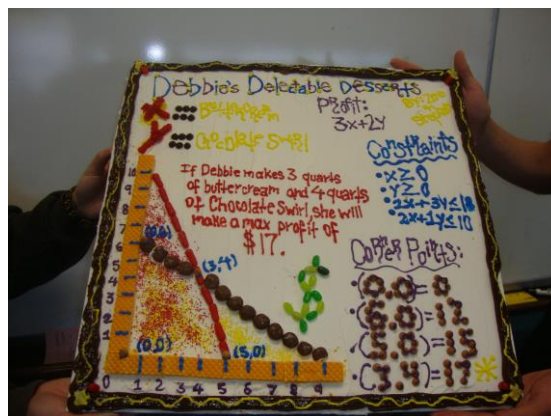


PROGRAMACIÓ LINEAL

2n Batxillerat

Amb tots els problemes PAU 1998-2019



Gerard Romo Garrido

Toomates Cool·lección

Los documentos de **Toomates Cool·lección** son recopilaciones de materiales matemáticos, redactados, ordenados y sistematizados por **Gerard Romo**, con el objetivo de que puedan ser útiles para cualquier estudiante de matemáticas.

“**Always Under Construction**”: Debido a lo ambicioso del proyecto, estos documentos se van ampliando, corrigiendo y completando continuamente a lo largo de los años.

Se agradecerá cualquier observación, comentario, rectificación o colaboración a **toomates@gmail.com**

Este documento se comparte bajo una licencia “**Creative Commons**”: Se permite cualquier uso, reproducción y edición de todos estos materiales siempre que sea sin ánimo de lucro y se cite su procedencia.



Todos los documentos se ofrecen en dos versiones: En formato “**pdf**” para una cómoda lectura y en el formato “**doc**” de MSWord para permitir y facilitar su edición.

Actualmente **Toomates Cool·lección** consta de los siguientes documentos:

Geometría axiomática:

	pdf	MS Word
Geometría Axiomática (Teoría)	pdf	1 2 3 4 5 6 7 ... 22 23 portada
Problemas de Geometría (Vol. 1 a 5)	pdf	1 2 3 4 5
Problemas de Geometría (Vol. 6)	pdf	doc

Matemáticas curriculares (en catalán):

Àlgebra Lineal 2n Batxillerat	pdf	doc
Geometria Lineal 2n Batxillerat	pdf	doc
Càlcul Infinitesimal 2n Batxillerat	pdf	doc1 doc2
Programació Lineal 2n Batxillerat	pdf	doc
Compendium Proves PAU TEC	pdf	
Compendium Proves PAU CCSS	pdf	
Àlgebra 1r Batxillerat	pdf	doc
Àlgebra 4t ESO	pdf	doc

Problemarios:

Problemas de Matemáticas (Vol. 1)	pdf	doc
Cangur Integral (en catalán)	pdf	doc

Versión de este documento: 05/10/2019

www.toomates.net

Índex.

Tema 1. Inequacions i sistemes d'inequacions de primer grau amb dues variables.

- 1.1 De l'equació de primer grau a la gràfica de la recta.
- 1.2 De la inequació de primer grau a la gràfica del semiplà.
- 1.3 Del sistema d'inequacions a la gràfica. Determinació dels vèrtexs.
- 1.4 Problemes PAU de determinació de gràfics.
- 1.5 De la gràfica de la recta a l'equació de primer grau.
- 1.6 De la gràfica del semiplà a l'inequació de primer grau.
- 1.7 De la gràfica al sistema d'inequacions.
- 1.8 Problemes PAU de determinació de sistemes d'inequacions.

Tema 2. Programació lineal.

- 2.1 Programació lineal explícita.
- 2.2 Problemes PAU amb programació lineal explícita.
- 2.3 Programació lineal contextualitzada.
- 2.4 Problemes PAU de programació lineal contextualitzada.
- 2.5 Problemes PAU Zaragoza de programació lineal.

Tema 1: Inequacions i sistemes d'inequacions de primer grau i dues variables.

1.1 De l'equació de primer grau a la gràfica de la recta.

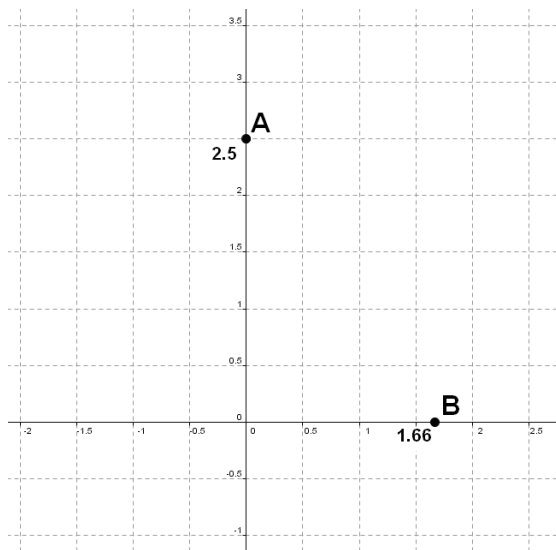
Representa gràficament la recta $3x + 2y = 5$

Una recta queda determinada per dos punts, per tant només cal trobar dos punts de la seva gràfica. Els que vulguem. Fixem una de les coordenades i deduïm l'altra.

