

LA BICICLETA

1. La bicicleta

Quan vas en bicicleta notes perfectament si el camí, el carrer o la carretera és horitzontal o no: si puja o baixa. Ho notes de seguida en l'esforç que cal fer per avançar: si el camí puja, costa més de pedalar, i si baixa costa menys.

Ara bé, si tens una bicicleta amb canvi de marxes, les coses poden anar molt millor: en cas d'arribar a una pujada, pots intentar que et sigui més còmode de pujar-la si trobes la marxa adequada. I si fas una baixada, caldrà que cerquis la marxa idònia per poder impulsar la bicicleta!

Per què les bicicletes són tan adequades per fer recorreguts curts, i per fer esport, per anar per camins de muntanya o per carreteres? La bicicleta té molts secrets i anem a descobrir-los.

2. El primer secret: l'estructura

Mira una bicicleta i intenta abstraure els elements estructurals principals: quines parts componen la bicicleta? Busca els seus noms.



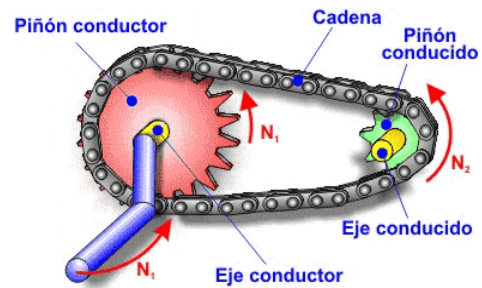
Fixem-nos en el quadre: quines figures geomètriques hi apareixen? Explica-les i dibuixa-les.

Construeix un rectangle amb canyetes (de les que es pleguen). Observa si és fàcilment deformable o no. Ara construeix un triangle i observa el mateix. Quan acabis, busca altres aplicacions en construccions humanes, tant del rectangle com del triangle.

3. El segon secret: el canvi de marxes

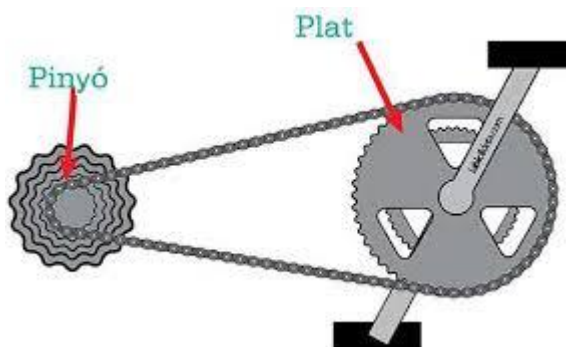
3.1. Investiguem

Observem ara com es mou la bicicleta: què fa que les rodes es moguin? quines peces hi intervenen? quin paper hi juga cadascuna d'elles? quina importància té la forma de les peces per a la seva funció?



Hi ha un tipus de peces que semblen estar repetides, és a dir, que n'hi ha moltes similars; per a què creus que serveixen tantes peces "iguals"?

Ara intentem entendre el que representa el canvi de marxes per al ciclista: quan posa el plat gran, costa més o costa menys de pedalar? i amb el plat petit? què passa si pedala amb el pinyó més gros? i si posa el pinyó més petit? Pensem en les combinacions de plat i pinyó: si posa el plat gros i el pinyó petit, li serà còmode de pedalar? i si col·loca el plat petit i el pinyó gros? Per quin motiu passa tot això?



A l'aula de matemàtiques tenim una bicicleta. Com podem esbrinar quantes marxes té? Fem-ho. Feu un llistat de totes les marxes de la nostra bicicleta, especificant quantes voltes fa la roda en cada cas per cada cop dels pedals.

La relació de transmissió en una bicicleta es defineix amb la següent fórmula:

$$\tau = \frac{\text{voltes pinyó}}{\text{voltes plat}} = \frac{\text{dents plat}}{\text{dents pinyó}}$$

I és igual al nombre de voltes que dona la roda de la bicicleta per cada pedalada.

Contesta:

- a. Quina combinació de plat i pinyó s'ha de posar a la nostra bicicleta perquè la roda faci exactament una volta per cada volta que fan els pedals?
- b. Si la cadena engrana un plat de 42 dents amb un pinyó de 14 dents, quantes voltes donarà la roda per cada volta del plat (és a dir, dels pedals)?
- c. Quina combinació de la nostra bicicleta farà que la roda faci dues voltes per cada pedalada completa?
- d. Amb quina combinació recorrem el màxim espai amb una pedalada completa?
- e. Quantes marxex es poden posar en una bicicleta amb tres plats i set pinyons?
- f. Quina és la relació de transmissió entre un plat de 50 dents i un pinyó de 10?
- g. Amb un plat de 40 dents i un pinyó de 20 dents s'obté la mateixa força que amb?
 - un plat de 48 dents i un pinyó de 16
 - un plat de 32 dents i un pinyó de 16
 - un plat de 45 dents i un pinyó de 20
- h. Quina combinació és la més adequada per a un camí de pujada?
 - plat de 24 dents i pinyó de 32
 - plat de 42 dents i pinyó de 16
 - plat de 24 dents i pinyó de 18
- i. Amb un plat de 42 dents i un pinyó de 14 dents s'obté la mateixa força que amb un plat de 18 dents i un pinyó de ... quants dents?

