



# Matemàtiques 4t ESO

## Curs 2020-2021

# TREBALL D'ESTIU 2021

**Nom alumne/a:**

**Professors curs: Daniel Pedroso, Xavier Alsina i Toni Sánchez**

Respon aquestes preguntes en aquest mateix dossier (pots imprimir-lo o copiar-lo a mà - pots resoldre els exercicis en fulls apart indicant l'exercici i l'enunciat mínim per comprendre la resposta).

Presenta adequadament la feina: fulls numerats, ordenats i grapats.

Recorda escriure TOTS els càlculs.

Certs apartats marcats amb \* són de temes no treballats, que pots provar de solucionar buscant informació pel teu compte. No fer-los no farà baixar la qualificació del dossier, però fer-los pot ajudar a pujar-la.

Has de lliurar el treball el primer dia de classe (13 o 14 de setembre) al teu nou professor de Matemàtiques. La nota obtinguda es tindrà en compte en l'avaluació del primer trimestre.

# NOMBRES REALS, POTÈNCIES I RADICALS.

1) Identifica si els nombres següents són racionals o irracionals, indicant el motiu

- a)  $\pi$
- b) 1,5466666....
- c) 3,242424.....
- d) 1,010020001003....

2) Una periodista ha comentat que la població d'Espanya és de 47 milions d'habitants i que la de Catalunya de 7 milions. Si les dades exactes són 46522869 i 7447131 habitants,

- a) Calcula l'error absolut i l'error relatiu de cada aproximació.
- b) En quin cas podem considerar que l'error és major?

3) Considera els intervals: a)  $[-4, 2)$       b)  $(-2, 5)$

a) Representa'ls gràficament:

b) Expressa en intervals:

- 1)  $[-4, 2) \cup (-2, 5)$
- 2)  $[-4, 2) \cap (-2, 5)$

4) En Marcel fa dos anys guanyava 1200€/mes. Degut a la situació econòmica l'empresa primer li va disminuir el sou un 5% i al cap d'un any li van augmentar un 5% (els augments i disminucions sempre són respecte el sou anterior).

Quant diners cobra actualment en Marcel?

5) El preu d'unes bames ha estat rebaixat un 20% i després un 30%. Actualment les bames costen 40€.

a) Quant costaven les bames inicialment?

b) Quin % total de descompte s'ha aplicat al preu inicial de les bames respecte al preu final (actual) ?

6) Aplica les propietats de les potències per expressar el resultat com una sola potència d'exponent positiu:

a)  $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^5 =$       b)  $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-5}\right]^2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^6 =$

7) a) Converteix a forma de potència les arrels següents

a.1)  $\sqrt{5} =$       a.2)  $\sqrt[3]{5} =$       a.3)  $\sqrt[5]{4^2} =$

b) Converteix a forma d'arrel les potències fraccionàries:

b.1)  $4^{2/3} =$       b.2)  $6^{1/4} =$       b.3)  $7^{5/2} =$

8) Racionalitza les fraccions següents :

a)  $\frac{3}{\sqrt{3}}$       b)  $\frac{2}{2-\sqrt{2}}$

9) Expressa en forma de notació científica:

- a) 309000000      b) 0,00000004703
- c) 0,0045      d) 802000000000

# POLINOMIS

1. Ordena i comenta el grau dels polinomis següents  
b-1)  $2x + 6 + x^2$                       b-2)  $x^2 - 4x^3 + 4$
2. Factoritza i troba les arrels dels polinomis següents:  
a)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$                       b)  $x^2 - 64$
3. Donats els polinomis següents :  $A_{(x)} = x^2 - 2x^3 + 6x - 2$  i  $B_{(x)} = x^2 - 3x + 4$   
Calculeu:  
a)  $A_{(x)} - B_{(x)}$     b)  $A_{(x)} \cdot B_{(x)}$
4. Aplicant la Regla de Ruffini , efectua les divisions següents indicant el quocient i el residu  
a)  $(x^4 - 4x^2 + x - 6) : (x - 2)$   
b)  $(x^3 + 2x^2 - 3x + 1) : (x + 2)$   
c)  $(2x^4 - x^2 - 5x - 1) : (x - 3)$   
d)  $(-x^4 + x^3 - 2x - 5) : (x + 1)$   
e)  $(-2x^4 + 3x^2 + x - 4) : (x - 1)$
5. Desenvolupa els següents productes notables o identitat notables  
a)  $(x - 3)^2 =$                       b)  $(x - 5) \cdot (x + 5) =$                       c)  $(2x+3)^2 =$