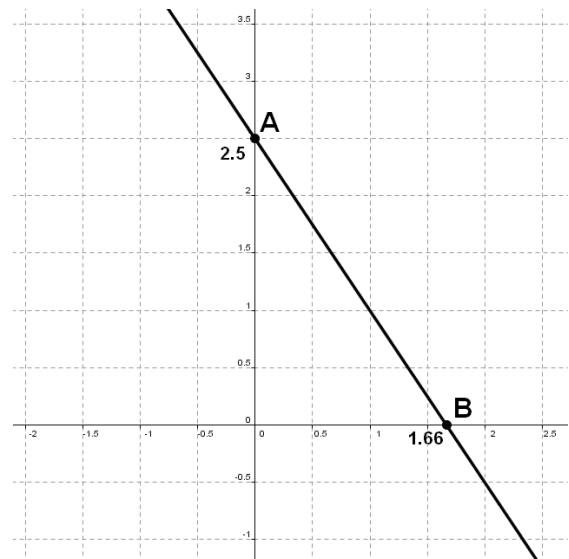
$$\text{Si } x = 0 \text{ llavors } 3 \cdot 0 + 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2} = 2.5 \Rightarrow A = (0, 2.5)$$

$$\text{Si } y = 0 \text{ llavors } 3x + 2 \cdot 0 = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3} = 1.67 \Rightarrow B = (1.67, 0)$$

Ara representem aquests dos punts en un sistema de coordenades $X - Y$:



i amb el regle dibuixem la recta que passa per tots dos:



1.2 De la inequació de primer grau a la gràfica del semiplà.

Resol la inequació $5x - 3y < 4$

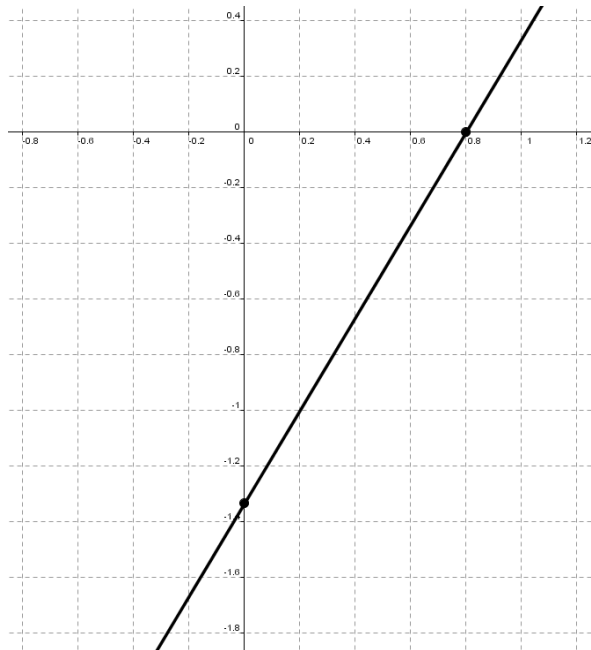
En primer lloc determinem **la recta frontera**: És la recta que obtenim canviant el símbol de desigualtat per un igual:

$$5x - 3y = 4$$

Ja hem vist al exemple anterior com dibuixar-la. Ho repassarem de nou: Hem de determinar dos punts de la seva gràfica:

$$\text{Si } x = 0 \text{ llavors } 5 \cdot 0 - 3y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{-3} = -1.33 \Rightarrow (0, -1.33)$$

$$\text{Si } y = 0 \text{ llavors } 5x - 3 \cdot 0 = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5} = 0.8 \Rightarrow (0.8, 0)$$



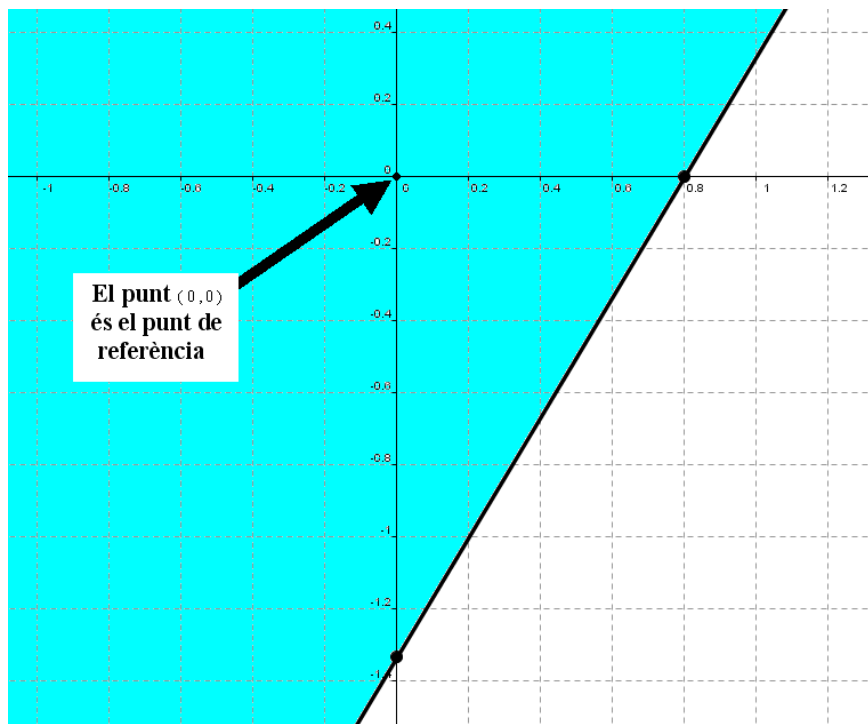
El conjunt solució de la inequació $5x - 3y < 4$ serà un dels dos costats de la recta, el de la dreta o el de l'esquerra. Com podem saber quin dels dos és el bo? Farem el següent raonament:

