

EXERCICIS LLIBRE

Rectes tangents

1. Troba les rectes tangents a la corba:

$$y = \frac{5x^3 + 7x^2 - 16x}{x - 2}$$

en els punts d'abscisses 0, 1, 3.

2. Troba les equacions de les rectes tangents a la corba:

$$y = x^3 - 4x + 3$$

que siguin paral·leles a la bisectriu dels quadrants segon i quart.

13. Escriu l'equació de la tangent a la corba $y = x^2 + 4x + 1$, que és paral·lela a la recta $4x - 2y + 5 = 0$.

14. Troba les tangents a la corba $y = \frac{2x}{x - 1}$ paral·leles a la recta que passa per (0, 0) i per (1, -2).

18. Determina el punt de la corba $f(x) = x^2 - 5x + 8$ en què la tangent és paral·lela a la bisectriu del primer i tercer quadrant. Escriu l'equació de l'esmentada tangent.

1a derivada. Creixement i decreixement. Màxims i mínims

(NOTA: $x = a$ és un punt singular de $f(x)$ si $f'(a) = 0$)

4. Comprova que la funció $y = x^3/(x - 2)^2$ té només dos punts singulars, en $x = 0$ i en $x = 6$.

Descobreix de quin tipus és cada un d'aquests estudiant-ne el signe de la derivada.

5. a) Troba tots els punts singulars (abscissa i ordenada) de la funció $y = -3x^4 + 4x^3$. Mitjançant una representació adequada, descobreix de quin tipus és cada un d'aquests.

b) Ídem per a $y = x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 24x + 9$.

20. Estudia els intervals de creixement i decreixement de les funcions següents i digues si tenen màxims o mínims:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 4}$

b) $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$

c) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

d) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$

21. Troba els intervals de creixement i els màxims i mínims de les funcions següents:

a) $y = \frac{8 - 3x}{x(x - 2)}$

b) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

c) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

d) $y = \frac{2x^2 - 3x}{2 - x}$

e) $y = \frac{(x - 1)(x - 2)}{x(x - 3)(x - 4)}$

f) $y = \frac{8}{x^2(x - 3)}$

2a derivada. Concavitat i convexitat. Punts d'inflexió.

22. Estudia la concavitat, la convexitat i els punts d'inflexió de les funcions següents:

a) $y = x^3 - 3x + 4$

b) $y = x^4 - 6x^2$

c) $y = (x - 2)^4$

d) $y = x e^x$

e) $y = \frac{2 - x}{x + 1}$

f) $y = \ln(x + 1)$

19. Troba els màxims, mínims i punts d'inflexió de les funcions següents:

a) $y = x^3 - 3x^2 + 9x + 22$

b) $y = \frac{x^3(3x - 8)}{12}$

c) $y = x^4 - 2x^3$

d) $y = x^4 + 2x^2$

e) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

f) $y = e^x(x - 1)$