# EQUACIONS i INEQUACIONS

1. Resol les següents equacions de primer grau. Comprova les solucions.  
a)  $3 - x = 2 \cdot (5x - 1)$   
b)  $3 \cdot (4x - 3) = 5 \cdot (5 - x)$   
c)  $6 \cdot (x + 1) = 10 \cdot (x - 3)$   
d)  $6 \cdot (x - 3) - 2 \cdot (x - 1) = 10$   
e)  $2 \cdot (x - 2) = 60 - 3 \cdot (1 - x)$   
f)  $7x + 2 \cdot (x - 6) = 3 \cdot (x + 4)$   
g)  $1 + 4 \cdot (6 - 2x) - (x - 3) = 5x$   
h)  $6 - (5 - 2x) + 7 \cdot (x - 4) = 3 - 6x$

2. Resol les següents equacions de segon grau. Comprova les solucions.

a)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

b)  $x^2 - 7x + 10 = 0$

c)  $x^2 - 2x + 1 = 0$

d)  $x^2 + x + 1 = 0$

e)  $x^2 - 4x + 4 = 0$

f)  $x^2 - 7x + 12 = 0$

g)  $x^2 + 3x - 4 = 0$

h)  $x^2 - 7x - 18 = 0$

3. Resol les següents equacions de segon grau. Comprova les solucions.

a)  $x^2 - 36 = 0$

b)  $2x^2 - 98 = 0$

c)  $x^2 - 2x = 0$

d)  $-2x^2 + 8 = 0$

e)  $-x^2 + 4x = 0$

f)  $-x^2 + 16 = 0$

4. Troba el costat d'un quadrat sabent que el doble de la seva àrea (o superfície) és  $128 \text{ cm}^2$

5. Resol els sistemes d'inequacions, expressant la solució damunt la recta real i en forma d'un únic interval. \*

$$a) \begin{cases} 3x - 5 \geq 2x - 6 \\ 4x + 1 < 2x + 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2(x - 1) \geq -(7 - x) \\ 6x + 11 \geq \frac{2x}{5} \end{cases}$$

# SISTEMES d'EQUACIONS i d'INEQUACIONS

1. Resol els següents sistemes d'equacions i comprova el resultat. Fes servir més d'un mètode en cada cas.

a)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3y - 2x = 7 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 2x + 3y = 23 \\ 5x - 6y = 17 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} 3y - 7x = -9 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} 6x + 8y = 20 \\ 5y + 3x = 8 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} 3y + 2x = 8 \\ 3y - 2x = -2 \end{cases}$       f)  $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3y + 4x = -7 \end{cases}$       g)  $\begin{cases} 2y + 3x = -2 \\ 6y - 5x = 78 \end{cases}$       h)  $\begin{cases} 7y - 5x = 18 \\ 3x + 6y = 30 \end{cases}$

2. Representa en un quadre de coordenades (cada una per separat) les inequacions amb 2 dos incògnites següents : \*

a)  $x + 2y > 4$

b)  $x + 3y \leq -2$

3. Resol els problemes següents :

- La suma de dos nombres és 27 i la diferència entre els seus quadrats és 81. Troba aquests nombres
- En Xavi té vuit monedes que sumen 3,10 €. Calcula quantes monedes té de cada tipus sabent que són de 0,50 € i de 0,20 €.