Agafem qualsevol punt del pla que no estigui a la recta, al què direm “**punt de prova**”. Normalment agafem el punt $(0, 0)$ perquè és el més fàcil de substituir.

Comprovem si el punt de prova satisfà la inequació :

$$5 \cdot 0 - 3 \cdot 0 < 4 \Leftrightarrow 0 < 4 \Rightarrow \text{Sí que és veritat}$$

Per tant, si aquest punt $(0, 0)$ és bo, també seran bons tots els punts que estan al mateix costat que el $(0, 0)$ respecte de la recta:



Veiem que el conjunt solució d'una inequació de dues incògnites és un semiplà.

I si hagués sortit que no? Hauríem d'haver acolorit el costat contrari de la recta, és a dir, els punts que estan a l'altra banda de la recta frontera.

Determineu el semiplà solució de la inequació $5y < 2x$

En primer lloc convertim la inequació en una equació per determinar la **recta frontera**:

$$5y = 2x$$

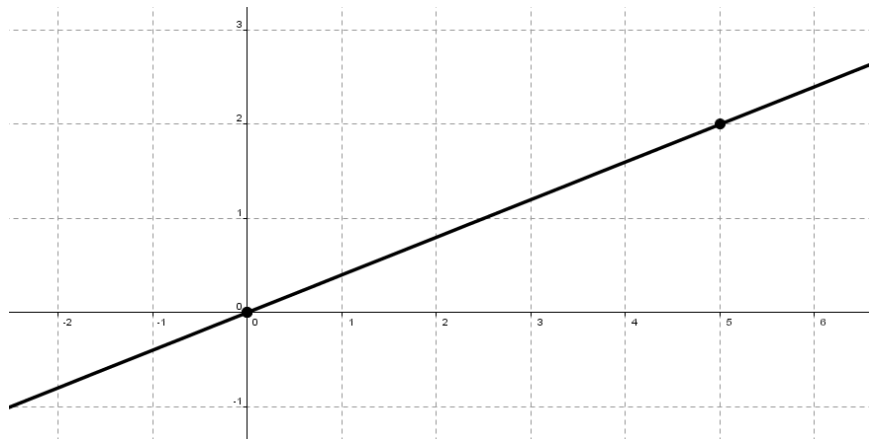
Si $x = 0$ llavors $5y = 2 \cdot 0 \Rightarrow y = \frac{0}{5} = 0 \Rightarrow (0, 0)$

Si $y = 0$ llavors $5 \cdot 0 = 2x \Rightarrow x = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow (0, 0)$

Atenció! Surt el mateix punt!, i necessitem dos punts diferents, per tant agafem un altre valor de y que no sigui zero, el que vulguem:

Si $y = 2$ llavors $5 \cdot 2 = 2x \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow (5, 2)$

Representem la recta:



No podem agafar com a punt de prova un punt de la recta frontera.
En aquest cas no podem agafar com a punt de prova el punt $(0, 0)$ perquè pertany a la frontera $5y = 2x$.
Agafem qualsevol altre, n'hi ha moltíssims!

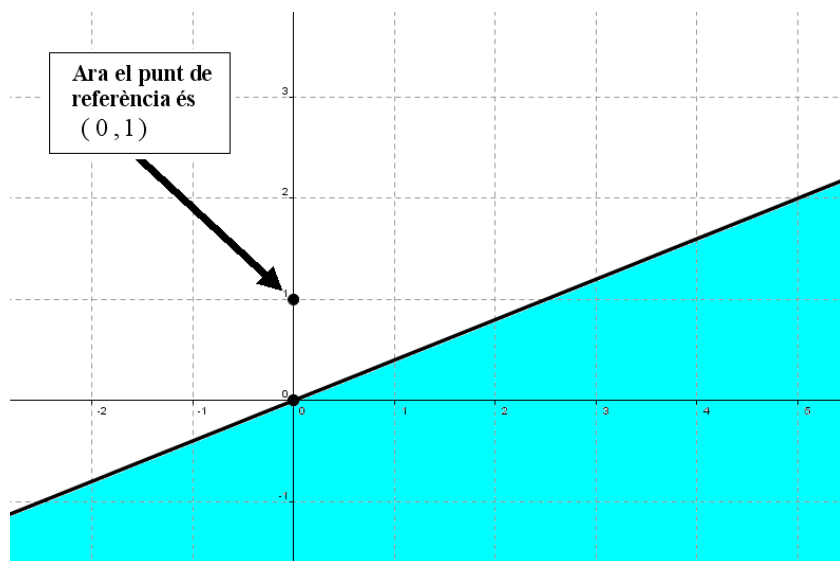
Ara no podem agafar el punt $(0, 0)$ com a punt de prova perquè aquest punt satisfà l'equació de la recta frontera:

