

Dossier de recuperació

4t ESO – Estiu 2023

Nom i cognoms:

Grup:

Tema 1: Introducció a l'Estadística

1. Classifica les següents variables en **qualitatives**, **quantitatives discretes** o **quantitatives contínues**.
 - a. l'altura dels alumnes de 4rt d'ESO.
 - b. La comarca on han nascut els habitants de Sabadell.
 - c. El número de fills que tenen les dones a Catalunya.
 - d. El nivell d'estudis de la població de Catalunya.
 - e. El pes dels alumnes de 4r d'ESO.
 - f. El número de llibres que llegeixen anualment els ciutadans de Sentmenat.
 - g. El tipus de llibre que llegeixen els ciutadans de Sentmenat.
 - h. Les hores mensuals dedicades a la lectura de cada ciutadà de Sentmenat.
 - i. La modalitat de transport per anar a treballar dels habitants de Caldes de Montbui.
 - j. El número de quilòmetres diaris per anar a treballar que realitza la població de Sentmenat.

2. Respon les següents qüestions:
 - a. Quina diferència hi ha entre la freqüència relativa i la freqüència absoluta? Explica la diferència amb les teves paraules, i posa exemples.

 - b. Com es calcula la mitjana aritmètica? I la mediana? I la moda?

3. El nombre de llibres que han llegit 10 alumnes durant el darrer curs de llengua i literatura catalana ha estat: 4, 5, 6, 4, 2, 4, 6, 4, 3 i 3.
- a. Omple la següent taula de freqüències:

Valor de la variable	Freqüència absoluta	Freq. Absolu. Acumulada	Freq. Relativa	Freq. relativa acumulada	Percentatge
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					

- b. Dibuixa el diagrama de barres de la taula de freqüències

- c. Calcula la mitjana aritmètica, la mediana i la moda.

- d. Calcula'n la variància i la desviació típica.

- e. Quin percentatge llegeix menys de 4 llibres ?.

4. Les notes finals d'anglès d'una classe van ser les recollides en la següent taula:

a. Completa la taula amb la freqüència relativa i el percentatge

Nota finals d'anglès	Freq. absoluta	Freq. relativa	Percentatge
1	4		
2	3		
3	2		
4	1		
5	7		
6	3		
7	2		
8	8		
9	3		
10	2		

b. Calcula la mitjana aritmètica, la mediana i la moda.

c. Calcula la variància i la desviació típica.

d. Dibuixa el diagrama de barres de la freqüència relativa.

e. Quin percentatge d'alumnes ha aprovat anglès ?

5. Els pesos, en quilograms, de 40 persones estan distribuïts com indica la taula:

Pes (kg)	Nombre de persones (freq. absoluta)	Marca de classe	Freq. relativa	Percentatge
45,5 – 52,5	2			
52,5 – 59,5	11			
59,5 – 66,5	13			
66,5 – 73,5	9			
73,5 – 80,5	4			
80,5 – 87,5	1			

a. Calcula la marca de classe de cada interval i completa la taula

b. Dibuixa l'histograma d'aquesta variable estadística.

c. Calcula la mitjana aritmètica i mediana

d. Calcula la variància i la desviació típica.

e. Quin percentatge de la població té un pes superior als 66,5 kg?

6. El temps en minuts per anar de casa a l'escola dels alumnes d'un institut estan recollits en la taula següent:

Temps en min.	Marca de classe	Freq. absoluta	Freq. relativa	Percentatge
(0 - 5]		2		
(5 - 10]		11		
(10 - 15]		13		
(15 - 20]		6		
(20 - 25]		3		
(25 - 30]		1		

- a. Quants alumnes estudien en aquest institut?
- b. Completa la taula de freqüències.
- c. Dibuixa l'histograma associat a la freqüència absoluta.
- d. Calcula la mitjana i la moda.
- e. Calcula la variància i la desviació típica
- f. Quants alumnes tarden a arribar a l'escola menys d'un quart d'hora?

7. D'una enquesta sobre la tasca d'un batlle vam obtenir la següent informació:

Valoració	Freq. absoluta
Molt dolenta	22
Dolenta	27
Acceptable	17
Bona	19
Molt bona	15

- a. Quants ciutadans consideren que la tasca ha estat dolenta? I acceptable?
- b. Dibuixa el diagrama de sectors d'aquesta variable.
- c. Quina és la moda?
8. El departament de turisme d'un govern regional ens ha facilitat les dades sobre quin mitjà de transport han utilitzat els turistes durant l'any passat per arribar-hi des dels seus països d'origen.

