INS SENTMENAT DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES

DOSSIER ESTIU DE MATEMÀTIQUES
1r BATXILLERTAT CIENTÍFIC/TECNOLÒGIC

NOM I COGNOMS: ___________________________________.

CURS: 2022-223

OPERACIONS AMB RADICALS

1.1 Treu fora del radical tots els factors que sigui possible:

a) $2\sqrt{3^5}$ b) $\sqrt[3]{4^8\ 3^7}$ c) $5\sqrt{24}$

d) $7\sqrt[3]{2^5\ 81}$ e) $3\sqrt[7]{3^{14}}$ f) $3\sqrt{3^7}$

g) $-2\sqrt{72}$ h) $4\sqrt[3]{27}$ i) $-2\sqrt[3]{72}$

1.2. Obtén els productes i les divisions següents:

a) $\sqrt{8}\sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{2^5}\sqrt[3]{2^4}$ c) $\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}}$

d) $\dfrac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{8}}$ e) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{10}}$ f) $\sqrt{6}\sqrt{8}$

1.3. Simplifica les expressions següents:

a) $-5\sqrt{6}+2\sqrt{6}-3\sqrt{6}=$ b) $7\sqrt[3]{5}-8\sqrt[3]{40}+6\sqrt[3]{135}=$

c) $-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=$ d) $7\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{24}+2\sqrt[3]{81}=$

RACIONALITZACIÓ

1.1

a. $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

b. $\dfrac{-8}{\sqrt{6}}$

c. $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$

d. $\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

e. $\dfrac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

f. $\dfrac{\sqrt{8}-2}{\sqrt{4}}$

g. $\dfrac{x}{\sqrt[3]{2}}$

h. $\dfrac{5}{\sqrt[4]{x}}$

i. $\dfrac{6^2}{\sqrt[4]{6}}$

1.2

a. $\dfrac{5}{2-\sqrt{3}}$

b. $\dfrac{-2}{\sqrt{2}+1}$

c. $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}-3}$

d. $\dfrac{x+1}{x-\sqrt{2}}$

e. $\dfrac{6}{2+3\sqrt{5}}$

f. $\dfrac{a}{a-\sqrt{a}}$

g. $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

h. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-1}$

i. $\dfrac{\sqrt{8}+\sqrt{3}}{\sqrt{8}-\sqrt{3}}$

BINOMI DE NEWTON

Calcula la potència dels binomis següents emprant el binomi de Newton o el Triangle de Tartàglia.

a) $(x + 1)^2 =$ b) $(x + 1)^3 =$ c) $(x + 1)^4 =$ d) $(3x + 5)^3 =$

e) $(x^3 + 2x)^5 =$ f) $(2x^2 – 5)^4 =$ g) $(4x – 3)^3 =$ h) $(x^2 + 3x)^4 =$

PROPIETATS LOGARÍTMES

Aplicant les propietats dels logarítmes torba les expressions algebraiques equivalents

a) $\log A + \log B = 5\log C$

b) $2\ln A + 3\ln B = \frac{1}{2}\ln C$

c) $\log(3A + B) + \log(C) = 2\cdot\log(A) - \log(B)$

d) $2 + \log A = \log B + \log C$

e) $2(\log A + \log B) - \log A = 3\log A - 2\log B$

f) $3 + \log_2 A = \log_2 B - 2\log_2 C$

g) $\frac{2}{3}(\log_4 A + 3\log_4 B - 2\log_4 C) = \log_4(A + 3B - 2C)$

h) $\ln(A + B) + \ln(A - B) = \ln(A^2 - B^2)$

Troba en cada cas el valor de A

a) $\ln A + \ln A^2 + \ln A^3 = 6$

b) $\log A^2 + \log A^3 + \log A^7 = 6$

c) $\ln A^7 + \ln A^9 + \ln A^{14} = 330$

d) $\log_A 27^3 + \log_A 27^2 + \log_A 27^4 + \log_A 27^7 = 48$

e) $\log_A 6^2 + \log_A 6^3 + \log_A 6^5 = 30$

f) $\log_A 2^2 + \log_A 0{,}5^3 + \log_A 4^4 + \log_A 0{,}25 = 10$

ARRELS D'UN POLINOMI.FACTORITZACIÓ. RESOLUCIÓ EQUACIONS POLINÒMIQUES

Troba les arrels i la descomposició factorial dels següents polinomis:

a) $x^4 – 4x^3 – x^2 + 16x – 12$

b) $2x^3 – 2x^2 – 28x + 48$

c) $x^4 – 3x^2 + 2x$

d) $x^4 – 13x^2 + 12$

e) $4x^4 – 17x^2 + 4$

f) $x^5 + 57x^3$

g) $2x^4 – 6x^3 – 12x^2 + x – 1$

h) $4x^3 + 12x^2 – 15x + 4$

Resol les següents equacions polinòmiques

$x^4 – 5x^3 + 5x^2 – x – 12 = 0$

$x^6 – x^5 – 6x^4 – x^2 + x + 6 = 0$

$9x^3 + 12x^2 – 11x + 2 = 0$

$(x + 1)\cdot(x – 2)^2\cdot(x + 4)^3 = 0$

A partir dels Polinòmis següents obten p(0), p(1), p(-2), q($\sqrt{3}$), q(0), q(1/4)

$$p(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1 \qquad q(x) = \sqrt{3}\,x^3 + 2x^2 - \frac{1}{2}$$

OPERACIONS AMB FRACCIONS ALGEBRAIQUES

Simplifica les expressions següents algèbriques descomponent el numerador i el denominador en producte de binomis si és possible.

a) $\frac{x^2-1}{x^3+2x^2-3x}$

b) $\frac{x^3-3x^2+4}{x^3-2x^2+4x+8}$

c) $\frac{x^3-3x^2-4x+12}{x^2-5x+6}$

d) $\frac{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}{x^3-3x-2}$

e) $\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^3-2x^2-x+2}$

Suma les següents fraccions algebraiques

a) $\frac{1}{x-2}+\frac{x}{x^2-4}=$

b) $\frac{5}{x^2-4x+3}-\frac{x-3}{x^2-2x+1}=$

c) $\frac{x-1}{x+1}+\frac{3}{x-1}-\frac{x}{x^2-1}=$

. Efectua les operacions amb fraccions de polinomis que s'indiquen a continuació:

a) $\frac{2x-5}{x+3}+\frac{x-4}{x^2-9}$

b) $\frac{5x-6}{x-2}-\frac{3x-4}{x-1}$

c) $\frac{x+2}{x^2-4}\,\frac{x-2}{x+2}$

d) $\frac{x+5}{x^3+x^2-21x-45}-\frac{x-3}{x^3-7x^2-5x+25}$

e) $\frac{\frac{x-1}{x^2-9}}{\frac{x}{x^2+6x+9}}=$

f) $\frac{\frac{x^2-4}{x^2-10x+25}}{\frac{x^2+4x+4}{x^2-25}}=$

g) $\frac{3}{x-3}+\frac{7}{x+7}$

h) $\frac{x}{x+4}-\frac{x-2}{x}$

Simplifica les següents fraccions algebraiques

a) $\frac{x^2+1}{x-1}$

b) $\frac{x^3-x^2+3x-3}{x^2-1}$

c) $\frac{3x^2-6x-9}{2x-6}$

d) $\frac{2x^2-2x-12}{x^3-7x-6}$

$\frac{2x^2-7x+3}{x^2-x-6}$

EQUACIONS RACIONALS

$\frac{x^2-5x+4}{8-x}=5$

$\frac{2x}{x-2}=1+\frac{x+2}{2}$

$\frac{x+5}{x-5}+\frac{x-5}{x+5}=\frac{10}{3}$

$\frac{x^2-32}{4}=\frac{-28}{x^2-9}$

$\frac{3}{x+3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{x-2}$

$\frac{3x^2+2}{x^2+2}=4x^2+3$

EQUACIONES IRRACIONALS

$6x-\sqrt{18x-8}=2$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{x-1}=1$

$\sqrt{x-5}-\sqrt{4x-7}=0$

$\sqrt{3x-5}+\sqrt{3x-14}=9$

$\sqrt{x+10}-\sqrt{x+19}=-1$

$\sqrt{5-x}+\sqrt{x+3}=0$

$\sqrt{5-x}+\sqrt{x+3}=0$

$\sqrt{5x+19}-\sqrt{5x}=-1$

EQUACIONS EXPONENCIALS

1) $5^{2x-1}=\sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}}$

2) $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0$

3) $3^{2(x+1)}-28\cdot 3^x+3=0$

4) $5^x-97\cdot 5^{x/2}+6^4=0$

5) $10^{3-x}=1$

6) $2^{2x}+2^{2x-1}+2^{2(x-1)}+2^{2x-3}+2^{2(x-2)}=1984$

7) $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$

8) $3^x+3^{1-x}=4$

9) $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$

10) $2^{1-x^2}=\frac{1}{8}$

11) $2^{x-1}+2^x+2^{x+1}=7$

EQUACIONS LOGARÍTMIQUES

1) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3$

2) $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4$

3) $\dfrac{\lg 2+\lg(11-x^2)}{\lg(5-x)}=2$

4) $(x^2-4x+7)\lg 5+\lg 16=4$

5) $\lg\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\ ;\ x\geq 1$

6) $3\lg x-\lg 32=\lg(x/2)$

7) $\lg_2 x\cdot\lg_x 2x\cdot\lg_{2x} y=\lg_x x^2$

8) $5\,lg\,\dfrac{x}{2}+2\,lg\,\dfrac{x}{3}=3\,lg\,x-lg\,\dfrac{32}{9}$

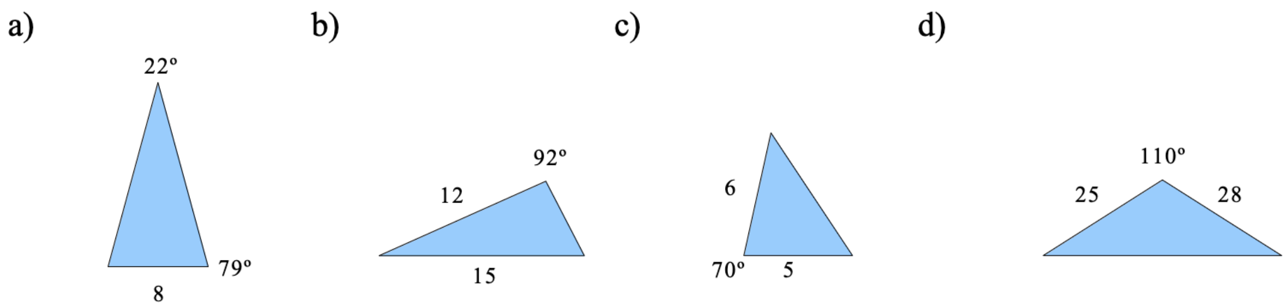
9) $2\lg x=3+\lg(x/10)$

10) $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg5$

SISTEMES D'EQUACIONS PEL MÈTODE DE GAUSS

$$\left.\begin{aligned} x+y-z&=2\\ x-2y+3z&=0\\ 2x-y+3z&=3\end{aligned}\right\}\qquad \left.\begin{aligned} 2x+y+2z&=-3\\ x+3y+2z&=5\\ 4x+2y-z&=-1\end{aligned}\right\}\qquad \left.\begin{aligned} 2x+3y+z&=-1\\ 6x+4y+4z&=0\\ -4x+2y-z&=5\end{aligned}\right\}\qquad \left.\begin{aligned} 2x-6&=4y+6z\\ -y-3z&=1-3x\\ -4x-y&=6-3z\end{aligned}\right\}$$

Resolt els triangles següents



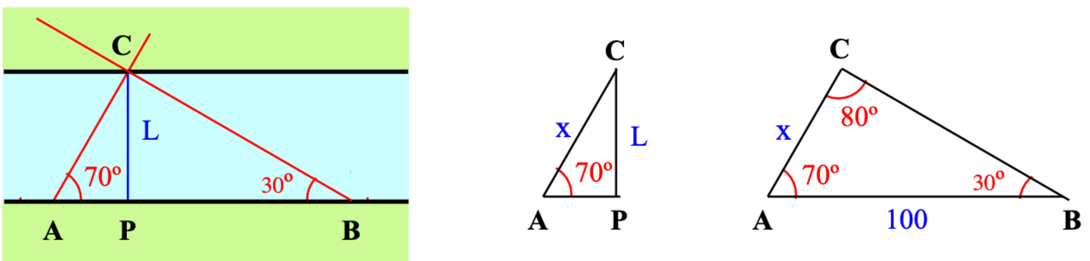
- Calcula les restants mesures dels costats i angles d'un triangle amb a = 15, α = 30º i β = 80º.