$$5 \cdot 0 = 2 \cdot 0$$

Per tant agafem un punt de prova diferent, per exemple el $(0, 1)$

$$5 \cdot 1 < 2 \cdot 0 \Leftrightarrow 5 < 2 \text{ fals!}$$

Per tant el punt $(0,1)$ no és solució de la inequació, i per tant el conjunt solució són tots aquells punts que estiguin l'altre costat de la recta:



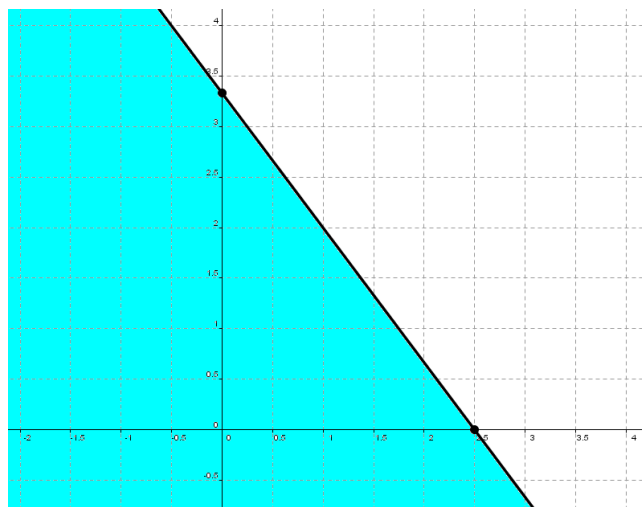
1.3 Del sistema d'inequacions a la gràfica. Determinació dels vèrtexs.

Resol el següent sistema d'inequacions de primer grau:
$$\begin{cases} 4x + 3y < 10 \\ -5x + 3y < -4 \\ -2x + 7y > -1 \end{cases}$$

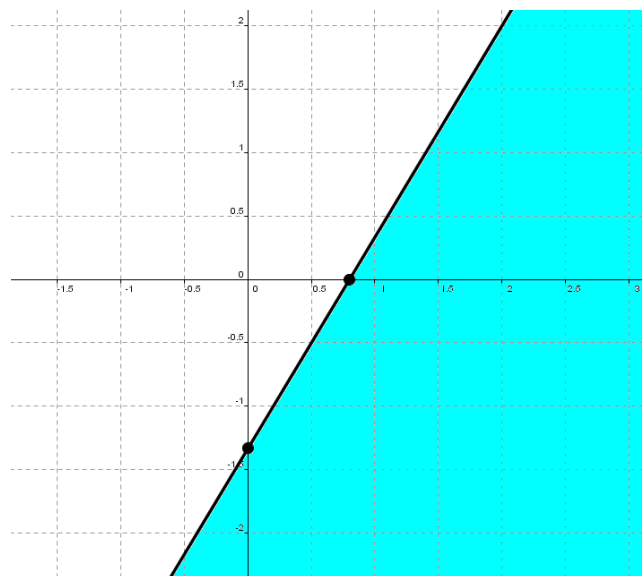
Primera part: Determinació del conjunt solució.

Hem de resoldre totes i cadascuna de les inequacions, i representar-les a un mateix sistema de coordenades $X - Y$. El conjunt solució serà la intersecció de tots ells.