Mitjà de transport	Nº de persones
Vaixell	150 000
Tren	600 000
Autocar	400 000
Avió	100 000
Cotxe	2 000 000

- a. Quin percentatge de persones ha arribat en tren ?
- b. Dibuixa el diagrama de sectors d'aquesta variable.
- c. Quina és la moda?

Tema 2: Probabilitat i atzar

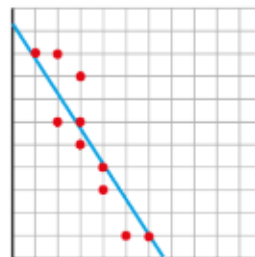
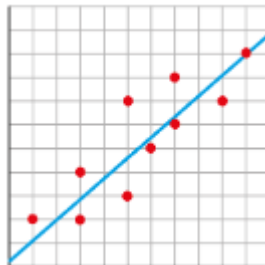
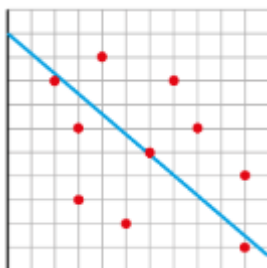
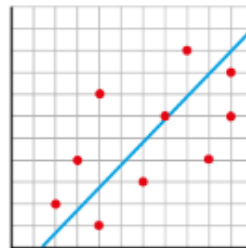
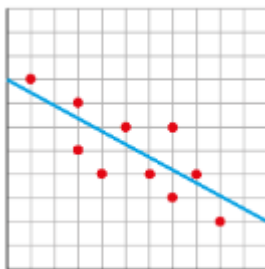
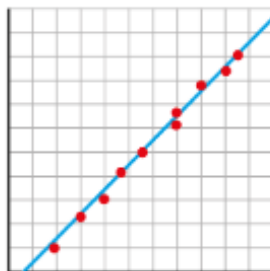
9. Responen les qüestions següents:
- Què és un experiment aleatori? Què és un cas?
 - Com es defineix la probabilitat d'un succés en un experiment aleatori?
10. En una urna hi han 3 boles verdes, dos boles blanques i 5 boles negres.
- Calcula la probabilitat que si traiem una bola sigui blanca.
 - Calcula la probabilitat que si traiem dues boles sense reposició la segona sigui blanca.
 - Calcula la probabilitat que si traiem dues boles amb reposició la segona sigui blanca.
11. En una classe de 3r d'ESO d'un centre escolar hi ha 12 noies i 16 nois; 4 de les noies i 8 dels nois porten ulleres. S'agafa una persona a l'atzar i es demana el següent:
- Calcula la probabilitat de portar ulleres.
 - Calcula la probabilitat de portar ulleres sabent segur que és noi.
 - Calcula la probabilitat de portar ulleres i ser noia.
 - Calcula la probabilitat de ser noi sabent segur que porta ulleres.

12. Es treu una carta d'una baralla espanyola de 48 cartes.
- Calcula quina és la probabilitat de treure una figura.
 - Calcula la probabilitat de treure un múltiple de tres.
13. D'una classe on hi ha 14 noies i 10 nois escollim dos alumnes a l'atzar. Calcula la probabilitat que:
- Siguin dues noies.
 - Siguin un noi i una noia.
 - Siguin dos nois.