- Calcula els restants costats i angles d'un triangle habitual amb
  A) a = 30 m, b = 20 m, γ = 60º. (B) b = 50 m, c = 30 m, α = 50º.

- Comprova si un triangle pot tenir les següents mesures: a = 45 m, b = 30 m, α = 40º, β = 70º

- L'angle d'elevació del cim d'una torre mesurat des d'un punt C de l'horitzontal és de 22º. Avançant 12 metres cap a la torre, tornem a mesurar l'angle d'observació que és ara de 45º. Calculeu l'altura de la torre.

Un riu té les dues vores paral·leles. Des de dos punts A i B d'una vora, distants entre si 100 metres, observem un punt C de la vora oposada amb visuals que formen, amb la direcció que determinen A i B, uns angles de 70° i 30° respectivament. Quina és l'amplària del riu? (***Distància a un punt inaccessible***).



Dos vaixells A i B ixen d'un port al mateix temps, amb trajectòries rectilínies que formen un angle de 120°. La velocitat de A és de 10 km/h i la de B 15 km/h.
(A) Quina distància els separarà després de 4 hores? (B) Quan es trobaran a 100 km de distància?

- Dos estacions de guardaboscos estan separades 3 Km en línia recta. Dos guardaboscos, un a cada estació, observen el fum d'un incendi. Els angles d'observació de l'incendi són de 20º i 60º, l'angle es mesura en relació a la recta que uneix les estacions. Aproximadament, a quina distància de cada guardaboscos es troba l'incendi?

- Des de dalt d'un globus s'observa un poble A amb un angle de 50º, i un altre B, situat a l'altre costat i en línia recta, amb un angle de 60 º. Sabent que el globus es troba a una distància de 6 quilòmetres del poble A ia 4 del poble B, calcula la distància entre els pobles A i B

FUNCIONS

Obtén el domini de les funcions següents

a) $f(x) = \dfrac{-3x^2+2}{4x-3}$

b) $g(x) = \dfrac{-6x-1}{x^2-2}$

c) $h(x) = \sqrt{4+3x}$

d) $k(x) = 2x^2 - 7x + 11$

e) $y = \dfrac{\sqrt{3x-5}}{\sqrt{4x+1}}$

f) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$

g) $g(x) = \dfrac{4x-3}{(x-1)(x+3)(x-2)}$

h) $t(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+4}{x} & \text{si } x \leq 2 \\ \dfrac{2x}{x-3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Donades les següents funcions calcula: h o k(x), k o g(x), f(g(x)) i g(f(x))

$h(x) = \sqrt{x-3}$ i $k(x) = 3x + 2.$ $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$ i $g(x) = \dfrac{x^2-1}{3x}.$

- L'import del rebut de la llum en general, es calcula en base als Kwh consumits i altres conceptes com ara la potència, lloguer d'els equips de mesura,...etc. I al final s'incrementa l'iva. En aquest problema, per simplificar, suposarem que el rebut es calcula en base als Kwh consumits, i cada kwh costa a 0,15€, més una quantitat fixa de 9 €, més l'iva del 18 %.
  Respon a les següents qüestions:
  a) Escriu la fórmula que expressa la relació entre les variables: x= kwh i y=€
  b) Si s'han consumit 177 kwh, quin és l'import del rebut?
  c) Si he pagat 100 €, quants kwh he consumit?
  d) Representa la gràfica que expressa aquesta situació, posant en l'eix X els kwh i en l'eix Y euros
  e) Creus que és una funció de proporcionalitat directa?.

- El director d'un teatre sap que si cobra 30 € por localitat, podria aconseguir 500 espectadors. I que cada rebaixa d'1€, li suposaria 100 espectadors més.
  Escriu la fórmula que expressa els guanys obtinguts (y) en funció del nombre de rebaixes del preu (x).
  Quina és la rebaixa òptima?