Aquí tens un perfil d'una etapa d'una cursa ciclista. Indica quina combinació de plat i pinyons creus que seria la més adequada per a cada tram:



3.2. Càlcul amb proporcions

Exercici 1. El cercle amb una creu al seu interior indica un valor desconegut, per exemple el nombre de voltes. Calcula el valor que hi ha d'anar en cada cas i escriu la operació que t'ha portat al resultat.

a) $\frac{3}{2} = \frac{6}{\otimes}$

b) $\frac{3}{2} = \frac{15}{\otimes}$

c) $\frac{10}{20} = \frac{1}{\otimes}$

d) $\frac{1}{4} = \frac{7}{\otimes}$

e) $\frac{3}{2} = \frac{30}{\otimes}$

f) $\frac{5}{\otimes} = \frac{1}{2}$

g) $\frac{25}{\otimes} = \frac{1}{3}$

h) $\frac{3}{5} = \frac{12}{\otimes}$

Exercici 2. Calcula el valor de $\otimes$ a les expressions següents:

a) $\frac{15}{20} = \frac{\otimes}{4}$

b) $\frac{4}{5} = \frac{\otimes}{30}$

c) $\frac{8}{5} = \frac{\otimes}{20}$

d) $\frac{1}{4} = \frac{\otimes}{20}$

e) $\frac{7}{4} = \frac{\otimes}{28}$

f) $\frac{7}{3} = \frac{\otimes}{24}$

Exercici 3. Calcula el valor de $\otimes$ a les expressions següents:

a) $\frac{900}{\otimes} = 9$

b) $\frac{120}{\otimes} = 24$

c) $\frac{320}{\otimes} = 16$

d) $\frac{80}{\otimes} = 10$

e) $\frac{110}{\otimes} = 5$

f) $\frac{150}{\otimes} = 25$

Exercici 4. Calcula el valor de $\otimes$ a les expressions següents:

a) $3 = \frac{\otimes}{14}$

b) $\frac{\otimes}{5} = 18$

c) $7 = \frac{\otimes}{11}$

d) $4 = \frac{\otimes}{3}$

e) $\frac{\otimes}{6} = 2$

f) $\frac{\otimes}{6} = 8$

Exercici 5. Calcula el valor de $\otimes$ a les expressions següents:

a) $\frac{6}{4} = \frac{\otimes}{10}$

b) $\frac{150}{\otimes} = \frac{30}{20}$

c) $\frac{30}{100} = \frac{12}{\otimes}$

d) $\frac{\otimes}{12} = 8$

e) $\frac{\otimes}{10} = \frac{5}{25}$

f) $\frac{\otimes}{12} = \frac{12}{16}$

g) $\frac{40}{100} = \frac{\otimes}{30}$

h) $\frac{25}{100} = \frac{40}{\otimes}$

4. El tercer secret: el comptaquilòmetres

El comptaquilòmetres no és una peça imprescindible d'una bicicleta (de fet, la nostra no en té), però és interessant no solament per saber a quina velocitat anem, sinó perquè ens diu la distància que portem recorreguda. Alguns models et diuen el temps que estàs dalt de la bicicleta, la velocitat màxima, la mitjana que portes feta...

Com funciona el comptaquilòmetres? És clar que el que realment compta el comptaquilòmetres és el nombre de vegades que la roda gira. Per tant, la distància recorreguda surt del nombre de voltes que dona la roda. Suposem que la roda ha donat 3.000 voltes. Com s'ho fa per calcular la distància recorreguda per la roda?

4.1. Investiguem: fem rodar figures

Si prens un triangle fet amb fusta o cartró i el fas rodar sobre els seus costats, saltarà, però un cop hakis fet 3 salts el tindràs recolzat en el mateix costat de partida. El tram recorregut pel triangle serà el seu

Mesura el tram recorregut i la longitud dels tres costats. Coincideixen?

Ara fes el mateix amb un quadrat. El fas girar sobre els quatre costats. Mesura cada costat i el tram recorregut. Què observes?

Podem estalviar-nos feina. Què creus que passarà si fem el mateix amb un hexàgon regular de 5 cm de costat?

Per tant, una manera de mesurar el perímetre d'un polígon qualsevol, és:

- a) fer aquest experiment:
- b) fer aquest càlcul:

Exercici 6. Calcula el perímetre d'un octàgon regular de 3 cm de costat.

Exercici 7. Calcula el perímetre d'un pentàgon regular de 10 cm de costat.

Exercici 8. Quin és el perímetre d'un polígon regular de 20 costats de 5 cm?

Exercici 9. Si el perímetre d'un quadrat fa 60 cm. Quan farà el seu costat?