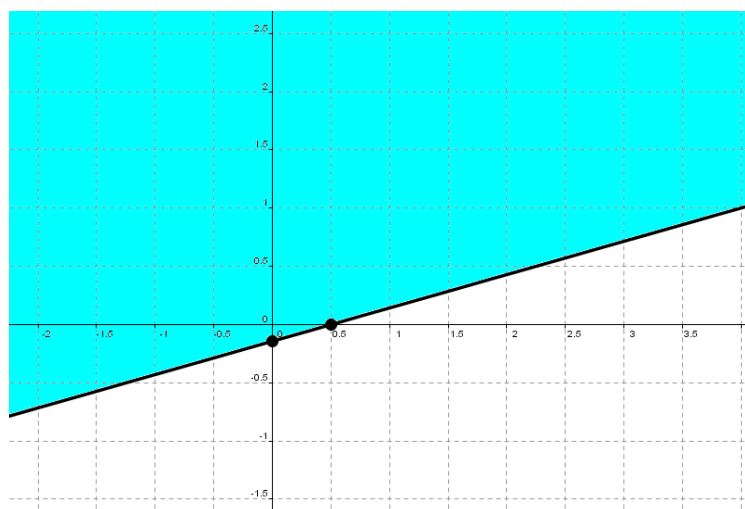
Primera inequació: $4x + 3y < 10$



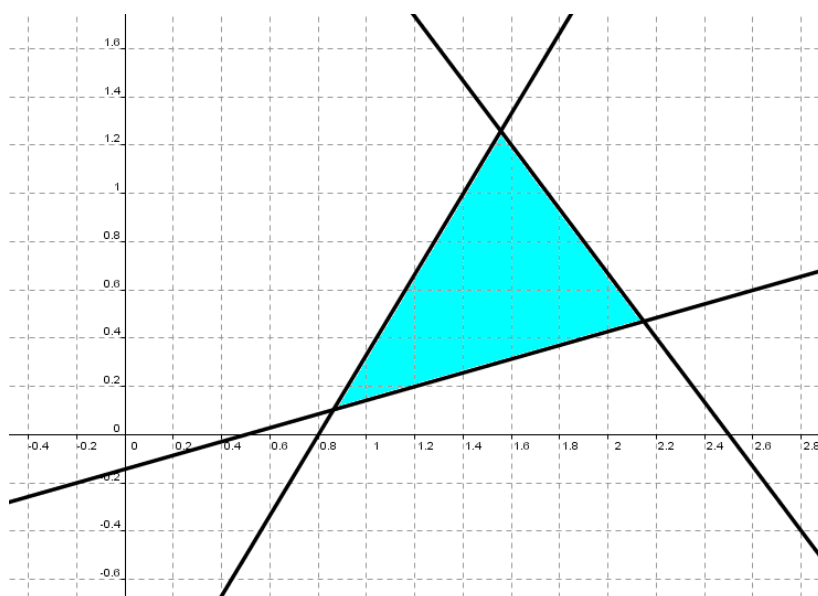
Segona inequació: $-5x + 3y < -4$



Tercera inequació: $-2x + 7y > -1$



El conjunt solució serà la intersecció dels tres semiplans anteriors:



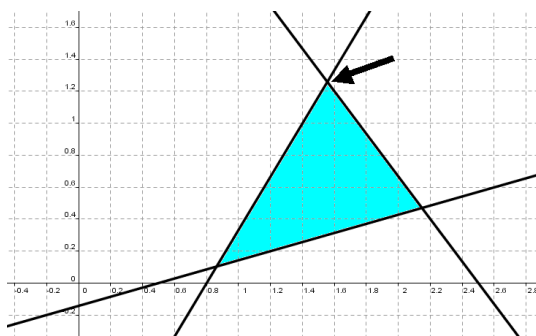
En aquest cas (però no sempre) és un triangle.

Segona part. Determinació dels vèrtexs del conjunt solució.

Els determinarem resolent els sistemes d'equacions que surten agafant les equacions frontera de dos en dos. És molt importat que comprovis visualment les solucions.

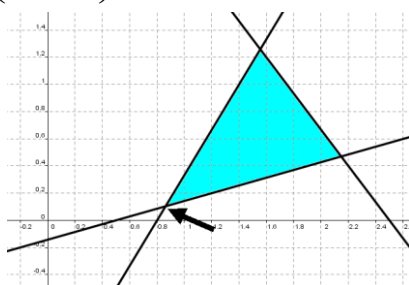
Primer vèrtex : (primera i segona equacions)

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -5x + 3y = -4 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{14}{9}, \frac{34}{27} \right) \cong (1.56, 1.25)$$



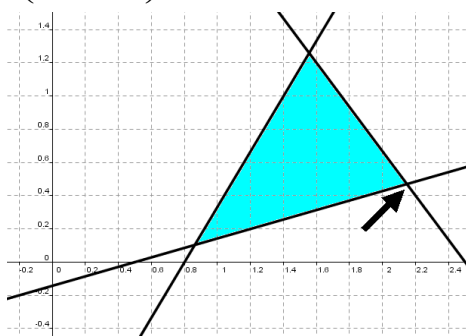
Segon vèrtex: (segona i tercera equacions)

$$\begin{cases} -5x + 3y = -4 \\ -2x + 7y = -1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{25}{29}, \frac{3}{29} \right) \cong (0.86, 0.10)$$



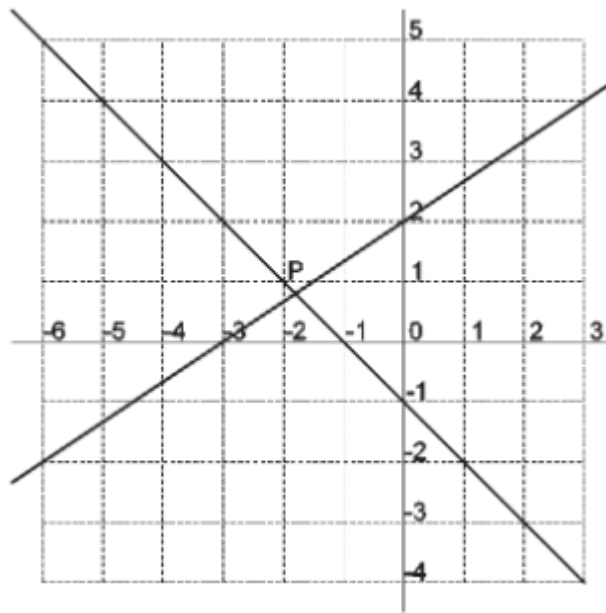
Tercer vèrtex : (primera i tercera equacions)

