

Raons i proporcions

Estem acostumats a donar informació sobre situacions de la vida quotidiana utilitzant nombres. Hi ha vegades on un únic nombre no és suficient i hem de compararlo amb una altra quantitat per poder comprendre millor la situació.

Per comparar dues quantitats utilitzem una RAÓ.

Raó és el QUOCIENT entre dues magnituds

- Una raó no té unitats, però els seus termes han d'estar expressats en les mateixes unitats.
- Una raó serveix per comparar: indica el nombre de vegades que una quantitat és més gran que una altra.
- Les raons s'expressen en forma de fracció i funcionen igual que les fraccions, però no necessàriament representen la part d'un tot. Les raons representen la relació entre dues magnituds, per això hi podem escriure nombres decimals, mentre que en les fraccions només escrivim nombres enters.

Anem a veure uns exemples de raons

Exemple 1. Una noia té 15 anys i el seu pare en té 45. La raó entre l'edat del pare i la de la filla és:

$$\frac{\text{edat pare}}{\text{edat filla}} = \frac{45}{15} = 3$$

Això vol dir que el pare és tres vegades més gran que la filla.

La raó entre l'edat de la filla i la del pare és:

$$\frac{\text{edat fill}}{\text{edat pare}} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

Això vol dir que l'edat de la filla és la tercera part que la del seu pare.

Exemple 2. Una habitació fa 4 m d'ample i 6 m de llarg. La raó entre la llargada i l'amplada de l'habitació és:

$$\frac{\text{llargada}}{\text{amplada}} = \frac{6}{4} = 1,5$$

Això vol dir que l'habitació és una vegada i mitja més llarga que ampla.

Exemple 3. Una bossa gran de magdalenes val 5,20 € i una bossa petita val 1,30 €. La raó entre el preu de la bossa gran i el de la petita és:

$$\frac{\text{preu bossa gran}}{\text{preu bossa petita}} = \frac{5,20}{1,30} = 4$$

Això vol dir que la bossa gran és quatre vegades més cara que la petita.

Exemple 4. Per fer una llimonada posem una part de suc de llimona per cada cinc parts d'aigua. La raó entre el suc i l'aigua és:

$$\frac{\text{suc de llimona}}{\text{aigua}} = \frac{1}{5}$$

Això vol dir que el suc de llimona que posem a la llimonada és la cinquena part de l'aigua que hi posem.

Exemple 5. El meu carrer fa 175 m de llarg i en un plànol de la ciutat mesura 3,5 cm. La raó entre la mida del plànol i la mida real és:

$$\frac{\text{mida plànol}}{\text{mida real}} = \frac{3,5}{17\,500} = \frac{1}{5\,000}$$

Això vol dir que cada centímetre del plànol representa 50 metres de la realitat (o, el que és el mateix, que l'escala del plànol és 1 : 5 000).

Ara practica amb uns quants exercicis

Exercici 3. Dels 500 habitants d'un poble, 300 són dones. Quina és la raó entre dones i homes? Explica què significa aquesta raó.

Exercici 4. Per terme mitjà dormim vuit hores al dia. Quina és la raó entre el temps que passem dormint i el temps que passem deserts? Explica què significa aquesta raó.

Exercici 5. Una recepta de pa de pessic diu que s'hi ha de posar 100 g de sucre i 250 g de farina. Quina és la raó entre la farina i el sucre?

Exercici 6. Dibuixa dos segments, un de 3 cm i un altre de 6 cm.

- Quina és la raó entre la llargada del segment gran i la del petit? Explica què significa aquesta raó.
- Quina és la raó entre la llargada del segment petit i la del gran? Explica què significa aquesta raó.

Exercici 7. La Torre Eiffel fa 300 m d'alçada. El meu tiet l'ha representada en una maqueta que fa 30 cm d'alçada. Quina és l'escala de la maqueta?

Si tracten del mateix tema les raons es poden **comparar**. Posem un exemple:

Sabem que en Guillem dedica diàriament dues hores i mitja a estudiar i una hora i mitja a jugar, mentre que la Noa dedica tres hores a estudiar i dues a jugar.

Calculant la raó entre les hores d'estudi i les hores de joc de cada un dels dos:

- Guillem:

$$\frac{\text{hores d'estudi}}{\text{hores de joc}} = \frac{2,5}{1,5} = 1,6$$

- Noa:

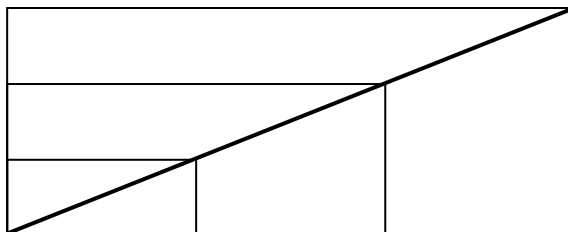
$$\frac{\text{hores d'estudi}}{\text{hores de joc}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

esbrinem que en Guillem dedica **proporcionalment** més hores diàries a estudiar que la Noa, encara que la Noa hi dedica més hores **en termes absoluts**.