Exercici 10. Quan fa el costat d'un heptàgon regular de 63 cm de perímetre?

Exercici 11. Què creus que passarà si volem mesurar així el "perímetre" d'un cercle?

4.2. El perímetre d'un cercle

La circumferència és la vora d'un cercle, mentre que el cercle és la regió interior d'una circumferència.



Per això no és correcte parlar de perímetre d'una circumferència, sinó de llargada de la circumferència.

Segur que recordes què era el radi i el diàmetre d'una circumferència. Dibuixa una on es vegi el seu diàmetre i el seu radi.

Anem a investigar quin és el perímetre d'un cercle o la longitud d'una circumferència.

Utilitza diferents objectes circulars i fes-los rodar per trobar el seu “perímetre” o circumferència. Ves amb compte de fer mesures el més exactes possible per obtenir uns bons resultats. També cal que mesuris el seu diàmetre.

Amb les dades obtingudes omple una taula com aquesta:

Objecte	Longitud de la circumferència	Diàmetre	Raó entre la longitud i el diàmetre

Quants diàmetres hi caben en una circumferència? Quantes vegades més gran és la circumferència que el diàmetre?

Observa els resultats de la darrera columna. Si haves fet les mesures amb prou exactitud, pots treure conclusions. Quines?

Pensa en la manera de calcular la longitud d'una circumferència si coneixes el seu diàmetre. Anota-la.

Exercici 12. Si tens un objecte amb un diàmetre de 10 cm. Quan farà aproximadament la seva circumferència? Anota els càlculs.

Exercici 13. Si tens un objecte amb una longitud de la circumferència de 40 cm. Quant farà el seu diàmetre? Anota els càlculs.

4.3. El nombre π (pi)

A l'apartat anterior has investigat quina relació hi ha entre la longitud d'una circumferència i el seu diàmetre. Has observat que la raó entre aquestes dues magnituds és sempre igual. En aquest cas les dues magnituds són proporcionals.

$$\frac{L}{D} = \pi$$

El nombre π té infinites xifres decimals i mai no es repeteixen en el mateix ordre, per això no podem arribar a saber el seu valor exacte; aquí tens les 50 primeres xifres:

$$\pi = 3,1415926535897932384626433832795028841971693993751\dots$$

Si tens una calculadora científica per als nostres càlculs podràs utilitzar el símbol π que hi apareix. Si no també pots fer una aproximació amb els dos primers decimals, és a dir 3,14.

La lletra π és la lletra de l'alfabet grec que correspon a la "p" de l'alfabet llatí. Es va triar aquesta lletra per la seva relació amb el perímetre del cercle.

Si volem calcular la longitud d'una circumferència ho podrem fer a partir del seu radi o del seu diàmetre.

Escriu una expressió algèbrica que relacioni radi i diàmetre.

Exercici 14. Calcula la longitud d'una circumferència que té 20 cm de radi.

Exercici 15. Calcula la longitud de dues circumferències que tenen 30 cm de diàmetre, la primera, i 15 cm de radi la segona.

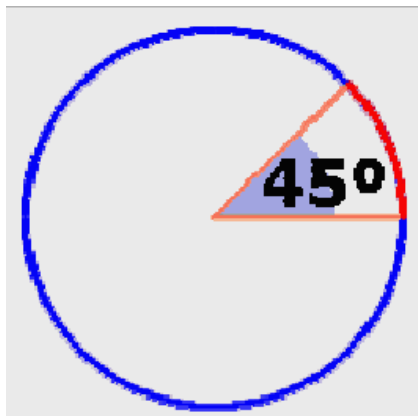
Exercici 16. Calcula el radi d'una circumferència sabent que té una longitud de 25,13 cm.

Exercici 17. Quant mesura el radi d'una roda de bicicleta que té una longitud de circumferència de 188,4 cm?

Exercici 18. Un braçalet té una circumferència de 12 cm de radi. Calcula la longitud de la circumferència del braçalet.

Exercici 19. El diàmetre d'una piscina circular és de 2,1 m. Calcula quants metres de vora tindrà?

Exercici 20. Calcula la longitud de la circumferència i dels arcs pintats en blau i vermell, sabent que el seu radi és 3 cm.



Exercici 21. Volem encerclar amb un filat una bassa de regar de forma circular que té un radi de 3,2 m. Calcula quant ens costarà si el preu del filat és de 3,85 euros el metre.

Exercici 22. Una bicicleta ha avançat 60,61 m. Si el radi de les rodes és de 26 cm, quantes voltes senceres hauran fet les rodes per recórrer aquesta distància?

Exercici 23. Es vol fer passar una corda de 7,31 m al voltant d'una columna de 46 cm de diàmetre. Quantes voltes senceres es podran donar a la columna amb la corda?

Exercici 24. Una piscina circular de 4 m de diàmetre està rodejada per una vorera de 1 m d'amplada. Quina serà la longitud de la vorera si la mesurem exactament per la meitat de la seva amplada?

