

CYLINDRES! CONS

1. Cilindres de paper

Amb un dels fulls reutilitzats que t'ha facilitat el professor mesura l'àrea d'aquest.

En la següent activitat ens centrarem a estudiar algunes característiques dels cilindres. Saps què és un cilindre? Fes-ne un dibuix.

Amb l'ajuda de tota la classe dóna una definició del que és un cilindre.

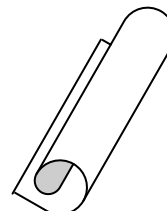
Et proposem construir un cilindre aprofitant al màxim el teu full.

Quina àrea té la seva cara lateral?

Explica com l'has format i fes-ne un croquis.

Només en pots construir d'un tipus?

Quina àrea lateral té l'altre?



2. Cavalieri?

El volum d'un cos és la mesura del que ocupa a l'espai.

Cavalieri fa uns 400 anys s'adonà que una pila de monedes tenen sempre el mateix volum, les posis com les posis.



Si les monedes són iguals, encara que les piles prenguin diferent forma, aquestes també tindran el mateix volum.

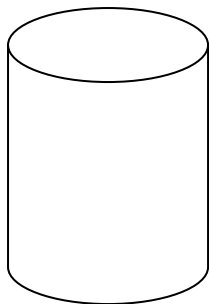
Per tant per calcular el volum d'un cilindre com creus que ho farem?

$$V_{CILINDRE} = A_{BASE} \cdot h_{CILINDRE}, \quad \text{on } h_{CILINDRE} \text{ és l'altura del cilindre}$$

Et recorda la fórmula a com es calculava el volum d'un prisma?

3. I quin volum tenen?

Tenen el mateix volum aquests dos cilindres de paper? Què opines?



$$V_{CILINDRE} = A_{BASE} \cdot h_{CILINDRE}$$

Recorda que per calcular el volum necessites calcular primer l'àrea de la base (cercle) i després determinar també l'alçada.

Per determinar l'àrea d'un cercle recorda que:

$$A = \pi \cdot r^2$$

I el radi r si volem ser rigorosos hauríem de recordar que el perímetre d'un cercle és:

$$P = 2 \cdot \pi \cdot r$$

i com que coneixem el perímetre P (és un dels costats del full) i el valor de $\pi \approx 3,141592$, podem calcular el radi r :

$$r = \frac{P}{2 \cdot \pi}$$

D'aquesta manera que t'hem indicat calcula ara el volum de cada un dels dos cilindres de paper. Utilitza la calculadora.

Expressa els resultats en cm^3 , en mm^3 , en dm^3 , en l, en cl i en ml

T'esperaves aquests resultats?

4. Coca-cola o Pepsi?

Amb tot hem après a calcular el volum d'un cilindre. Recorda que per calcular-lo necessitem conèixer l'àrea de la base i l'alçada d'aquest. Recorda:

$$V_{\text{CILINDRE}} = A_{\text{BASE}} \cdot h_{\text{CILINDRE}}$$

$$A_{\text{BASE}} = \pi \cdot r^2$$

Calcula el volum de la llauna de *Coca-cola*.

Comprova que el volum que has trobat coincideix aproximadament amb el volum de 330 cm^3 (330 ml o 33 cl o $0,33 \text{ l}$ o $0,33 \text{ dm}^3$) que diu la llauna que conté. *Vigila amb les unitats!!*



La llauna de *Pepsi* també diu que té una capacitat de 330 cm^3 . Ho veus creïble? Argumenta la teva resposta.

Comprova de nou que el volum de la llauna de *Pepsi* coincideix amb els 330 cm^3 que diu que té.

Quina quantitat de xapa (cara lateral) necessitem per a fabricar cada tipus de llauna? És a dir quina és l'àrea lateral de cadascuna de les dos llaunes?

Interpreta els resultats. Et sembla lògic que amb diferents àrees de les cares laterals puguin tenir el mateix volum? Raona la teva resposta.

Per què creus que hi ha diferències en el disseny de les llaunes? Allista dos avantatges i dos inconvenients de cada disseny de llauna.

Dissenya una llauna cilíndrica que tingui la mateixa capacitat de 330 cm^3 però diferents mides. Pensa que has de definir l'alçada i el radi (o diàmetre) de la llauna.

Construeix la llauna cilíndrica de 330 cm^3 que has dissenyat i dibuixa també el seu desenvolupament pla.

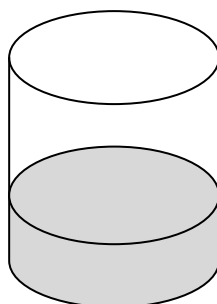
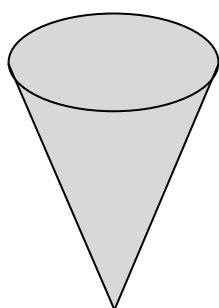
Fes un dibuix a escala real de la llauna en la seva vista frontal, pensa en el nom de la beguda i dissenya'n el logotip.

