

Expressions algèbriques

- Les **expressions algèbriques** descriuen, en llenguatge matemàtic, situacions en les quals hi ha dades desconegudes. El seu **valor numèric** s'obté calculant les operacions indicades després d'haver substituït cada lletra per un valor determinat.
- Un **monomi** és un terme d'una expressió numèrica (**ax^n**), en què a és el *coeficient*, x és la *variable* o *inde-terminada*, i n és el *grau* del monomi.
- Per a sumar o restar monomis, aquests han de ser **semblants**. Els coeficients se sumen o es resten, i es conserva la mateixa variable i grau: **$ax^n \pm bx^n = (a \pm b)x^n$** .
- Per a multiplicar o dividir monomis només cal que tinguin la **mateixa variable**. Els coeficients i les variables es multipliquen o es divideixen entre si seguint les normes de les potències:

$$ax^m \cdot bx^n = (a \cdot b)x^{m+n}$$

$$ax^m : bx^n = (a : b)x^{m-n}$$

1. Escribe aquestes expressions en llenguatge algèbric:

- Sumar dues quantitats diferents.
- Restar una quantitat al doble d'una altra.
- La suma de tres nombres consecutius.
- Multiplicar un nombre pel quàdruple d'un altre disminuït en tres unitats.
- Trobar el quadrat d'un nombre més la tercera part d'un altre.
- Calcular la diferència de les arrels quadrades de dos nombres diferents.

2. Escribe un enunciat per a cada una d'aquestes expressions algèbriques:

- | | | |
|----------------|------------------------|------------------------|
| a) $xy + 2$ | c) $x^2 - \frac{x}{2}$ | e) $x^2 + \frac{x}{3}$ |
| b) $(x + 2)^2$ | d) $\sqrt{x - y}$ | f) $x(x + 1)(x + 2)$ |

3. Calcula el valor numèric d'aquestes expressions algèbriques:

- | | |
|--|---|
| a) $x^2 - 2xy + y^2$, per a $x = 4$ i $y = 2$ | d) $t^3 - 2t^2 + 4t + 5$, per a $t = -2$ |
| b) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$, per a $x = 5$ i $y = -1$ | e) $\sqrt{x} + 2xy$, per a $x = 9$ i $y = 4$ |
| c) $\left(\frac{m}{n}\right)^2 - m \cdot n + 2$, per a $m = -2$ i $n = 3$ | f) $z^4 - 3z^2 + 2z^3 - 5z + 1$, per a $z = 1$ |

4. Calcula aquestes expressions:

- | | | |
|----------------------|----------------------------|---------------------------|
| a) $2x + 3x - 5x$ | c) $4x \cdot 5xy \cdot 6y$ | e) $24xy^3 : 6y$ |
| b) $4xy - 2xy + 6xy$ | d) $2x \cdot (x^2 - 5)$ | f) $-8x^4yz^2 : (-2x^3z)$ |

5. L'aresta d'un cub mesura t centímetres. Expressa mitjançant monomis les expressions següents:

- El volum.
- L'àrea total.
- La suma de les longituds de totes les arestes.

Polinomis

- Un **polinomi** és el resultat de la suma de diversos monomis, en general, amb la mateixa variable: $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, en què $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ són els **coeficients**, n és el **grau** del polinomi i a_0 (monomi de grau zero), és el **terme independent**.
- Les **arrels** d'un polinomi són aquells valors de la variable per als quals el valor numèric del polinomi és 0.
- Un polinomi és **complet** si té tots els graus inferiors al grau del polinomi donat.

1. Completa la taula següent:

Expressió	Variables	Grau	Coeficients	Terme independent
$4x^2 + 5x - 7$				
$3x - 7$				
$y^3 - 4y + 6$				
$x^3 - 5x^2 + 8x - 1$				
$3x^2y - 4y$				

2. Escribe los polinomios correspondientes siguiendo las instrucciones dadas:

Variable	Grau	Coeficients (ordenats de més a menys grau)	Expressió resultant
x	3	-1, -1, 4, 2	
x	2	2, 0, 1	
y	4	2, 3, 0, 0, -7	
z	1	$-\frac{2}{3}, 5$	
z	5	1, 0, -3, 0, 2, 0	

3. Redueix els termes semblants d'aquests polinomis i expressa'n el resultat en ordre decreixent:

a) $x^3 - 4x + 5x - 6x^2 + 5x^3 - 7 + x$

c) $8 + 2x - 4x^3 + 5x^2 - x + 4x^3$

b) $t + 2t^2 - 6 + 2t + t^3 - 5t - 3t^3 + 6$

d) $y^4 + 4y + 4y^2 - y^3 - 2y^3 + 6y + 7 - y^4$

4. Completa aquesta taula a partir del resultat dels polinomis de l'exercici anterior:

Polinomi	És complet?	Ordena'l de manera decreixent	Valor numèric per a (-2)
a)			
b)			
c)			
d)			

