (29)	26 (20)	18 (13)
noi	42 (36)	40 (35)	33 (26)	35 (28)	20 (15)	10 (6)

Si entre els/les alumnes de l'institut en triem un a l'atzar,

- quina és la probabilitat que sigui un noi?
- quina és la probabilitat que sigui una noia de batxillerat?
- quina és la probabilitat que sigui alumne/alumna d'ESO?
- quina és la probabilitat que sigui de primer?
- quina és la probabilitat que sigui una noia de primer?
- quina és la probabilitat de que sigui un noi que hagi suspès?
- quina és la probabilitat de que sigui un alumne de batxillerat que hagi aprovat?
- quina és la probabilitat de que sigui una noia d'ESO que hagi suspès?
- quina és la probabilitat de que sigui una noia de Batxillerat?

## 3. Boles numerades

Col·loquem en un bombo cent boles numerades de l'1 al 100. N'agafem una a l'atzar. Calcula la probabilitat dels esdeveniments següents:

- Sortir múltiple de 2
- Sortir múltiple de 5 i 7
- Sortir múltiple de 10
- Sortir múltiple de 7
- Sortir múltiple de 6 o 10
- Tingui dues xifres
- Sigui major de 15 i menor de 43
- Sigui múltiple de 4 i divisor de 40
- Múltiple de 8 major de 50

#### 4. Ulleres i calbs

En un cert grup de gent hi tenim un 30% de calbs i un 45% que porten ulleres. Lògicament, hi ha calbs que porten ulleres, i aquests són un 5%.

- a) Quina és la probabilitat que no porti ulleres?
- b) Quina és la probabilitat que no sigui calb?
- c) Quina és la probabilitat que porti ulleres però no sigui calb?
- d) Quina és la probabilitat que sigui calb però no porti ulleres?
- e) Quina és la probabilitat que ni sigui calb o no porti ulleres?
- f) Quina és la probabilitat que no sigui calb o no porti ulleres?

#### 5. Una festa

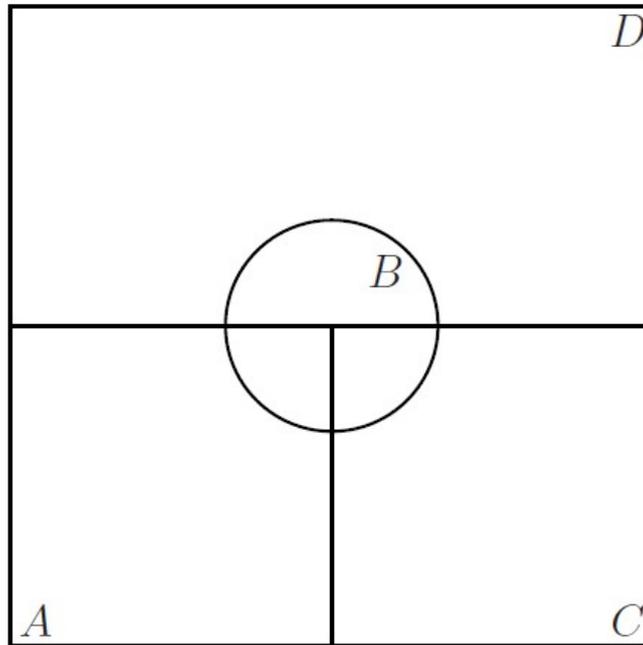
Un grup de gent s'ha trobat en una festa. Sabem que el 55% són noies, que el 30% tenen el cabell ros, i que el 20% tenen els ulls blaus. Sabem també que el 12% són rossos amb ulls blaus, el 20% són noies rosses, el 15% són noies amb ulls blaus, i el 7% són noies rosses amb ulls blaus.

Amb aquesta informació, i assumint que triarem algú de la festa a l'atzar, esbrina:

- a) quina és la probabilitat de triar algú amb els ulls de color diferent al blau?
- b) quina és la probabilitat de triar algú amb el cabell que no sigui ros?
- c) quina és la probabilitat de triar un noi ros?
- d) quina és la probabilitat de triar un noi ros amb els ulls blaus?
- e) quina és la probabilitat de triar un noi ros amb els ulls de color diferent al blau?
- f) quina és la probabilitat de triar una noia rossa amb els ulls blaus?
- g) quina és la probabilitat de triar algú que no sigui ni ros ni amb els ulls blaus?
- h) quina és la probabilitat de triar algú que sigui ros o noia?
- i) quina és la probabilitat de triar algú que tingui els ulls de color blau o no sigui ros?
- j) quina és la probabilitat de triar algú que sigui noia o tingui els cabells rossos o tingui els ulls blaus?