# FUNCIONS

1. El lloguer de material esportiu té diferents preus.

- 1-El lloguer d'uns patins costa 0,5€ cada hora
- 2-El lloguer d'un monopatí costa 1,5€ cada hora
- 3-El lloguer d'una bicicleta costa 2,5€ cada hora.

a) Quina és la variable independent i quina és la variable dependent?

b) En cada un dels casos, representa la funció en una taula de valors, dibuixa la gràfica i determina quina és l'expressió algebraica.

LLOGUER PATINS

x	y
0,5	
1	
2	
5	

LLOGUER MONOPATÍ

x	y
0,5	
1	
2	
5	

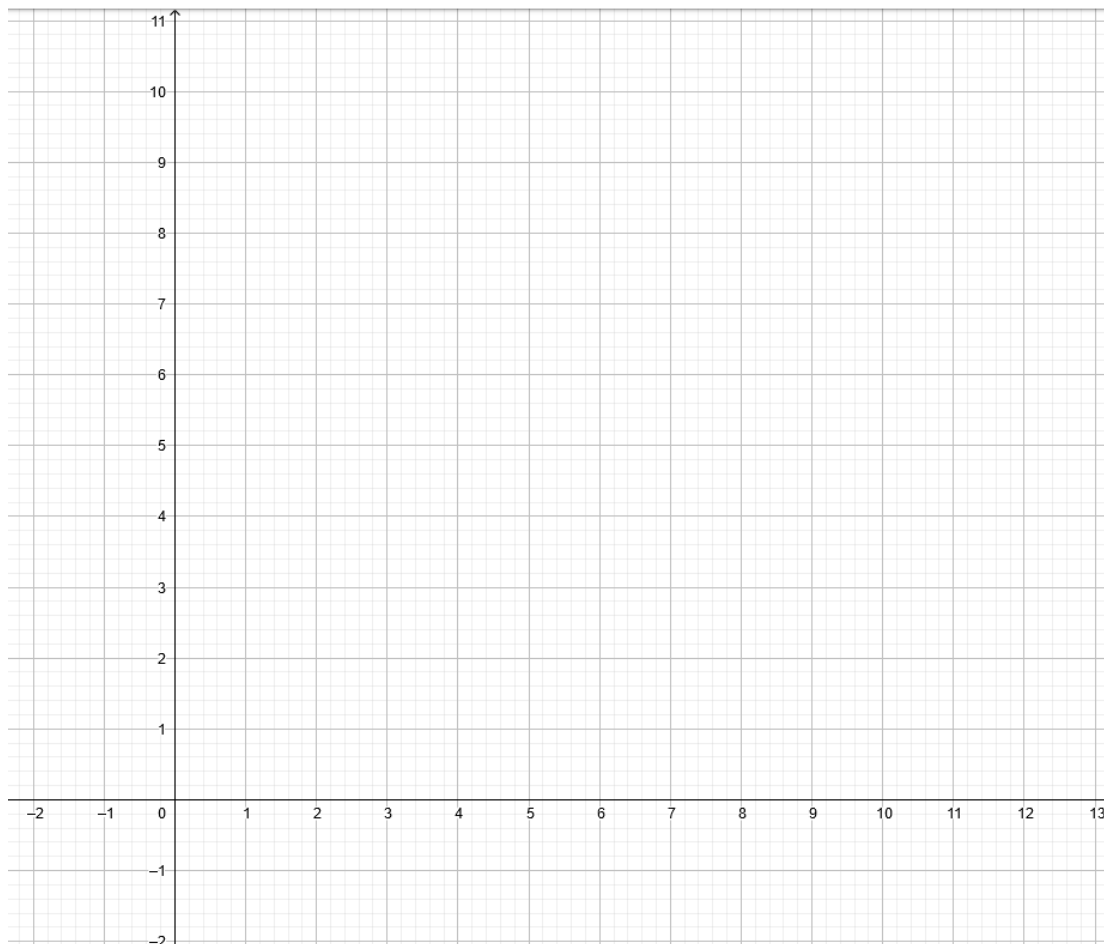
LLOGUER BICICLETES

x	y
0,5	
1	
2	
5	

$f(x) =$

$g(x) =$

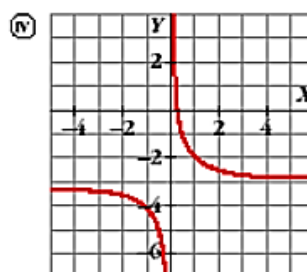
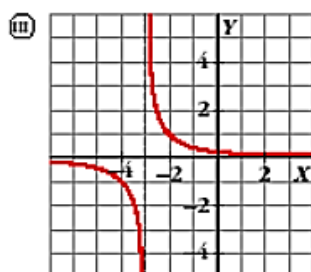
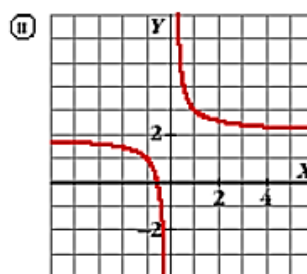
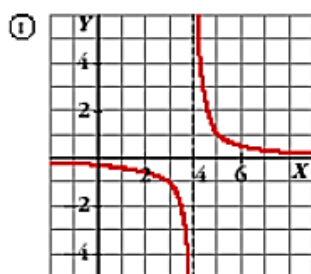
$h(x) =$



2. Troba de forma analítica els **punts de tall amb els eixos de coordenades** (OX i OY) de cadascuna de les següents funcions. Pots dibuixar-les, si et resulta útil: \*

