

EXERCICIS DE CÀLCUL DE RECTES TANGENTS.

1. Determina els punts de tangent horitzontal de la funció:

$$f(x) = \frac{3 - x^2}{x + 2}$$

Solució:

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \frac{-2x(x+2) - (3-x^2)}{(x+2)^2} = \frac{-2x^2 - 4x - 3 + x^2}{(x+2)^2} = \frac{-x^2 - 4x - 3}{(x+2)^2} \\ \bullet f'(x) &= 0 \Rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2} \begin{cases} x = -1 \rightarrow \text{Punt } (-1, 2) \\ x = -3 \rightarrow \text{Punt } (-3, 6) \end{cases} \end{aligned}$$

2. Escriu l'equació de la recta de pendent 7 que és tangent a la corba $y = 3x^2 + x - 1$.

Solució:

- $y' = 6x + 1$
- El pendent de la recta és $y' = 7 \Rightarrow 6x + 1 = 7 \Rightarrow x = 1$
- Quan $x = 1$, $y = 3$.
- L'equació de la recta serà:

$$y = 3 + 7(x - 1) = 3 + 7x - 7 = 7x - 4$$

3. Troba els punts de tangent horitzontal de la següent funció i, amb l'ajuda de les branques infinites, decideix si són màxims o mínims:

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$$

Solució:

$$\bullet f'(x) = 3x^2 + 12x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2}; x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{Punt } (1, -8) \\ x = -5 \rightarrow \text{Punt } (-5, 100) \end{cases}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 6x^2 - 15x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 6x^2 - 15x) = -\infty$$

4. Troba l'equació de la recta tangent a la corba $y = \sqrt{x}$ que sigui paral·lela a la recta $y = \frac{1}{4}x + 1$.

Solució:

- $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- El pendent de la recta és $y' = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 4$
- Quan $x = 4$, $y = 2$
- La recta serà:

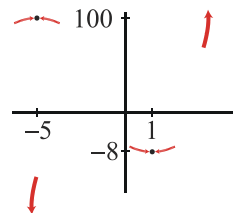
$$y = 2 + \frac{1}{4}(x - 4) = 2 + \frac{1}{4}x - 1 = \frac{1}{4}x + 1$$

5. Determina els punts de tangent horitzontal de la funció:

$$f(x) = \frac{x^3}{x+2}$$

Solució:

- $f'(x) = \frac{3x^2(x+2) - x^3}{(x+2)^2} = \frac{3x^3 + 6x^2 - x^3}{(x+2)^2} = \frac{2x^3 + 6x^2}{(x+2)^2}$
- $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x^3 + 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2(2x + 6) = 0 \begin{cases} x=0 \rightarrow \text{Punt}(0, 0) \\ x=-3 \rightarrow \text{Punt}(-3, 27) \end{cases}$



Màxim a $(-5, 100)$ i mínim a $(1, -8)$.