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -2x + 7y = -1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{73}{34}, \frac{8}{17} \right) \cong (2.15, 0.47)$$



Els vèrtexs del conjunt solució són : $(1.56, 1.25)$, $(0.86, 0.10)$ i $(2.15, 0.47)$

1. Cadascuna de les rectes del gràfic passa, almenys, per dos punts de coordenades enteres.



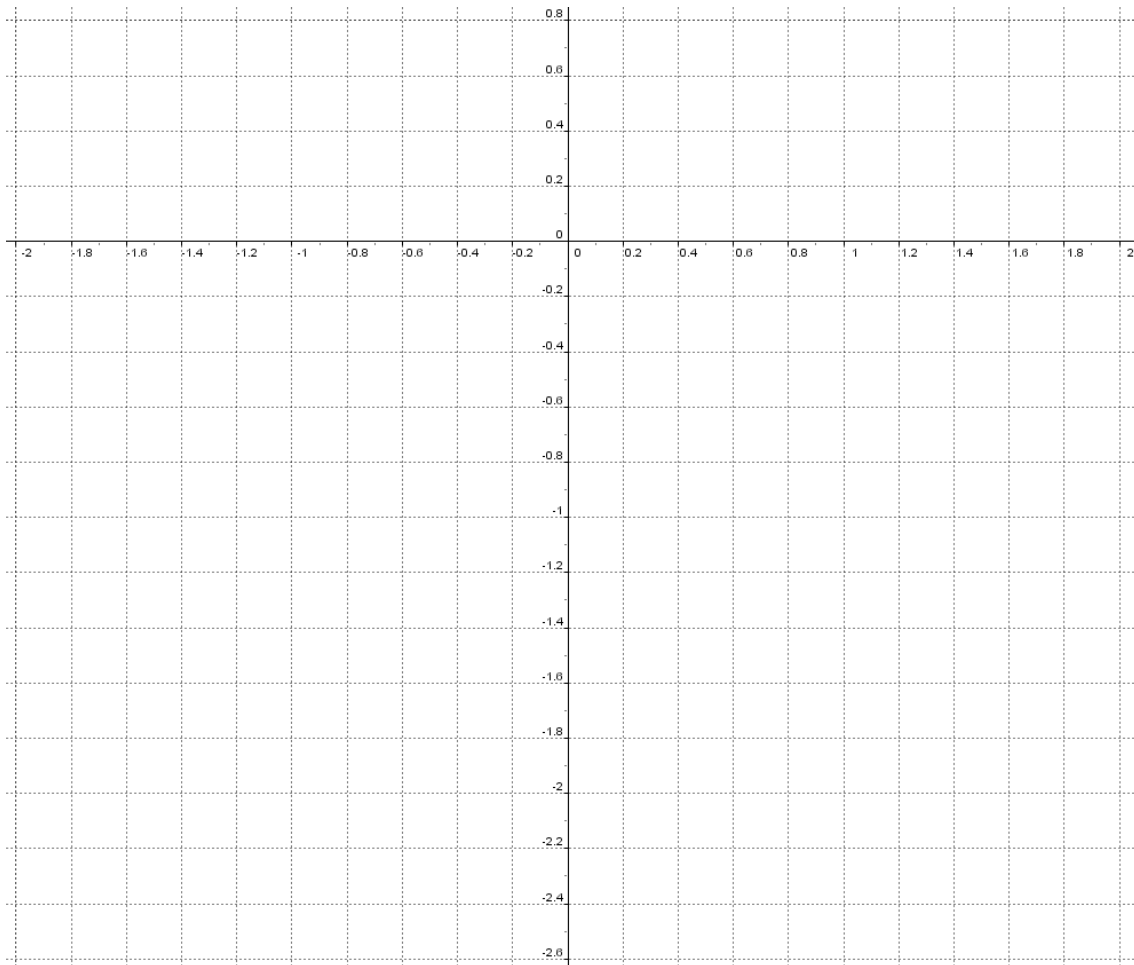
- a) Trobeu les equacions de les dues rectes.
- b) Determineu el punt d'intersecció P.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2008 5.1