5. El con

Has pensat mai quina capacitat té un gelat de cucurutxo? Si vols construir una figura cònica semblant a la d'un cucurutxo, caldrà que dibuixis primer la seva forma a un full, dibuixa el seu desenvolupament pla. Fes un petit croquis explicant com ha de ser.

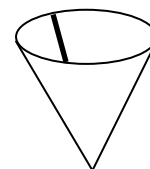
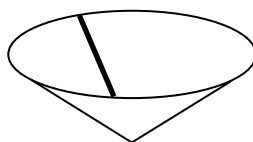
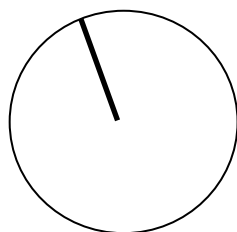
Recordem la fórmula per calcular el volum d'un cilindre: $V_{CILINDRE} = A_{BASE} \cdot h_{CILINDRE}$

El volum d'un con és una tercera part del volum d'un cilindre d'igual base i altura. Per aquest motiu la fórmula per calcular el volum d'un con és:



$$V_{CON} = \frac{A_{BASE} \cdot h_{CON}}{3}$$

A partir d'un cercle amb un tall al radi observa com pots anar construint cons solapant mica en mica part del cercle.

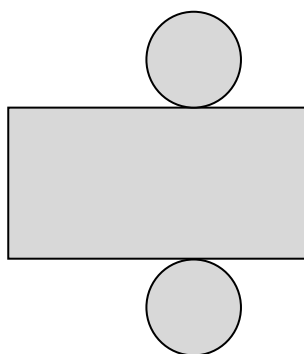


Debateu sobre quin és el volum del con a mesura que anem solapant part del cercle.

6. Exercicis

Exercici 60. Un dipòsit té forma cilíndrica de radi 3m i 5 m d'altura. Quants m³ té de volum? I quants litres de capacitat?

Exercici 61. El desenvolupament pla d'un cilindre té la forma següent:



Calcula l'àrea i el volum d'aquest cilindre.

Exercici 62. Dibuixa a la teva llibreta el desenvolupament pla d'un cilindre de 2 cm de radi i 4 cm d'altura. Explica com has calculat la llargada del rectangle que apareix en el desenvolupament pla.

Quina àrea i quin volum té el cilindre?

Exercici 63. Pren les mides d'una llauna de refresc i comprova que el seu volum coincideix aproximadament amb la seva capacitat.

Exercici 64. Un embut cònic té 12 cm d'altura i 4 cm de diàmetre. Quin volum té?

Exercici 65. Un con de 2 cm de radi i 7 cm d'altura quin volum té?

Exercici 66. Dibuixa el desenvolupament pla d'un con. Quina àrea i quin volum té?

Exercici 67. A una gelateria italiana de Barcelona tenen 3 tipus de cucurutxos. El més petit mesura 10 cm d'altura i 3,5 cm de diàmetre. El mitjà mesura 13 cm d'altura i 4,5 cm de diàmetre i el més gran mesura 17,5 cm d'altura i 5 cm de diàmetre. Calcula les capacitats de gelat que tenen cadascun d'aquests tres cucurutxos.

Exercici 68. Aquesta gelateria italiana emplena els cucurutxos enlloc de posar-hi una bola de gelat al capdamunt. A més sabem que els cucurutxos costen 10, 15 i 20 cèntims d'euro respectivament. També sabem que el gelat costa aproximadament (depèn dels gustos) 1,20 € cada dm^3 . Ens preguntem quin és el cost de cada tipus de gelat: petit, mitjà i gran.

Exercici 69. De l'exercici anterior t'atreveixes a donar un preu de venda al públic de cada tipus de gelat: petit, mitjà i gran?

Exercici 70. Agafa un CD. Fabrica't un cercle i retalla un sector circular de la mida que vulguis. Construeix el con i calcula la seva àrea total i el seu volum a partir del radi del cercle inicial.

Exercici 71. Un camió cisterna que transportava llet fins a la fàbrica ha bolcat. Per sort, no s'ha trencat la cisterna cilíndrica que estava plena fins dalt de llet.

Ara l'empresa ha decidit recuperar la llet mitjançant el seu transvasament de la cisterna cilíndrica a un altre camió, però no en té cap d'igual de disponible, només pot anar al lloc de l'accident amb dos camions de dipòsits cilíndrics però més petits.

El dipòsit del camió que ha bolcat mesura 8 metres de llarg i 2 metres de diàmetre de la base. Els dipòsits dels dos camions que poden anar a fer el transvasament mesuren 5 metres de llarg i 1,8 metres de diàmetre. N'hi haurà prou amb aquests dos camions per transvasar tota la llet?

Exercici 72. Seguint en l'exercici anterior, cal dissenyar un dipòsit enorme en forma d'embut (con) de manera que ha de servir per poder buidar tota la llet que és capaç de contenir el camió de 8 metres de llarg i 2 metres de diàmetre. Proposa unes mesures d'altura i diàmetre del dipòsit-embut.

Exercici 73. Si en l'exercici anterior ens limiten l'alçada a 12 metres, quin ha de ser el diàmetre?