- a.  $y = 3x + 2$
- b.  $y = x^2 - 5x + 6$

3. Relaciona cada gràfic d'una funció de proporcionalitat inversa amb la seva expressió: \*

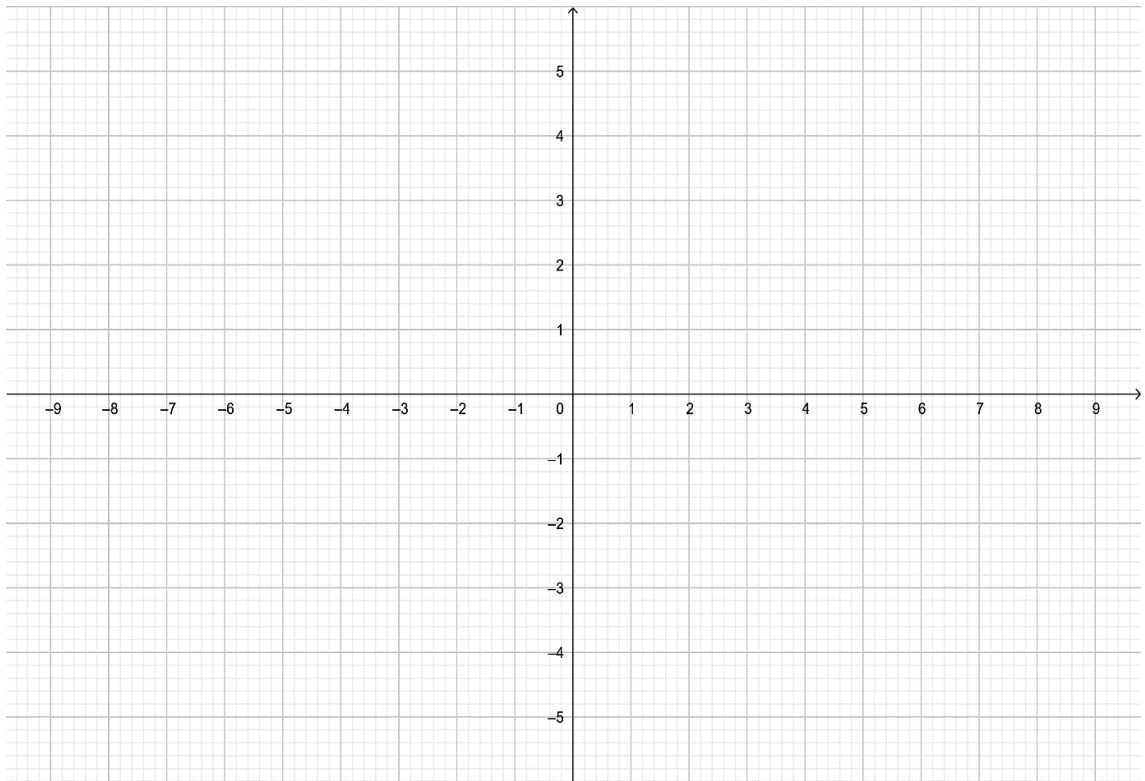


- a)  $y = \frac{1}{x} + 2$
- b)  $y = \frac{1}{x + 3}$
- c)  $y = \frac{1}{x} - 3$
- d)  $y = \frac{1}{x - 4}$

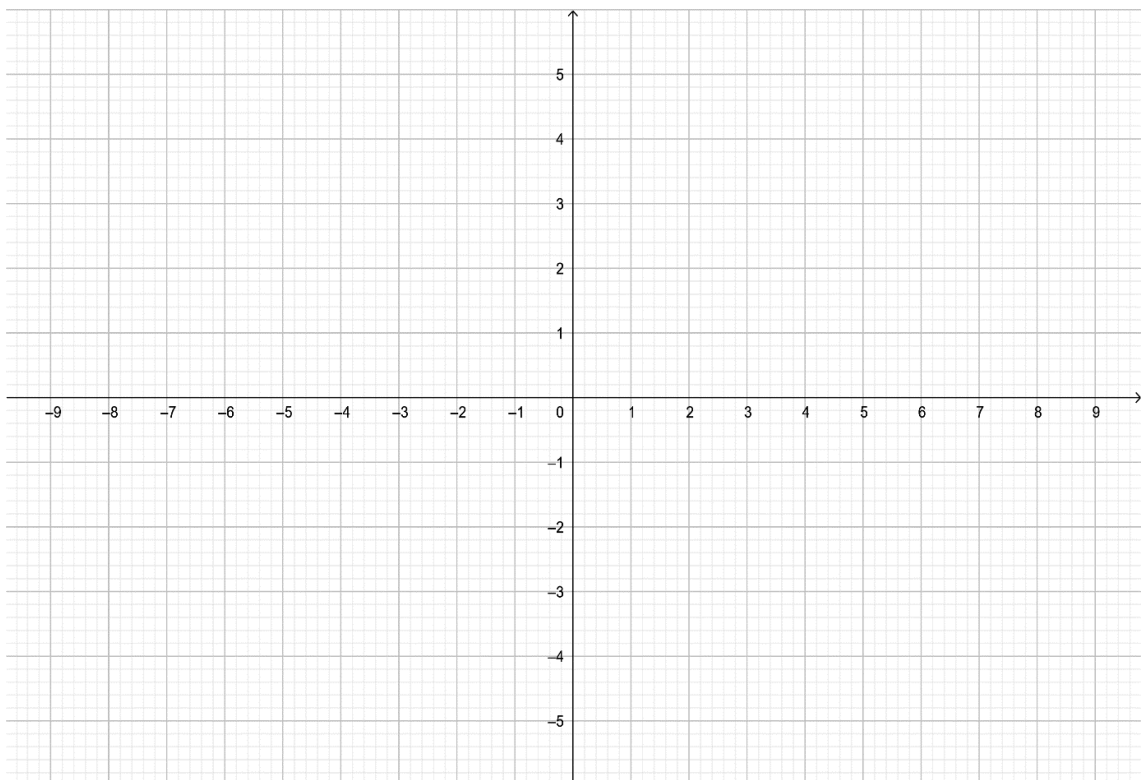
4. Sabem que el nombre de granotes que hi ha en una bassa en funció del temps ve donada per l'equació  $N = N_0 \cdot 3^t$ , on  $N_0$  és el nombre de granotes que hi ha inicialment ( $t = 0$ ) i  $t$  representa els anys que han passat. Si al principi hi havia 20 granotes: \*

- a. Quantes granotes hi haurà en la bassa si han passat 9 anys?
- b. Quants anys han de passar perquè hi hagi 4860 granotes?