- En mesurar la temperatura a diferents alçades, s’ha observat que la temperatura disminueix 1 °C cada 200 m d’alçada. Si en un dia determinat la temperatura arran de terra és de 12 °C, escriu l’expressió algèbrica de la funció t (h), essent h l'alçada en metres i t (h) la temperatura en °C. Quina temperatura hi haurà a 6 km d'alçada? A quina alçada hi haurà una temperatura de 50 °C?

La funció $f(x) = \dfrac{12\,000}{1 + 499(1{,}09^{-x})}$ descriu les vendes d'un videojoc x dies després del seu llançament. Quin dia es va arribar a 6 000 jocs venuts?

La població humana mundial segueix un creixement exponencial que necessàriament tindrà un fre. Suposem que la capacitat poblacional de la Terra és de 12000 milions d'habitants (límit superior que assumim) i que la població mundial, en milions d'habitants, s'ajusta a una ***funció logística***:

$$\mathbf{C(x)} = \frac{\mathbf{12\,000}}{\mathbf{1 + k \cdot a^{x}}}, \text{ per a } \mathbf{x} \geq 0$$

sent **x** el nombre d'anys des de 1960.

(A) Obtenim els valors de k i de a perquè aquesta funció s'ajuste als 3 000 milions de persones de 1960 i als 4 000 milions de 1975.

(B) Amb la funció obtinguda, quina és la població per a l'any 2020?

Durant un determinat període de temps, el valor d'un producte es pot modelitzar amb una funció exponencial. Inicialment, el producte valia 50 euros, i cada 3 mesos duplica el seu valor.

(A) Obtén una funció que represente el valor del producte en funció del temps transcorregut x (en mesos).

(B) Quant valdrà el producte després de dos anys?

(C) Quan valdrà el producte 5 000 euros?

En una determinada regió, la quantitat y de biomassa (en kg) per unitat de superfície es pot expressar en funció del temps x (en anys) amb una funció exponencial del tipus

$$y = 1 + k \cdot a^{\frac{x}{10}}, \text{ amb } x \geq 0.$$

(A) Calcula els valors de k i de a perquè al principi hi haja 5 kg de biomassa, i als 20 anys n'hi haja 2 kg.

(B) Quants anys han de passar perquè quede només 1.25 kg de biomassa?

La inflació és la pèrdua del valor adquisitiu dels diners. Amb una inflació anual del 5%, productes que avui podem comprar per 1€ costarien 1.05 € un any després si no es produeixen increments per altres motius. L'expressió que proporciona el preu d'un producte x anys després, si la inflació es manté constant tots els anys, és la mateixa que la del capital per interès compost, és a dir,

$$p(x) = p_0(1 + i)^x$$

on x es mesura en anys, p_0 és el preu inicial del producte, i és la inflació en tant per un i p(x) és el preu transcorreguts x anys.

(A) Si un producte val actualment 20 €, calcula el seu preu d'ací a 10 anys, amb una inflació del 2% anual. I si és del 10% anual?

(B) Si un producte que val 15 € passa a valer 40 € transcorreguts 15 anys, calcula la inflació anual, amb el supòsit que és la mateixa tots els anys.

- Representa les següents funcions i indica'n el domin

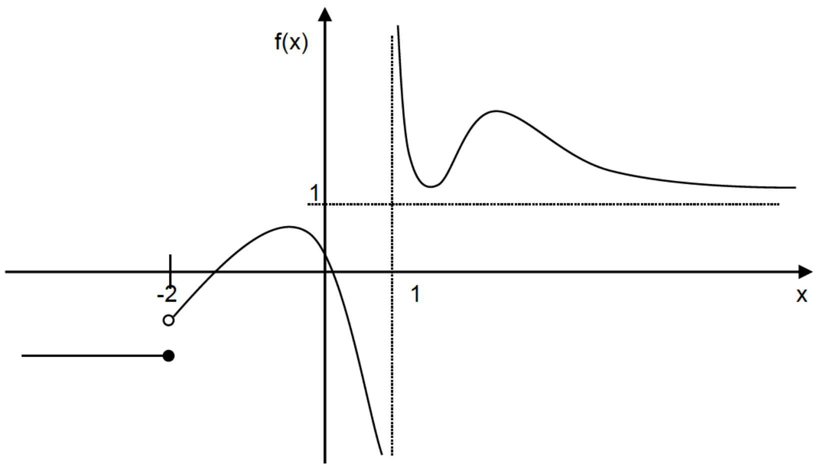
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 3 \\ x - 2 & \text{si } 3 < x < 6 \\ 2x - 8 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } -4 < x \leq 0 \\ 3 & \text{si } 0 < x \leq 5 \\ \dfrac{1}{5}x + 2 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & \text{si } x < 3 \\ x + 5 & \text{si } 3 \leq x \leq 7 \\ 12 & \text{si } 7 < x < 10 \end{cases}$$

