

E X E R C I C I S L I M I T S

Límits de Polinomis o Arrels de Polinomi $x \rightarrow x_0$

Si $f(x) = P(x)$ es un polinomi $\boxed{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = P(x_o)}$

$$1.) \lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 + 4) =$$

$$3.) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{-x^2 + 8} =$$

$$2.) \lim_{x \rightarrow 3} (-x^2 + 5x - 2) =$$

$$4.) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{x^3 - 7} =$$

Límits de Quocients de Polinomis $x \rightarrow x_0$

Si $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ es un quocient de polinomis $\boxed{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \frac{P(x_o)}{Q(x_0)}}$

A) Cas 1 $\rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \frac{P(x_o)}{Q(x_0)} = \frac{L_1}{L_2}$ quocient de limits finits

B) Cas 2 $\rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \frac{P(x_o)}{Q(x_0)} = \frac{0}{L} = 0$ limit zero

C) Cas 3 $\rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \frac{P(x_o)}{Q(x_0)} = \frac{L}{0} = \pm \infty$ limit infinit

(asimptota vertical en $x = x_0$)

D) Cas 4 $\rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \frac{P(x_o)}{Q(x_0)} = \frac{0}{0}$ INDETERMINACIO

$$13.) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + 1}{5x} \right) =$$

$$14.) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-5}{x+4} \right) =$$

$$15.) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{-4+x^2}{x} \right) =$$

$$16.) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{-2x^5 + x^3 - 1}{x-2} \right) =$$

$$17.) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} \right) =$$

$$18.) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+1}{x+2} \right) =$$

$$19.) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{(x-2)^2} =$$

$$20.) \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2}{x^2 + x - 6} =$$

$$21.) \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2}{x^2 + x - 6} =$$

$$22.) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3}}{x-1} =$$

$$23.) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x} =$$

$$24.) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{-x^2 + 1}}{x} =$$

$$25.) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{(x+1)(x-2)} =$$

$$26.) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{(x+1)(x-2)} =$$

Com es resol la indeterminació quan $\frac{0}{0}$ en un quocient de polinomis ?

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)} = \frac{0}{0}$$

- a) Es factoritza b) Es simplifica c) Es torna a fer el límit

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x-x_0)(x-x_2)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x-x_1)}{(x-x_2)} = \begin{cases} \text{Cas 1} & \frac{L_1}{L_2} \\ \text{Cas 2} & 0 \\ \text{Cas 3} & \pm\infty \quad \text{AV } x = x_0 \end{cases}$$

$$27.) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^5 - 4x^3}{2x^2 - 8} \right) =$$

$$30.) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^2 - x - 2} \right) =$$

$$28.) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^3 + x^2 - 3x - 3}{x^2 + 6x + 5} \right)$$

$$31.) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 3x}{2x^2 - x} \right) =$$

$$29.) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^2 + 4x + 4} \right)$$

$$32.) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) =$$

Límits de Polinomis o Arrels de Polinomis $x \rightarrow \pm\infty$

Si $f(x) = P(x)$ es un polinomi $\boxed{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty}$

$$5.) \lim_{x \rightarrow +\infty} (5x^3 + 1) =$$

$$9.) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{-x^2 - x} =$$

$$6.) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^2 + x - 2) =$$

$$10.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^3 - x^2} =$$

$$7.) \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + x^2) =$$

$$11.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x^3 + x} =$$

$$8.) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^5 + x^4 - 1) =$$

$$12.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{-x^5 - 1} =$$

Límits de Quocients de Polinomis $x \rightarrow \infty$

Si $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ es un quocient de polinomis

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \quad \text{INDETERMINACIÓ}$$

Com es resol la indeterminació

A) *Grau de $P(x)$ es major que el Grau de $Q(x)$*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\pm\infty}{\pm\infty} = \pm\infty \quad \text{limit infinit}$$

B) *Grau de $P(x)$ es menor que el Grau de $Q(x)$*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\pm\infty}{\pm\infty} = \begin{cases} 0^+ & \text{limit zero} \\ 0^- & \end{cases} \quad (\text{asimptota horizontal en } y = 0)$$

C) *Grau de $P(x)$ es igual que el Grau de $Q(x)$*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\pm\infty}{\pm\infty} = \frac{\text{Coeficient del terme de major grau de } P(x)}{\text{Coeficient del terme de major grau de } Q(x)} = \frac{a}{b}$$

limit finit

$$(\text{asimptota horizontal en } y = \frac{a}{b})$$

$$37.) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^2 + 3x - 5}{4x^2 + x + 1} =$$

$$42.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - 5x^2 + 6x}{-x - 2} =$$

$$38.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3}{8x + 5}$$

$$43.) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{8x^2 + 3x - 5}}{4x + 1} =$$

$$39.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 2}{2x^2 + 3x + 1}$$

$$44.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{-x^6 + 3x - 5}}{4x + 1} =$$

$$40.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 3}}{8x - 2}$$

$$45.) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[4]{x^3 - 3}}{8x - 2} =$$

$$41.) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + x^2}}{16x - 1}$$

$$46.) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x^2 - 3}}{\sqrt{9x - 1}} =$$