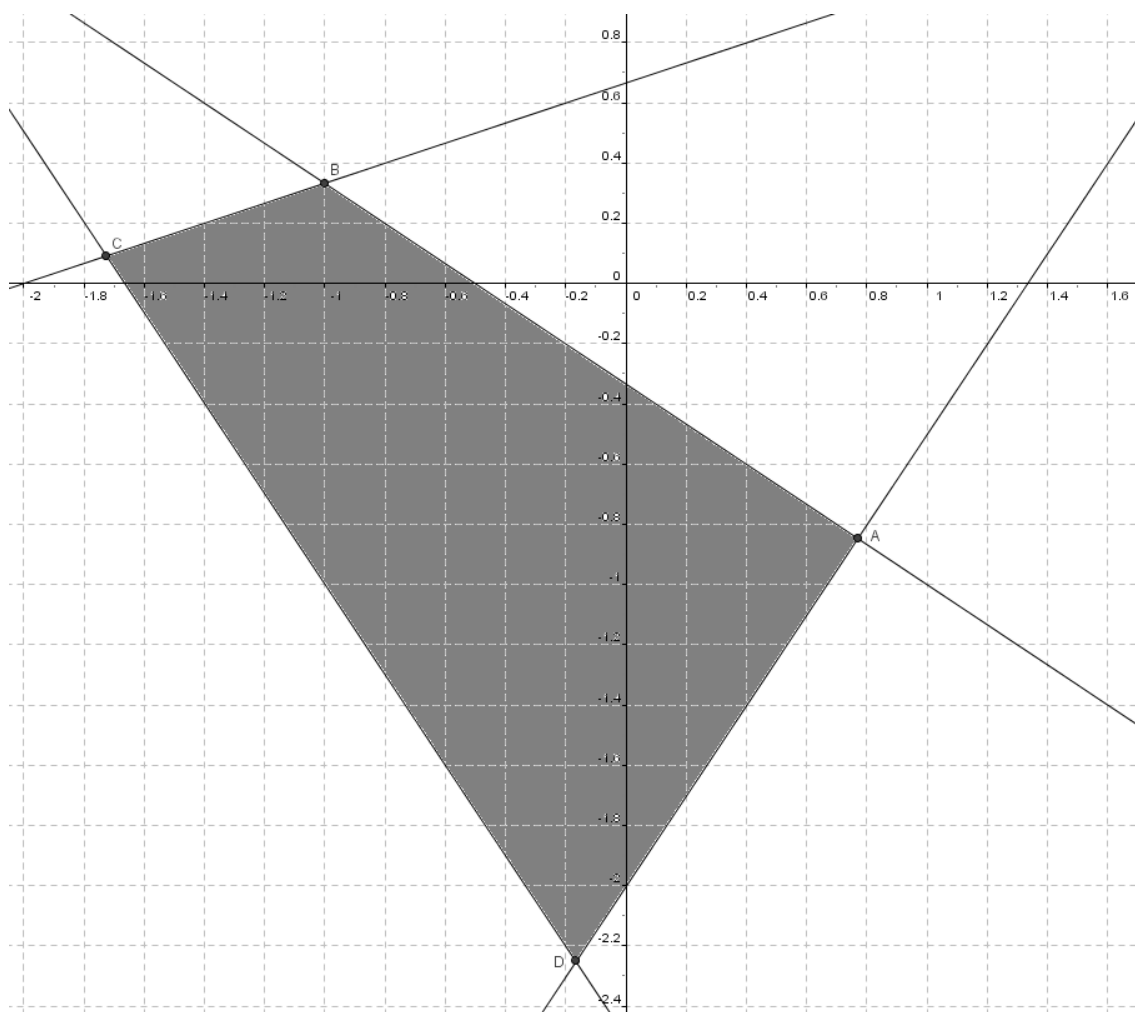
Sistema de 4 inequacions de primer grau amb dues variables.

Resol el següent sistema d'inequacions, i determina els seus vèrtexs.

$$\begin{cases} 2x + 1 \leq -3y \\ 3x - 2y \leq 4 \\ x \geq 3y - 2 \\ 3x + 2y \geq -5 \end{cases}$$



Solució:



$$A = (0.77 , -0.85)$$

$$B = (-1 , 0.33)$$

$$C = (-1.73 , 0.09)$$

$$D = (-0.17 , -2.25)$$

1.4 Problemes PAU de determinació de gràfics.

1. Afegiu inequacions al sistema $\begin{cases} x \leq y \\ 2y \leq x + 12 \end{cases}$

per tal que la regió de les solucions del sistema resultant tingui forma de paral·lelogram. Justifiqueu l'elecció que heu fet.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2006 4.3

2. Dibuixeu la regió del pla formada pels punts (x, y) que compleixen les desigualtats següents:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq 1 \end{cases}$$

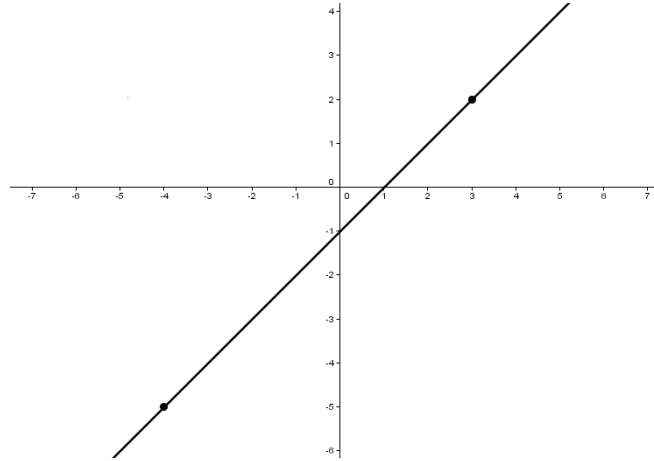
(Expliqueu detalladament per què el dibuix que heu fet correspon a la regió demanada.)

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 1999 1.3

1.5 De la gràfica de la recta a l'equació de primer grau.

Determineu la recta que passa pels punts $(3, 2)$ i $(-4, -5)$

Hem de plantejar i resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites.