Tema 3: Estadística bidimensional

14. Raona, per a cada núvol de punts, quin dels següents és el coeficient de correlació associat. 1p

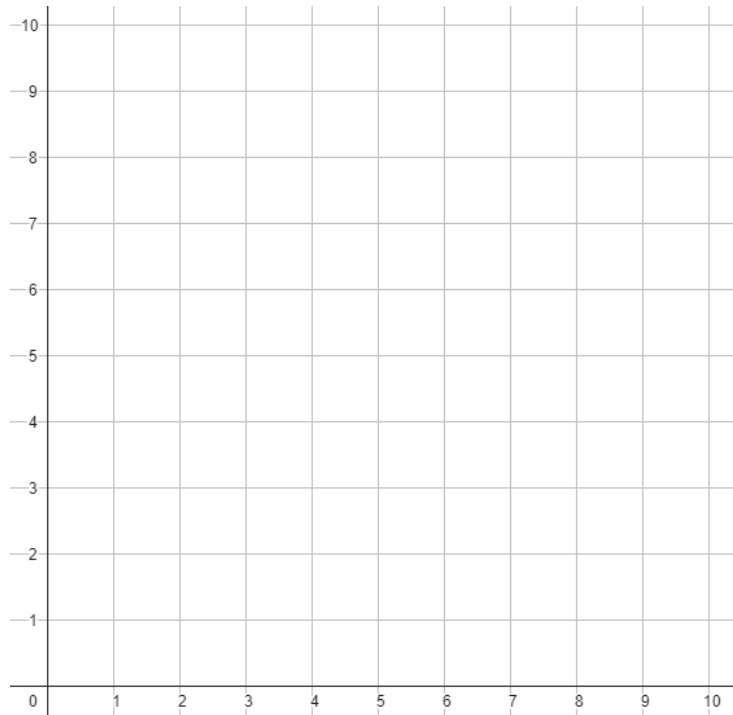
- 0,92 0,86 0,99 0,59 -0,41 -0,77



15. Les notes obtingudes per 10 alumnes de 4r ESO en matemàtiques (x) i llengua catalana (y) han estat respectivament:

X	6	4	10	5	4	8	3,5	5	7	5
Y	6,5	5	10	6	4,5	7	4	5	8	7

- a. Dibuixa el diagrama de dispersió. Traça, de forma aproximada, la recta de regressió.



- b. Suposant que la recta de regressió és de la forma $y = A + Bx$, troba els paràmetres A i B fent servir la calculadora. Escribeu la fórmula de la recta substituint els valors trobats.
- c. Digues si la correlació és positiva o negativa. Digues també si és forta o feble. Justifica la resposta.

16. Una companyia elèctrica estudia el consum d'energia (y) en kWh per dia i la temperatura mitjana diària (x). Les dades obtingudes figuren a la taula següent:

x	8	7,5	13,5	14	8,5	4,5	1,5	2
y	57	60	63	57	66	67	80	79

- a. Dibuixa el núvol de punts. Hi preveus algun tipus de relació? Pots fer servir un programa informàtic per fer-la.

- b. Calcula el coeficient de correlació R.

Tema 4: Nombres reals

17. Classifica detalladament els valors següents, segons si són nombres **reals**, **racionals**, **enters** o **naturals**. Pots utilitzar la calculadora per comprovar el resultat. Recorda que poden pertànyer a més d'una categoria.

- a. El nombre e

b. $7,82 \cdot 10^3$

c. $-0,0063$

d. $\frac{1}{11}$

e. $\sqrt[4]{298}$

f. $\log_{10} 0,0001$

18. Expressa en notació científica emprant 3 xifres significatives els següents valors. A continuació troba l'error relatiu que has comès en cada aproximació.

a. La quantitat d'un mol: $60,23 \cdot 10^{22}$

b. La constant dels gasos ideals: $0,08206 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$

c. La constant de Coulomb: $8\,987\,551\,787 \frac{\text{m}}{\text{F}}$

d. L'energia d'un electronvolt: $1\,602 \cdot 10^{-22} \text{ J}$

19. Simplifica les expressions següents i expressa el resultat en forma d'un sol radical. Expressa el resultat dins d'un requadre, per exemple: $3 + 5 = \boxed{8}$

a. $(\sqrt[15]{x^3})^5 =$

b. $\sqrt[4]{48} =$

c. $\sqrt{2} + \sqrt{50} =$

d. $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}} =$

20. Resol les següents equacions utilitzant el que has après de logaritmes. Detalla els passos que has seguit. Utilitza la calculadora quan ho necessitis. **IMPORTANT:** Expressa el resultat en forma d'igualtat i dins d'un requadre. Exemple: $y = 2$

a. $3^a = 15$

b. $5^b = 25$

c. $16^c = 8$

d. $10^x = 1\ 000\ 000$

21. Classifica els següents nombres en les categories de la taula fent creuetes on correspongui. A la última columna escriu la paraula o paraules que millor defineixin el resultat entre les següents: (1 p)

positiu, negatiu, irracional, decimal exacte, decimal periòdic, fracció, natural

Nombres	N	Z	Q	R	Definició	Nombres	N	Z	Q	R	Definició
$-\sqrt{16}$						0,12					
$\sqrt[4]{9^2}$						0,1 $\hat{2}$					
$\frac{\pi}{4}$						1,23456...					
$\frac{91}{7}$						25000,00					
$\sqrt{8}$						$-\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$					

22. Ordena els nombres de l'exercici anterior de menor a major. Pista: Aproxima els nombres irracionals a l'enter més proper.