Operacions amb polinomis

- Per a **sumar** o **restar** dos polinomis, es redueixen i s'agrupen els termes semblants:

$$(2x^3 + 4x - 5) - (3x^2 - 5x + 6) = 2x^3 + 4x - 5 - 3x^2 + 5x - 6 = 2x^3 - 3x^2 + 9x - 11$$

- Per a **multiplicar** dos polinomis, es multipliquen successivament tots els termes del primer per cada un dels termes del segon; finalment s'agrupen i es redueixen els termes que siguin semblants:

$$(x - 2) \cdot (2x^2 + x - 4) = x \cdot (2x^2 + x - 4) - 2 \cdot (2x^2 + x - 4) = 2x^3 + x^2 - 4x - 4x^2 - 2x + 8 = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 8$$

- **Quadrat d'una suma o una diferència:** $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$

- **Suma per diferència:** $(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$

1. Opera i redueix els termes semblants:

a) $3x(2x^2 + 2x - 1) - x^2(2x - 4)$

b) $(x^2 - 1)(x^2 + 3x - 2)$

c) $2(x + 1)(x - 1)$

d) $-2[(x + 1)(x - 2) + x^2 - 2] + 2(x - 3)$

2. Resol les operacions a partir dels polinomis següents:

A(x) = x² + 2x - 3

B(x) = x³ - 4x² + 3

C(x) = -x³ + 3x² - 5x + 1

a) A(x) + B(x)

d) A(x) - B(x) - C(x)

g) A(x) · B(x)

b) B(x) - C(x)

e) A(x) + B(x) + C(x)

h) B(x) · C(x)

c) -A(x) + C(x)

f) C(x) - 2 · B(x)

i) A(x) · C(x) - [B(x)]²

3. Desenvolupa els productes notables següents:

a) $(3x + 5)^2$

d) $\left(\frac{2}{5} + \frac{x^3}{3}\right)^2$

b) $(7 - 3t^2)^2$

e) $(5x - 6y^3)(5x + 6y^3)$

c) $\left(\frac{x}{4} - 2\right)^2$

f) $\left(\frac{3x}{7} - \frac{x^2}{4}\right)\left(\frac{3x}{7} + \frac{x^2}{4}\right)$

4. Esbrina de quins productes notables procedeixen aquestes expressions:

a) $x^4 - 2x^3 + x^2$

b) $4x^6 - 9x^8$

c) $x^4 + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{16}$

d) $\frac{4x^2}{49} - \frac{25y^4}{36}$

Equacions de primer grau

- Una equació és de **primer grau** si els monomis que la integren són, com a màxim, de grau 1, que poden contenir **una o dues incògnites** o variables.
- Les **solucions** d'una equació són els valors que, substituïts en les incògnites, converteixen l'equació en una identitat numèrica. Resoldre una equació és el procés que se segueix per a obtenir-ne les solucions.
- Per a **resoldre** una equació de primer grau i una incògnita, **s'han de suprimir**, si n'hi ha, els denominadors i els parèntesis, **traslladar i reduir** els termes semblant, **aïllar** la incògnita i **comprovar** el resultat final.
- Si l'equació té **dues incògnites**, se n'**aïlla** una i s'**assignen** valors arbitraris a l'altra per a trobar els valors que corresponen a la primera de les incògnites. En aquest cas, l'equació té **infinites solucions** i la seva representació gràfica és una **recta**.

1. Resol les equacions següents:

- a) $5 - 6x + 9 = -3 - 10x - 7$
- b) $7(7x + 2) = 94 + 9x$
- c) $-2(3x + 2) + 2x + 6(12 - 5x) = 0$
- d) $4x - 11 - 3x + 4 = 6 - 5x - 1 + 3x$
- e) $-1 + 5x = 6x + 3(4 - x)$
- f) $4 - (15 - 2x) = 3[2x - 9 - 2(9 - x)]$

2. Resol les equacions següents:

- a) $\frac{3x}{5} - 2 = x - 4$
- b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = -15$
- c) $\frac{x-6}{5} = \frac{x-5}{4} + \frac{1-x}{6}$
- d) $\frac{3x}{5} - 2 = x - 4$
- e) $\frac{7x-21}{7x-26} = \frac{x-1}{x-2}$

3. Donada l'equació $2x + 3y = 6$, calcula:

- a) Els valors de y per a $x = 0, 1, -1, 2, -2, 4, -4$
- b) Quin valor de x correspondria a $y = 0$?
- c) Representa gràficament les solucions trobades en l'apartat a).