

12. En cada cas, factoritza el polinomi donat i troba les seves arrels enteres.

- a) $2x^3 + 5x^2 - x - 6$ c) $x^4 - 16$ e) $6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$ g) $x^4 - 3x^3 - 3x + 2$
 b) $9x^2 + 12x + 4$ d) $x^5 - x^4 - x^2 + x$ f) $x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 11x - 6$ h) $x^6 - 9x^4$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 5 & -1 & -6 \\ \hline & 2 & 7 & 6 & 0 \end{array}$$

Es calculen les arrels del quocient $2x^2 + 7x + 6$: $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{-7 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = -2 \end{cases}$

Per tant, $2x^3 + 5x^2 - x - 6 = 2(x-1)(x+2)(x+\frac{3}{2}) = (x-1)(x+2)(2x+3)$. Les arrels enteres són -2 i 1 .

b) $x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{18} = \frac{-12 \pm 0}{18} = -\frac{2}{3}$, així $9x^2 + 12x + 4 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = (3x+2)^2$. No té arrels enteres.

c) Utilitzant les igualtats notables: $x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x-2)(x+2)(x^2 + 4)$. Les arrels enteres són -2 i 2 .

d) S'extreu el factor comú: $x^5 - x^4 - x^2 + x = x(x^4 - x^3 - x + 1)$. Ara per Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$x^5 - x^4 - x^2 + x = x(x-1)^2(x^2 + x + 1)$. Les arrels enteres són 0 i 1 .

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 6 & 11 & 6 & 1 \\ \hline & 6 & 5 & 1 & 0 \end{array}$$

Es calculen les arrels del quocient $6x^2 + 5x + 1$: $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12} = \frac{-5 \pm 1}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

Per tant, $6x^3 + 11x^2 + 6x + 1 = 6\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$. L'arrel entera és -1 .

f) És un exemple de polinomi sense arrels enteres i que no es pot factoritzar de forma senzilla.

g) És un exemple de polinomi sense arrels enteres i que no es pot factoritzar de forma senzilla.

h) S'extreu el factor comú i s'utilitzen les identitats notables: $x^6 - 9x^4 = x^4(x^2 - 9) = x^4(x-3)(x+3)$. Les arrels enteres són -3 , 0 i 3 .

13. Exercici interactiu.

14 a 17. Exercicis resolts.

18. Calcula:

a) $\binom{12}{9}$ b) $\binom{252}{250}$ c) $\binom{25}{3} + \binom{25}{4}$ d) $\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$