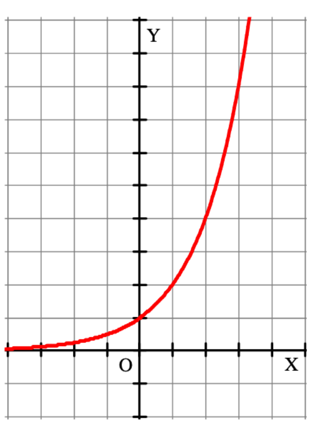
$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ -2x + 3 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ -7 & \text{si } 5 \leq x < 8 \end{cases}$$

Donada la gràfica de la funció f , descriu-ne les discontinuïtats indicant els límits dels punts indicats.

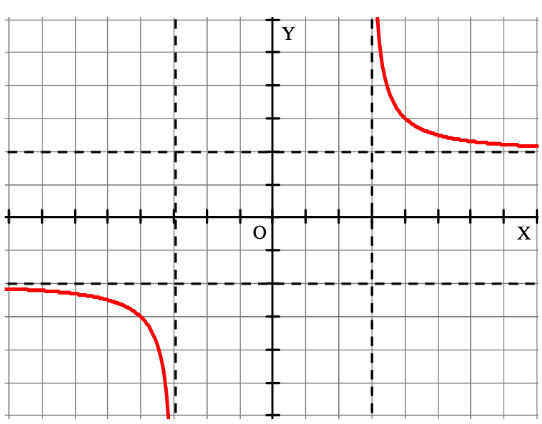


Indica el $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ i $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ en les següents gràfiques:

a)



b)



Calcula els següents límits de funcions en l'infinit:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-3x^2+25x)$ **b)** $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3-3x^2+25x)$ **c)** $\lim\limits_{x\to-\infty}(-5x^2+7x)$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}(-5x^2+7x)$ **e)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x^2+5}$ **f)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x}{x^2-4}$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5-x}{x+5}$ **h)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2+1}{4x^2-3}$ **i)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-3}{7x-2}$

j) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+5}{\sqrt{4x^2-x+2}}$ **k)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{8x^3-3x^2-3}}{2x+1}$ **l)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^3+3x^2}}{x+5}$

m) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{3x}-\dfrac{3}{2x+1}\right)$ **n)** $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)$ **o)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7^{-x}}{2}$

p) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+3}+\sqrt{x})$ **q)** $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})$ **r)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$

Calcula els següents límits de funcions:

a) $\lim_{x\to 1}(x^2+3x+1)$ **b)** $\lim_{x\to -2}\frac{x^2-3}{x+1}$ **c)** $\lim_{x\to 0}\sqrt{\frac{x+4}{x^2+1}}$

d) $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x+2}$ **e)** $\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x}{x^2-x}$ **f)** $\lim_{x\to 0}\frac{x^2+3x}{x^2-x}$

g) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ **h)** $\lim_{x\to -3}\frac{x^2+2x-3}{x^2+3x}$ **i)** $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-7x+10}{x^2-4}$

j) $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ **k)** $\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{5}}{x-5}$ **l)** $\lim_{x\to 7}\frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

Calcula, si tenen, les asímptotes verticals de les següents funcions i dibuixa el comportament de la funció al voltant d'elles:

a) $f(x)=2x^3-5x$ **b)** $f(x)=\frac{3x+7}{x-2}$ **c)** $f(x)=\frac{x+2}{x^2-1}$

d) $f(x)=\frac{x^2-4}{x^2+4}$ **e)** $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+5x+4}$ **f)** $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2}$

Calcula, si tenen, les asímptotes horitzontals i obliqües de les següents funcions:

a) $f(x)=2x^3+3x-1$ **b)** $f(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}$ **c)** $f(x)=\frac{3}{x+5}$

d) $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}$ **e)** $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$ **f)** $f(x)=\frac{x^3+2x+7}{x^2+x+1}$

DERIVADES

Calculeu els màxims i els mínims de la funció f (x) = x^4-2 x^2+2.