5. Donades les funcions  $y = 4^x$  i  $y = (1/4)^x$ , calcula les imatges de  $-2$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$  i  $2$  i fes-ne les gràfiques aproximades. Comenta les característiques de cada funció. \*



6. Donades les funcions  $y = \log_4 x$  i  $\log_{1/4} x$ , calcula les imatges de  $1/16$ ,  $1/4$ ,  $1$ ,  $4$ ,  $16$  i fes-ne les gràfiques aproximades. Comenta les característiques de cada funció. \*





# ÀREES i VOLUMS.

1. L'institut La Pineda ha decidit construir una piscina d'obra pels seus esplèndids estudiants. Les mesures de la piscina han de ser 12m d'ample, 20m de llarg i de profunditat des d'1'5m. Un cop fetes les parets i terra de la piscina, cal recobrir-les d'una pasta impermeabilitzada que costa 3€/m<sup>2</sup>. Després cal recobrir les parets i terra d'unes rajoles blaves que mesuren 20cm x 20cm i que costen 0'60€ cada rajola.

El preu de l'aigua a Badalona és de 2,5 €/m<sup>3</sup>

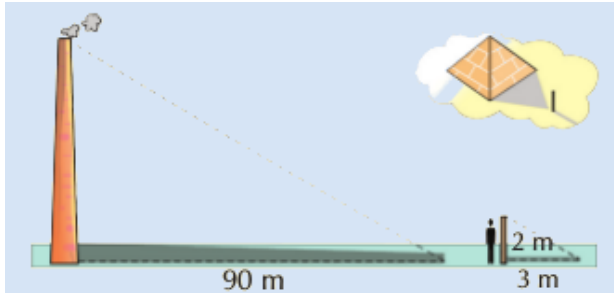
- Litres d'aigua per omplir la piscina i cost d'omplir la piscina.
- Cost de la pasta impermeabilitzant.
- Número de rajoles que necessitem i cost.
- Cost total del material per construir la piscina i omplir-la d'aigua.



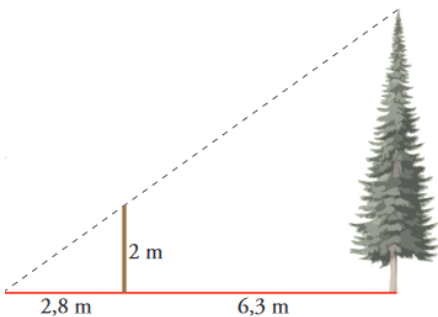
2. Una llauna de tomàquet fregit té unes mides de 10cm de diàmetre i 22cm d'altura.

- Quin volum té?
- Calcula superfície total de la llauna.
- Si el cost de la xapa utilitzada per fer les bases té un cost 0'03€/cm<sup>2</sup> i el cost de la xapa per fer la paret lateral és de 0'01€/cm<sup>2</sup>, quin cost té la xapa per fer una llauna?

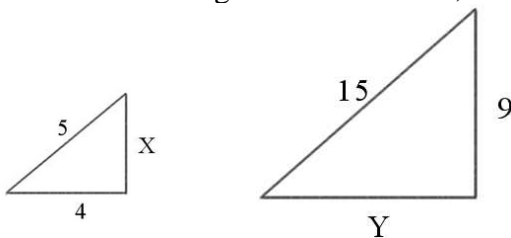
3. El pal, que té 2 m d'altura, fa una ombra de 3 m. La longitud de l'ombra de la xemeneia fa 90 m. Sabries esbrinar, tal com va fer Tales amb la piràmide, l'altura de la xemeneia?