## 6. L'incendi

S'ha declarat un incendi en un terreny de forma quadrada, d'1 km<sup>2</sup> de superfície, (el radi de la zona B és de  $\frac{1}{6}$  de km).



La probabilitat que l'avioneta dels bombers tiri l'aigua en una de les zones del camp ve donada per l'àrea de la zona (ja que l'àrea total és 1).

- Calcula la probabilitat que l'avioneta tiri l'aigua en el sector A (ho escriurem  $\Pr(A)$ )
- Calcula també  $\Pr(B)$ ,  $\Pr(C)$  i  $\Pr(D)$
- Calcula la probabilitat que l'avioneta tiri l'aigua en el sector A o en el B (ho escriurem  $\Pr(A \text{ o } C)$ ). Explica com ho has calculat
- Calcula  $\Pr(A \text{ o } B)$ . Explica com ho has calculat
- Calcula també  $\Pr(A \text{ o } D)$ ,  $\Pr(B \text{ o } C)$ ,  $\Pr(B \text{ o } D)$  i  $\Pr(C \text{ o } D)$
- Calcula la probabilitat que l'avioneta tiri l'aigua en el sector comú entre A i B (ho escriurem  $\Pr(A \text{ i } B)$ )
- Calcula també  $\Pr(A \text{ i } C)$ ,  $\Pr(A \text{ i } D)$ ,  $\Pr(B \text{ i } C)$ ,  $\Pr(B \text{ i } D)$  i  $\Pr(C \text{ i } D)$
- Segons el que has pogut observar en els càlculs anteriors, quina és la regla que permet calcular  $\Pr(X \text{ o } Y)$ ?

## 7. Jugant amb monedes

### 7.1.

Llançem alhora tres monedes de 50 cèntims. Quins són els resultats possibles? Són tots ells igual de probables? Per què sí o per què no?

Ara llançarem aquestes mateixes monedes una rere l'altra. Quins són els resultats possibles? Són tots ells igual de probables? Per què sí o per què no?

Com canvien les probabilitats dels diferents resultats segons si llançem les tres monedes alhora o una rere l'altra?

### 7.2.

Anem a calcular la probabilitat d'obtenir dues cares. Ho farem de dues maneres:

1. Mitjançant la regla de Laplace
2. Considerant que l'experiència "llançar dues monedes" la podem descompondre com a dues experiències simples "llançar una moneda".

Creus que els resultats de llançar una moneda en concret dependran dels resultats de l'altre llançament?

Per obtenir les dues cares, cal que en el primer llançament surti cara i en el segon llançament també. Sortirà cara en el primer llançament un 50% de les vegades, i d'aquestes, un 50% tornarà a sortir cara. La probabilitat d'obtenir dues cares és un 50% d'un 50%. A quina operació correspon això?

Amb les conclusions que hagi tret, calcula les probabilitats dels esdeveniments:

- a) obtenir tot cares, si ara llançem 3 monedes
- b) obtenir tot cares, si ara llançem 5 monedes
- c) obtenir tot cares, si ara llançem 7 monedes

Complicuem-ho una mica més. Calculem ara la probabilitat d'obtenir només una cara després de llançar tres monedes. Com en el cas d'abans, ho farem de dues maneres:

1. Mitjançant la regla de Laplace
2. Igual que en el cas anterior, considerant que l'experiència "llançar tres monedes" la podem descompondre com a tres experiències simples "llançar una moneda", calculem la probabilitat de cada branca del diagrama.

Marca totes les branques del diagrama que verifiquin "obtenir una cara".

Com calcularies la probabilitat d'obtenir només una cara utilitzant els resultats anteriors?

Calcula les probabilitats dels esdeveniments:

- a) obtenir més d'una cara llançant 3 monedes
- b) obtenir dues cares, si ara llancem 5 monedes
- c) obtenir almenys una cara, si ara llancem 4 monedes

## 8. Malaltia

La probabilitat de patir una determinada malaltia és de 0,001. Es trien tres persones a l'atzar.

- a) Realitza un diagrama d'arbre que representi les diferents casos possibles (malalt o no malalt) que ens podem trobar quan triem a tres persones
- b) Són equiprobables tots els casos? Podrem utilitzar la regla de Laplace?
- c) Quina és la probabilitat de que cap de les tres persones estigui malalta?
- d) Quina és la probabilitat de que les tres persones estiguin malaltes?
- e) Quina és la probabilitat de que almenys una d'elles estigui malalta?
- f) Quina és la probabilitat de que només una de les tres estigui malalta?