Calculeu els màxims i mínims de la funció següent: f (x) = 2 x^3-9x^2+12x+1.

Tenim la funció: $f(x)=\frac{x}{x+1}$ Calculeu els intervals de creixement i decreixement.

Calculeu els extrems (siguin màxims o mínims) de la funció $f(x)=\frac{x^2}{x-3}$

Determineu el pendent de la recta tangent a la paràbola $y=x^2-7x+12$ en el punt $x=2$. En quins punts el pendent serà 3.

Determineu l'equació de la recta tangent i normal a la paràbola $y=x^2-4x+3$ en el punt $x=4$.

En quin punt de la corba $y = 3x^2 - 5x + 1$ té una recta tangent paral·lela a la recta d'equació $y = 7x - 3$.

Determineu el valor de a a fi que la corba $y = 2x^3 - 3x^2 + a$ i la recta $y = 12x - 1$ siguen tangents. Calculeu el punt de tangència.

Determineu un punt de la corba $y = \sqrt{25 - 4x^2}$ en el qual la recta tangent siga paral·lela a la bisectriu del primer quadrant.

En quins punts de la corba $y = x^3 - 2x^2 - 6x$ té pendent -2.

De tots els rectangles d'àrea 100dm^2, determineu les dimensions del que tinga mínima diagonal. Calculeu la mesura de la mínima diagonal.

De tots els triangles la base dels quals i l'altura sumen 20cm, determineu el que té àrea màxima.

Quines dimensions ha de tenir un cilindre d'un litre de capacitat perquè la superfície total siga mínima. Calculeu la superfície mínima

Es vol construir una caixa oberta (sense tapa) de xapa amb base quadrada i amb 32 litres de capacitat.
Determineu les dimensions de la caixa que té menor quantitat de xapa.

Una finestra rectangular acaba formant un triangle equilàter a la part superior.
Si el perímetre de la finestra és 3m, determineu les dimensions de la finestra a fi que l'àrea siga màxima.

Una finestra rectangular acaba formant un triangle equilàter a la part superior.
Si el perímetre de la finestra és 3m, determineu les dimensions de la finestra a fi que l'àrea siga màxima.

Calcula les següents derivades

1. $f(x) = \sqrt{3 - x^2}$
2. $f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$
3. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) \operatorname{sen}(x)$
4. $f(x) = \sqrt{\frac{1 - x}{x}}$
5. $f(x) = e^{-x^2+3}$

6. $f(x)=\operatorname{sen}^2\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$
7. $f(x)=\operatorname{sen}(1-x)\ \cos^3(x)$
8. $f(x)=\sqrt{\cos^3(x^2)}$
9. $f(x)=\sqrt{1-\cos(x^3)}$
10. $f(x)=\sqrt[3]{\operatorname{sen}^2(5x)}$
11. $f(x)=e^{\operatorname{sen}(x^2)}$
12. $f(x)=\frac{e^x}{1-e^x}$
13. $f(x)=e^{\frac{1+x}{1-x}}$
14. $f(x)=e^{\operatorname{tg}(x^2)}$
15. $f(x)=e^{\sqrt{1-x^2}}$
16. $f(x)=2^{x^3-3x^2}$
17. $f(x)=5^x\,x^5$
18. $f(x)=2^x(x^2+x)$
19. $f(x)=3^{\sqrt{1-x}}$
20. $f(x)=\cos\left(2^{x+1}\right)$

GEOMETRIA ANALÍTICA

1. Donats els punts A(2,1) , B(6,5),i C(-1,4):

   a) Representa els vectors AB i CA
   b) Calcula les coordenades del vector AB, i BA. Tenen la mateixa direcció? I el mateix sentit?
   c) Calcula els mòduls de AB i CD.

