

a) Pel teorema del residu tenim: $0 = (-3)^3 - (3k+2)(-3)^2 - 3 \Rightarrow 0 = -27 - 27k - 18 - 3 \Rightarrow k = -\frac{16}{9}$

b) Pel teorema del residu tenim: $15 = (-3)^3 - (3k+2)(-3)^2 - 3 \Rightarrow 15 = -27 - 27k - 18 - 3 \Rightarrow k = -\frac{7}{3}$

99. Sense fer les divisions, calcula el seu residu.

a) $(x^7 + x^3 - 2x + 1) : (x - 3)$

b) $(x^{12} - x^5 - x + 12) : (x + 1)$

a) $R = 3^7 + 3^3 - 6 + 1 = 2209$

b) $R = (-1)^{12} - (-1)^5 - (-1) + 12 = 15$

100. Sense fer la divisió, comprova que el binomi $x - 3$ és un factor del polinomi $P(x) = 2x^3 - 8x^2 + 8x - 6$.

El valor numèric del polinomi $P(x)$ per a $x = 3$ és 0, per la qual cosa es dedueix que $x - 3$ és un factor del polinomi.

101. Determina el valor de k per tal que el polinomi $P(x) = 6x^5 - 44x^3 - 88x - k$ sigui divisible per $x - 3$.

Com que $P(x)$ és divisible per $x - 3$, s'ha de complir que el valor numèric de $P(x)$ per a $x = 3$ sigui igual a 0.

$$P(3) = 1458 - 1188 - 264 - k = 0 \Rightarrow k = 6$$

102. Determina el valor de k per tal que el polinomi $P(x) = 3x^3 - kx^2 + 6k - 2$ sigui divisible per $x + 2$.

Com que $P(x)$ és divisible per $x + 2$, s'ha de complir que el valor numèric de $P(x)$ per a $x = -2$ sigui igual a 0.

$$P(-2) = -24 - 4k + 6k - 2 = 0 \Rightarrow k = 13$$

103. La divisió de $x^3 + mx + 2$ entre $x - 2$ dona 6 com a residu. Quant val m ? Quant és el quocient?

$$2^3 + 2m + 2 = 6, \text{ per la qual cosa } m = 2, \text{ i el quocient és } x^2 + 2x + 2.$$

104. Troba un polinomi de segon grau sabent que una de les seves arrels és $x = 1$ i que $P(3) = 10$.

Perquè $x = 1$ sigui una arrel, ha de ser $P(x) = (ax + b)(x - 1)$, i com que $P(3) = 10$, aleshores $(3a + b)(3 - 1) = 10$, per tant, $3a + b = 5$. Per exemple, $a = 1$, $b = 2$.

$$P(x) = (x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2$$

Binomi de Newton

105. Desenvolupa els binomis següents.

a) $(2 + x)^4$

c) $\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x^2}\right)^5$

e) $(1 + 2\sqrt{2})^2$

g) $\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right)^4$

b) $\left(2 - \frac{x}{3}\right)^3$

d) $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^6$

f) $(2 - 3\sqrt{3})^3$

h) $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^3$

a) $(2 + x)^4 = \binom{4}{0}2^4 + \binom{4}{1}2^3x + \binom{4}{2}2^2x^2 + \binom{4}{3}2x^3 + \binom{4}{4}x^4 = 16 + 32x + 24x^2 + 8x^3 + x^4$