

EXAMEN DE LÍMITS I CONTINUÏTAT MATEMÀTIQUES CCSS II

1. (2.5 p) Estudia la continuïtat de la següent funció:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x} & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

2. (2.5 p) Justifica quin valor ha de prendre k per tal que la funció sigui contínua en $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^3 - 11x^2 + 8x + 4}{4x^3 - 14x^2 + 8x + 8} & \text{si } x \neq 2 \\ k & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

3. (2 p) Representa una funció que compleixi les condicions següents:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

4. (3 p) La profunditat de la capa d'arena en una platja es veurà afectada per la construcció d'un dic. En una zona de la platja, aquesta profunditat vindrà donada per la següent funció:

$$P(t) = \begin{cases} 2 + t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ \frac{8t^2 - t - 1}{2t^2} & \text{si } t > 1 \end{cases}$$

P és la profunditat en metres i t el temps en anys des de l'inici de la construcció. Si la profunditat arribés a superar els 4 metres, s'hauria d'elevat l'altura del passeig marítim.

- És $P(t)$ una funció contínua?
- Serà necessari elevar l'altura del passeig amb el pas del temps, per causa de la profunditat de l'arena?