2. Donats els vectors $\vec{u}$ =(1,2), $\vec{v}$ =(5,3), $\vec{w}$=(1,- 1), $\vec{s}$=(-1,-2), realitza les operacions que
s'indiquen a continuació:

   a) $\vec{u}+\vec{s}+\vec{w}$
   b) $\vec{s}-\vec{u}+\vec{v}$
   c) $3\vec{v}+2\vec{w}$
   d) $2\vec{s}-2\vec{w}$

3. Escriu el vector (-1,1) com a combinació lineal dels vectors (0,2) i el (1,3).

8. A (2, 3) i B(6, -1) són dos punts del pla. Busqueu les coordenades del punt mitjà del segment AB.

11. Determineu si els punts A(3, 1), B(5, 2) i C(1,0) estan alineats.

21. Escriviu les equacions paramètriques de la recta que passa per A(-2, 5) i te la direcció del vector $\vec{v}$ (1, 4). Obteniu tres punts més de la recta.

22. Escriviu totes les equacions de la recta que passa per:

a) P(0, 2) i Q(-1, 3)
b) A(1,4) i B(-1, 2)

24. Trobeu en cada cas l'equació de la recta paral·lela que té con a ordenada en el origen – 3

a) r: $3x - 2y = 0$

b) r: $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-5}$

c) r: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$

25 Trobeu en cada cas, l'equació de la recta perpendicular a la donada en el punt de tall amb els eixos de coordenades.

a) r : $x + 2y - 4 = 0$

b) r: $x + 2 = \frac{y-4}{2}$

c) r: $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$

29. Trobeu la distància entre les rectes:

a) r: $2x + 3y - 1 = 0$ i s : $-4x - 6y + 2 = 0$

b) r : $x + 3y - 4 = 0$ i s: $3x - 2y - 5 = 0$

32. Quin angle forma la recta $x - 2y + 4 = 0$ amb l'eix d'abscisses? I amb el d'ordenades?.

43. Un triangle té dos vèrtex A i B en els punts A(0, 0) i B (2, 0). L'àrea val 3. Sabent que el tercer vèrtex té ordenada positiva i està situat sobre la recta r: $2x - y - 5 = 0$. calculeu les coordenades de C i el perímetre del triangle. Feu-ne la gràfica corresponent.

44. Sigui la recta d'equació r: $6x - 15y + 4 = 0$. Trobeu les equacions de les rectes paral·lela i perpendicular a r que passen pel punt P (4, 1) i feu un esquema gràfic.

45. D'un rombe ABCD coneixem les coordenades de tres vèrtex A és l'origen de coordenades, B (4, 1) i D (1, 4).

a) Calculeu les coordenades del quart vèrtex C.
b) Comproveu analíticament que les diagonals són perpendiculars i que tallen en el seu punt mitjà

- Troba la posició relativa de les següents rectes i, en cas que es tallin, troba'n el punt de tall

A) r: 2x+3y-4=0; s: (x,y)=(2,0)+t(6,-4)

B) r: y=3x-2; s: $\frac{x-2}{2}=\frac{1-y}{-6}$

C) r: $\begin{cases} x=2-3t \\ y=5t \end{cases}$ s: x=0

D) r: $\begin{cases} x=2-3t \\ y=3-5t \end{cases}$ s: $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{2}$

- Donades les rectes r: 2x+3y+5=0, s: 4x+6y-2=0 i el punt P(2,-3), troba:
  a) La distància del punt a la recta s.
  b) Comprova si el punt pertany a cap de les dues rectes
  c) Comprova que les dues rectes són paral·leles
  d) Troba la distància entre les rectes

- Troba la distància entre els punts A(1,-3) i B(4,5)

- Troba el valor de k de forma que els punts A(2,3) i B(4,k) sigui 7

- Troba l'angle que formen les dues rectes següents de dues formes diferents: a) Trobant-ne els dos vectors directors; b) Trobant-ne els pendents.

  r: y=2x-2; s: $\frac{x-2}{2}=\frac{1-y}{-6}$

- Troba el valor de k de forma que l'angle que formin aquestes dues rectes sigui de 45º: r: 2x+ky+8=0 s: 2x+y-5=0