## 9. Cadena de producció

En una cadena de producció, el producte fabricat passa per tres controls de qualitat que detecten possibles defectes, però aquests controls no són infal·libles. En el primer control, un 1% dels productes defectuosos no es detecta; en el segon control un 0,5% i en el tercer control un 2%. Calcula la probabilitat de que un producte defectuós, després de passar pels tres controls s'hagi detectat:

- a) cap vegada
- b) una vegada
- c) dues vegades

## 10. Cadena de producció

Un examen està format per quatre preguntes, cadascuna d'elles amb tres opcions (a, b o c). En Joan ha de fer l'examen però no ha estudiat res i decideix respondre les preguntes esperant tenir sort.

- a) Quina probabilitat té d'encertar-les totes?
- b) I de fallar-ne només una?
- c) I d'aprovar?

## 11. Un carrer despistat

Un bloc de pisos consta de quatre veïns. El carter encarregat d'aquesta zona porta avui una carta per cada veí. Aquest carter porta uns dies molt despistat i deixa una carta a cada bústia sense mirar a quin veí correspon cada una.

- a) Representa un diagrama on quedi representades tots els possibles repartiments. Calcula les següents probabilitats de dues maneres, primer utilitzant la regla de Laplace directament i després descomponent l'esdeveniment compost en esdeveniments simples
- b) Creus que la carta que hi hagi en una bústia dependrà de les cartes que ha col·locat anteriorment?
- c) Quina probabilitat hi ha que cada veí rebi la seva carta?
- d) Quina probabilitat hi ha que cap veí rebi la seva carta?
- e) Quina probabilitat hi ha que almenys un rebi la seva carta?
- f) Quina probabilitat hi ha que només un veí rebi la seva carta?
- g) Quina probabilitat hi ha que només dos veïns rebin les seves cartes?
- h) Quina probabilitat hi ha que només dos veïns rebin les seves cartes si sabem que el primer veí l'ha rebut correctament?
- i) Quina és la probabilitat que almenys un veí rebi la seva carta correctament si sabem que els dos primers no les han rebudes correctament?
- j) Quina probabilitat hi ha que únicament un veí no rebi la seva carta?

## 12. Urnes

Disposem d'una urna amb tres boles blanques, dues negres i cinc vermelles. Traiem tres boles, una darrera de l'altra i sense devolució.

- a) Quina és la probabilitat de treure tres boles vermelles?
- b) I de treure tres boles blanques?
- c) Quina és la probabilitat de treure només una bola blanca?
- d) Quina és la probabilitat de treure una bola de cada color?
- e) Si la primera bola que traiem és una bola vermella, quina serà la probabilitat que les dues següents siguin vermelles?
- f) Si la primera bola que traiem no és vermella, quina serà la probabilitat que les tres boles siguin blanques?
- g) Repeteix l'exercici en el cas que fem devolució de la bola a la urna.

## 13. Control d'alcoholèmia

Abans que es comencés a fer servir l'alcoholímetre com a mitjà de control de l'alcoholèmia dels conductors, es va mesurar la seva fiabilitat comparant els seus resultats amb els de les anàlisis de sang, que són totalment fiables. Es van obtenir els següents resultats: si la persona havia begut, l'alcoholímetre donava positiu un 99,5% de les vegades, però també donava positiu un 0,2% de les vegades amb persones que no havien begut.

Sabent que, en un cap de setmana, 1 de cada 150 persones condueix havent begut, si realitzem un control d'alcoholèmia a una persona a l'atzar:

- a) quina probabilitat hi ha que el conductor hagi begut?
- b) quina probabilitat hi ha que el resultat doni positiu si el conductor no ha begut?
- c) quina probabilitat hi ha que el conductor doni positiu?
- d) quina probabilitat hi ha que el conductor no hagi begut i doni positiu?
- e) quina probabilitat tenim que un conductor hagi begut i no surti positiu?
- f) quina probabilitat hi ha que el resultat sigui negatiu?

## 14. Control d'alcoholèmia

En una determinada campanya de l'Impost sobre la Renda de les Persones Físiques (IRPF), s'ha realitzat una inspecció de 1860 declaracions, triades a l'atzar. Primer es comprova que les declaracions no presentin errors i posteriorment, d'aquestes es detecten quines són fraudulentas. S'ha detectat 120 declaracions amb errors, de les quals 40 eren fraudulentas. El mètode no detecta totes les declaracions fraudulentas ja que s'estima que 2 de cada 100 declaracions en les que no s'ha detectat cap error són fraudulentas. Calcula la probabilitat de que, triada una declaració a l'atzar:

- a) Contingui algun error
- b) Sigui fraudulenta si hem detectat algun error
- c) Sigui fraudulenta
- d) No es detecti cap error i no sigui fraudulenta
- e) Es detecti un error i sigui fraudulenta
- f) Es detecti un error i no sigui fraudulenta
- g) No sigui fraudulenta