Exercici 8. He trobat una altra recepta de pa de pessic que diu que s'hi ha de posar 150 g de sucre i 300 g de farina. Quina recepta porta proporcionalment més sucre, aquesta o la de l'exercici 5?

Exercici 9. En un poble de 12 000 persones 8 000 són dones. Quin poble té proporcionalment més dones, aquest o el de l'exercici 3?

Exercici 10. Copia la següent imatge a la teva llibreta (pots fer-ho amb les mides que vulguis):



- Creus que són semblants els tres rectangles de la figura? Raona la teva resposta.
- Per cada un dels tres rectangles mesura la *base* i l'*altura*. Anota els resultats a la taula següent:

☐	<i>base</i>	<i>altura</i>
Petit		
Mitjà		
Gran		

- Calcula la raó entre *base* i *altura* en cada un dels tres rectangles.
- Compara les tres raons. Què observes? Anota les conclusions.

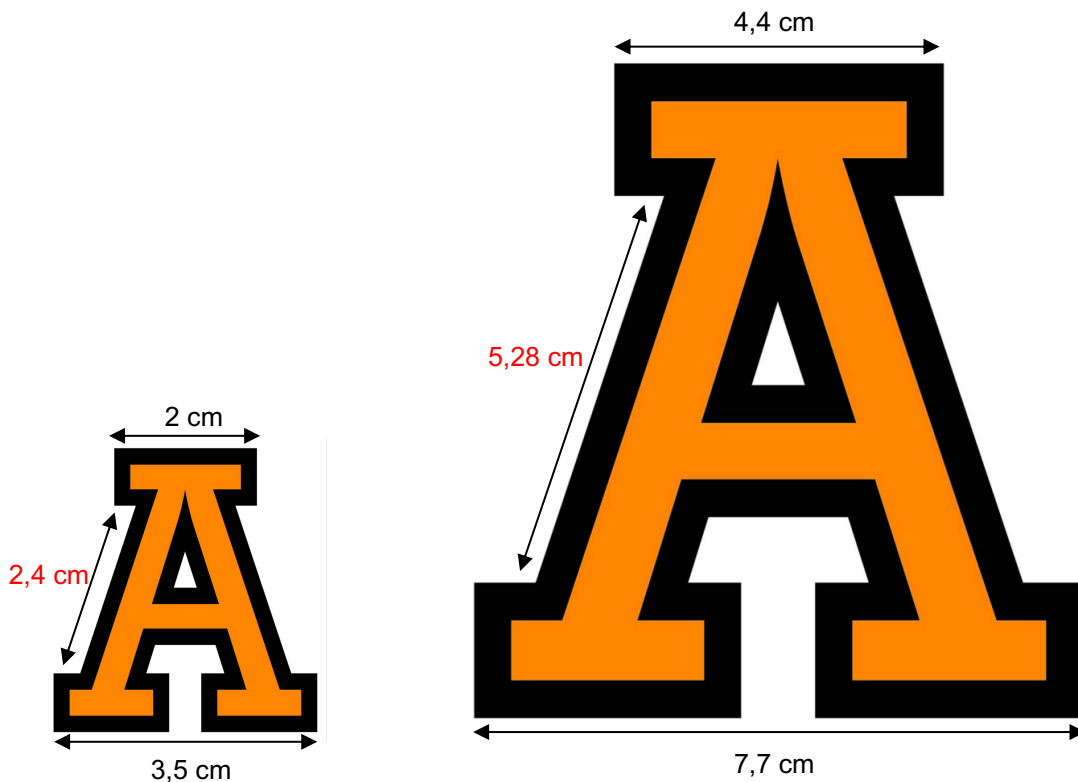
Una igualtat entre dues raons equivalents s'anomena una **proporció**.

Quan dues figures són semblants les raons entre les longituds d'**elements corresponents** són iguals. El resultat d'aquestes raons s'anomena

RAÓ DE SEMBLANÇA (r)

Veiem un exemple de raó de semblança

Exemple 6. Les dues As són figures semblants.



La raó de semblança entre la A gran i la A petita és

$$r = \frac{7,7}{3,5} = \frac{4,4}{2} = 2,2$$

Multiplicant qualsevol longitud de la A petita per $r = 2,2$ obtindrem la longitud corresponent en la A gran (una ampliació):

$$2,4 \cdot 2,2 = 5,28$$

Exercici 11. Quina és la raó de semblança entre la A petita i la A gran?

Què passarà si multipliquem les longituds de la A gran per aquesta raó de semblança?

Exercici 12. Si la raó de semblança entre dues figures és 1, com són aquestes dues figures?

Exercici 13. Calcula la raó de semblança (d'ampliació) entre els dos tangrams de l'activitat 1 (el "normal" i el gegant).

Exercici 14. Calcula els perímetres de totes les peces dels dos tangrams de l'activitat 1. Com han augmentat els perímetres a l'augmentar la mida del tangram?

Exercici 15. Calcula les àrees de totes les peces dels dos tangrams. Com han augmentat les àrees a l'augmentar la mida del tangram?

Exercici 16. Quina és la raó de semblança entre la realitat i un mapa fet a escala 1 : 14 000?