4. Troba l'alçada de l'arbre

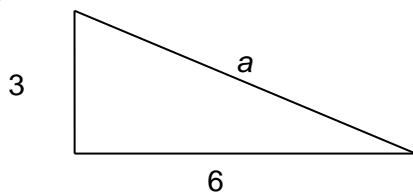


5. Si els dos triangles són semblants, troba els valors de x i y:

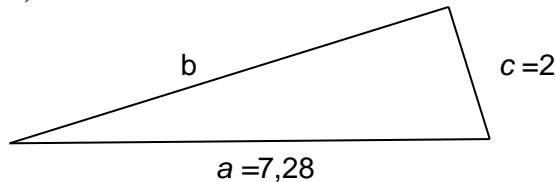


6. Calcula el costat que falta:

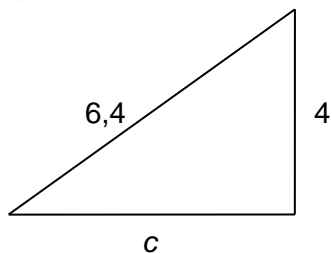
a)



b)



c)



7. Les diagonals d'un rombe fan 12 cm i 20 cm. Calcula el costat del rombe.

8. Una escala recolzada a la paret forma un angle de  $60^{\circ}$  amb l'horitzontal. Si el peu de l'escala es troba a 2'5 m de la paret, quina és la longitud de l'escala ?

## TRIGONOMETRIA \*

1) Efectua les conversions d'angles següents :

a)  $30^{\circ}$  a Radians

b)  $2\pi/5$  Radians a graus decimals

c)  $\pi/6$  Radians a graus .

2. Dibuixa un triangle rectangle amb un angle agut de  $30^{\circ}$  i utilitza'l per calcular les raons trigonomètriques de  $30^{\circ}$  i  $60^{\circ}$ .

3. Ajuda't de la calculadora per calcular:

a)  $\sin 35^{\circ} =$

$\cos 60^{\circ} =$

$\operatorname{tg} 120^{\circ} =$

b)  $\cos x = 0,8$

$\operatorname{arctag}(3) =$

4. A les 6 de la tarda els rajos del Sol incideixen al terra amb un angle de  $30^{\circ}$  . Quina ombra projectarà un pal recte de 1m.

5) En Raül es mira una torre amb un angle d'elevació de  $30^{\circ}$  , s'hi acosta 100 metres i ara l'angle d'elevació és de  $60^{\circ}$  . Quina altura té la torre?

# COMBINATÒRIA I PROBABILITAT \*

1. En una competició d'escalada participen 10 escaladors i hi ha 3 medalles (or, plata, bronze). De quantes formes es poden repartir els premis?
2. El Vicent vol regalar-li al Carles 3 discos, i vol triar-los entre els 10 que més li agraden. De quantes formes pot fer-ho?
3. En una muntanya hi ha 7 punts de vigilància contra incendis i cadascú està unit als altres per un camí. Quants camins hi haurà en total?
4. Calcula el nombre de partits que es juguen a la lliga espanyola. Tenint en compte que són 20 equips i juguen tots contra tots dues vegades.
5. Tenim una baralla espanyola de 40 cartes i volem calcular les següents probabilitats
  - a)  $P(\text{Traure AS})$
  - b)  $P(\text{Traure Figura})$
  - c)  $P(\text{Traure Copes})$
  - d) Si fem dos extraccions amb reemplaçament  $P(1^{\text{a}} \text{ copes i } 2^{\text{n}} \text{ Rei})$
6. Quina probabilitat hi ha de no treure ni bastos ni figures en extreure una carta d'una baralla espanyola?

# ESTADÍSTICA \*

1) Completa la següent taula de freqüències:

Variable	$x_i$	$f_i$	$h_i$	$F_i$	$H_i$
[0, 10)		3			0,12
[10, 20)			0,20		
[20, 30)		6			
[30, 40)				22	
[40, 50)			0,12		

2) El temps en segons que tarda cada alumne d'una classe de 30 alumnes de 4t ESO en recórrer una determinada distància segueix la següent taula:

