

EXAMEN LÍMITS

1. (1.75 punts) Sigui $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 1}$

- Troba el domini de definició de la funció
- Calcula $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- Calcula $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- Calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$

2. (3.75 punts) Calcula els següents límits:

- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 9x - 30}{16 + 2x^3}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 + 4}{x^2 + 2x + 2} \right)^{\frac{1}{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^4 - x^3 - 12x^2 + x - 3$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^4 - x^3 - 12x^2 + x - 3$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 - x^2 + 4x + 6$

3. (2.5 punts) Calcula el límit de la funció definida a trossos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{2x^2 + 2x} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{2x - 2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Quan x tendeix a 0^- , 0^+ , 0 , 1^- , 1^+ , 1

4. (2 punts) Una empresa ha establert per als seus empleats un incentiu (en centenars d'euros) en relació amb el valor x (en centenars d'euros) d'allò que ha venut cada treballador. Aquest incentiu segueix la funció:

$$f(x) = \begin{cases} 0,01x & \text{si } 0 \leq x \leq 100 \\ \frac{30x}{2x + 2300} & \text{si } x > 100 \end{cases}$$

- Per a quins valors de la variable independent està definida aquesta funció?
- Quina és la quantitat màxima que un empleat podria rebre com a incentiu si les seves vendes fossin molt grans?