23. Escriu els conjunts de nombres següents com a interval i també com a desigualtat. A continuació, representa'ls gràficament.

a. Nombres més grans que 8 i més petits que 10.

b. Nombres positius.

c. Nombres que tenen part entera 3. (per exemple, 3,25 o 3,987)

d. Nombres més grans que 7 o més petits que 2.

24. Simplifica les expressions següents. Expressa el resultat de la forma més

simplificada que puguis. Cal que treguis factors de l'arrel si és possible.

a. $\sqrt[8]{3^{12}} =$

b. $\sqrt[4]{48} =$

c. $\sqrt{\frac{18}{5}} \cdot \sqrt{\frac{50}{9}} =$

d. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} =$

e. $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[6]{32}} =$

f. $\left(\sqrt[4]{\sqrt[5]{5}}\right)^3 =$

g. $\sqrt{32} + 5\sqrt{18} - \sqrt{50} =$

h. $\sqrt[4]{9} =$

i. $\sqrt[10]{a^4 \cdot b^6} =$

Tema 5: Àlgebra

25. Resol les següents equacions de 2n grau

a. $5x^2 + 7x - 6 = 0$

b. $4x^2 - 6x + 21 = 15$

c. $3x^2 - 6x + 4x^2 - 2 = 0$

d. $-5x^2 + 6x - 2 = 2x - 4x^2 + 2$

e. $x^2 + 6x - 10 = 2x - 4x + 2$

f. $-15x^2 + 6x^2 - 3 = x - 4x^2$

g. $x^2 - 8x + 15 = 0$

h. $x^2 + x + 1 = 0$

i. $3x^2 + 8x + 5 = 0$

j. $5x^2 - 3x + 1 = 0$

k. $x^2 - 3x - 10 = 0$

l. $4x^2 - 16 = 0$

m. $2x^2 - 50 = 0$

n. $-3x^2 + 27 = 0$

26. Dels següents problemes, escriu l'equació que els resol. A continuació, digues el resultat.

- a. D'un rectangle d'àrea 32 cm^2 sabem que l'altura fa 4 cm més que la base. Quant fa cada costat?
- b. La superfície d'un hort rectangular fa 500 m^2 . Si sabem que el costat més llarg del rectangle fa 5 m més que l'altre, calcula la longitud de cada costat.

27. Calcula el valor numèric de cada expressió algebraica.

- a. $\frac{3}{4}x$; per a $x = 8$.
- b. $5a^2 + b^2$; per a $a = -5$ i $b = -2$.
- c. $x + x^2 + x^3$; per a $x = 2$
- d. $\frac{2xy}{3} + 3x$; per a $x = 2$ i $y = 3$
- e. $(x - 3)^{34}$; per a $x = 3$
- f. $x - 8(1 - xy) - (1 - x)^2 + y^2$; per a $x = \frac{1}{2}$ i $y = \frac{1}{3}$

28. Resol les següents operacions amb polinomis. Agrupa els termes amb la mateixa part literal i ordena'ls de major a menor grau.

a. $5(1 + 2x) =$

b. $3x(2 + x) =$

c. $a^2(1 + a) =$

d. $(-3x)(x + x^2) =$

e. $3x(2x - 3y) =$

f. $a(a - b) + b(a - b) =$

g. $(x - 1)(4x^3 - 6x^2 - x - 4) =$

h. $(25x^7 + 5x + 2)(-x^4 + 3x^2 - 3) =$

i. $(x^2 + 6x + 1)(2x^2 - 4x - 5) =$

j. $(x^4 + x^2)(x^3 + x) =$

29. Extreu factor comú de les següents expressions algebraiques:

a. $6b^4 - 12b^3$

b. $-10x + 30y - 20z$

c. $5z^2 + 10z^3 + 15z^4$

d. $9a^3 - 18a^2 - 27 + 9a$

e. $25xy + 15xz + 20x^2yz$

f. $12x^6 + 8x^4 + 22x^3 - 4x + 6$

g. $8x^{14} - 16x^7 + 32$

h. $\frac{\sqrt{12x}}{5} + \frac{\sqrt{27x}}{50}$

i. $(a^3 - a^2)^2$

j. $\frac{-4\sqrt{2}}{9}x^3 - \frac{2\sqrt{y}}{3}x^2$

30. Resol les següents operacions utilitzant les igualtats notables.

a. $(x + 5)^2$

b. $(3 - x)^2$

c. $(2a + 4)^2$

d. $(x^2 + 1)^2$

e. $(8 - d^5)^2$

f. $(x - 2)(x + 2)$

g. $(\sqrt{3}x + \sqrt{12})(\sqrt{3}x - \sqrt{12})$

h. $\left(c + \frac{5}{2}\right)^2$

31. Resol les següents equacions de grau superior i comprova que les solucions són les indicades. Detalla tot els Ruffinis que facis. A continuació expressa el polinomi en forma de producte de binomis, com a l'exemple:

a. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

Solució: $x = 1, x = 2$ i $x = 3$

Exemple: $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

b. $x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$ **Solució: $x = -1, x = 3$ i $x = -3$**

c. $x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = 0$ **Solució: $x = -2, x = 3, x = -3$ i $x = 4$**

d. $x^4 - x^3 - 13x^2 + 25x - 12 = 0$ **Solució: $x = 1$ doble, $x = 3$ i $x = -4$**

e. $x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 15x^2 + 4x - 12 = 0$ **S: $x = 1, x = 2, x = 3, x = -1, x = -2$**

f. $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x = 0$ **Solució: $x = 0, x = -2, x = 2$ i $x = -3$**

g. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ **Solució: $x = 1$ triple**

h. $3x^4 - 9x^3 - 6x^2 + 36x - 24 = 0$ Solució: $x = -2$, $x = 1$ i $x = 2$ doble

i. $x^4 - 4x^2 = 0$ Solució: $x = 0$ doble, $x = 2$ i $x = -2$

Tema 6: Àlgebra

32. Dibuixa un triangle rectangle i posa lletres als costats i lletres de l'alfabet grec als angles interiors. Dona amb aquesta nomenclatura la definició de sinus, cosinus i tangent dels angles més petits de 90° .

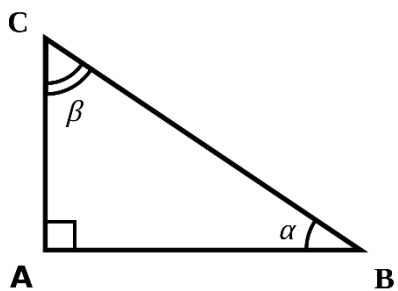
33. A les 11:00, un alumne de 1,60m se situa a l'extrem de l'ombra d'un arbre i mesura l'angle que hi ha entre el seu ull, el punt més alt de l'arbre i l'horitzontal. A les 12:00, el mateix alumne repeteix la mesura.

a. Fes un dibuix esquemàtic de les dues situacions on es vegi clarament els elements que han canviat.

b. Si l'angle que mesura a les 11 és de 13° i el que mesura a les 12 és de 22° , i la distància respecte a l'arbre ha canviat en 10 metres, quant mesura l'arbre?

c. A quina distància de l'arbre es troba l'alumne al principi?

34. Completa la taula següent, corresponent als costats i angles de triangles rectangles, utilitzant les raons trigonomètriques i el teorema de Pitàgores:



Triangles rectangles	Costats			Angles	
	AB	BC	CA	α	β
A	4	5			
B		10		30°	
C			5		60°
D	12			45°	
E		17		75°	
F	8				25°
G			5	60°	
H		9	7		
I	12		13		
J		6			10°
K			13		15°
L	44				70°
M		1			23°
N		1			37°

35. Una persona que fa 178 cm d'estatura projecta una ombra de 85 cm. Quin angle formen els rajos de sol amb la horitzontal?
36. Des d'un avió que vola a 400m sobre el nivell del mar s'observa un vaixell amb un angle de depressió de 55° . A quina distància de l'avió es troba el vaixell?
37. Calcula l'altura d'un edifici si des de l'altre costat del carrer, a 30 m de la base, en veiem l'extrem superior amb un angle de 60° .
38. Es vol construir una rampa de 3m d'altura per al mundial de monopatí. El reglament diu que l'angle en el punt de salt ha d'estar comprès entre 70° i 75° . Quina pot ser la longitud de la rampa? Doneu el màxim i el mínim.
39. En un tros de carretera la inclinació és de 6° . A quina alçada puja la carretera en 42m mesurats sobre la mateixa carretera?
40. Calcula l'àrea d'un triangle isòsceles si els costats iguals mesuren 10 cm i la base mesura 8 cm.