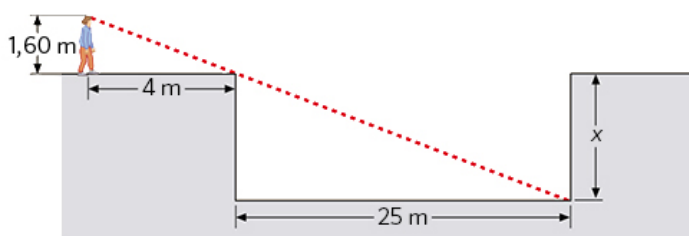
Interval	$x_i$	$f_i$	$h_i$	$F_i$	$H_i$
[8, 9)		11			
[9, 10)		8			
[10, 11)		5			
[11, 12)		1			
[12, 13)		3			
[13, 14)		0			
[14, 15)		2			

Es demana:

- Construeix la taula de freqüències amb les dades subministrades.
- Representa gràficament les freqüències absolutes i les freqüències absolutes acumulades i dibuixa el polígon de freqüències de cadascun dels gràfics.
- Calcula les mesures de centralització (Mitjana aritmètica, moda i mediana).
- Calcula els percentils, Q1, Q2 i Q3, i dibuixa el diagrama de caixa.
- Calcula les mesures de dispersió (Recorregut, Desviació Mitjana, Variància, Desviació Típica i Coeficient de Variació).

# PROBLEMES

- Una piscina fa 12 m de llargada, 9 m d'amplada i 2'5 m de fondària.
  - Ens pinten les parets (no el terra) per 5 €/m<sup>2</sup>. Quant ens costarà?
  - Volem posar unes rajoles de 20 cm x 20 cm al terra. Quantes necessitarem?
  - Quants litres d'aigua ens calen per omplir la piscina?
- Marta té 15 anys, és a dir, la tercera part de l'edat de sa mare. Quina edat té la mare de Marta?
- Héctor guarda 25 euros en la seva guardiola, és a dir, la quarta part dels diners que ja tenia estalviats. Quants en té en total?
- Els costats d'un triangle rectangle mesuren, en cm, tres nombres enters consecutius. Trobeu la longitud dels tres costats
- Calculeu un nombre tal que: rebaixat 12 unitats val el mateix que si a 36 unitats li restem aquest nombre.
- Tres persones volen fer un donatiu i la primera dona tot el que porta, la segona dona el triple que la primera i la tercera dona el mateix que les altres dues juntes. La totalitat del donatiu és de 24 €. Calcula les tres quantitats.
- Troba les raons trigonomètriques dels dos angles aguts d'un triangle rectangle que té la hipotenusa de 29 cm i un dels catets de 20 cm.
- Han buidat una bassa d'aigua per regar. Volem saber-ne la profunditat. Per això ens acostem a la bassa fins que la nostra visual queda alineada alhora amb la vora i el fons del costat de la paret més llunyana. Quina profunditat té la bassa?



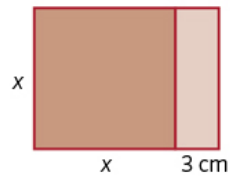
- Calcula l'altura d'un triangle equilàter de 4 cm de costat.
- Calcula la diagonal d'un rectangle de 15 cm base i 8 cm d'altura.
- Es volen fixar cinc cables d'acer a una antena per subjectar-la. Els cables estaran units a l'antena a una altura de 21 m i fixats al terra a una distància de 16 m del peu de l'antena. Quants metres de cable es necessitaran si cal afegir 30 cm per fixar cada un dels extrems?

12. Troba les edats d'una mare i d'un fill tenint en compte que la seva suma és 67 i la seva diferència és 31.

13. L'Anna i en Bernat col·leccionen segells. Si ahir l'Anna hagués regalat 10 segells a en Bernat, haurien tingut tots dos el mateix nombre de segells. En canvi, si en Bernat n'hagués donat 6 a l'Anna, ella n'hauria tingut el triple que ell. Quants segells tenia ahir cadascú?

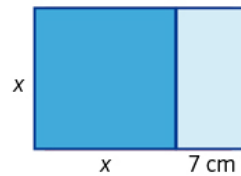
14. Calcula en cada cas quant val  $x$ :

a.



**Superfície:  $108\text{ cm}^2$**

b.



**Superfície:  $228\text{ cm}^2$**