La recta tindrà la forma $y = ax + b$, on hem de trobar els valors de a i b .

$$\text{Passa per } (3, 2) \Rightarrow 2 = a \cdot 3 + b \Rightarrow 2 = 3a + b$$

$$\text{Passa per } (-4, -5) \Rightarrow -5 = a \cdot (-4) + b \Rightarrow -5 = -4a + b$$

$$\text{Per tant hem de resoldre el sistema } \begin{cases} 2 = 3a + b \\ -5 = -4a + b \end{cases}$$

Aquests sistemes es poden resoldre fàcilment amb el mètode d'igualació:

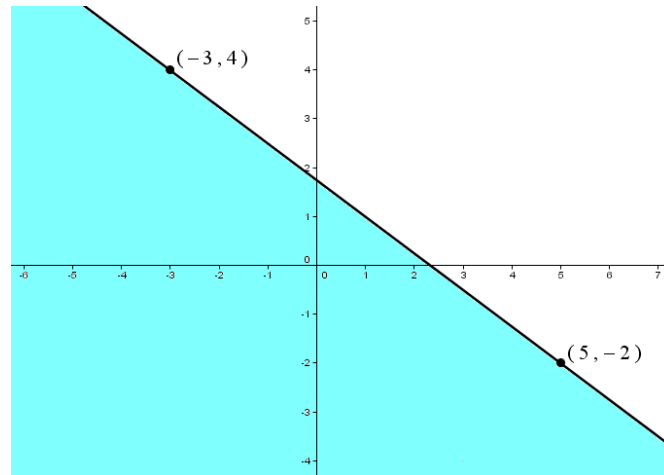
$$\left. \begin{array}{l} 2 = 3a + b \Rightarrow b = 2 - 3a \\ -5 = -4a + b \Rightarrow b = -5 + 4a \end{array} \right\} \Rightarrow 2 - 3a = -5 + 4a \Rightarrow 2 + 5 = 4a + 3a \Rightarrow 7 = 7a$$

$$\Rightarrow a = \frac{7}{7} = 1 \Rightarrow b = 2 - 3 \cdot 1 = -1$$

La recta solució és $y = 1x - 1 \Rightarrow y = x - 1$

1.6 De la gràfica del semiplà a la inequació de primer grau.

Determineu la inequació associada al següent semiplà:



Hem de determinar la recta frontera i després convertir-la en inequació.

En primer lloc determinem la recta frontera:

La recta tindrà la forma $y = ax + b$, on hem de trobar els valors de a i b .

$$\text{Passa per } (-3, 4) \Rightarrow 4 = a \cdot (-3) + b \Rightarrow 4 = -3a + b$$

$$\text{Passa per } (5, -2) \Rightarrow -2 = a \cdot 5 + b \Rightarrow -2 = 5a + b$$

Per tant hem de resoldre el sistema

$$\left. \begin{array}{l} 4 = -3a + b \\ -2 = 5a + b \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{-3}{4}, b = \frac{7}{4} \Rightarrow y = \frac{-3}{4}x + \frac{7}{4} \Rightarrow 4y = -3x + 7 \Rightarrow 3x + 4y = 7$$

Ara hem d'escollir una de les dues inequacions:

$$3x + 4y \leq 7 \text{ o } 3x + 4y \geq 7$$

Quina de les dues serà la correcta? Agafem un punt de prova que estigui fora de la recta, per exemple el $(0,0)$. Observem que aquest punt pertany al semiplà, per tant, la inequació bona serà aquella que sigui bona amb aquest punt concret:

$3x + 4y \geq 7 \Rightarrow 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 7 \Rightarrow 0 \geq 7$ no és cert, per tant, aquesta inequació no és la que volem.

$3x + 4y \leq 7 \Rightarrow 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \leq 7 \Rightarrow 0 \leq 7$ sí és cert, per tant aquesta inequació és la que volem.

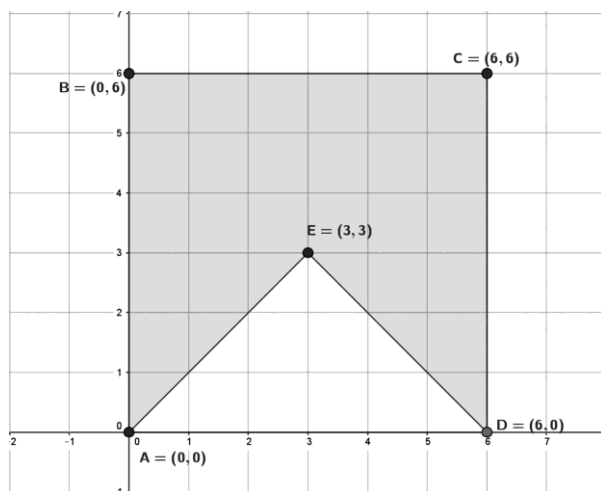
La inequació solució, és, doncs, $3x + 4y \leq 7$

1.7 De la gràfica al sistema d'inequacions.

Haurem d'anar trobant, una a una, totes les inequacions que determinen la regió donada.

1.8 Problemes PAU de determinació de sistemes d'inequacions.

1. Considereu el pentàgon ABCDE de la figura següent:



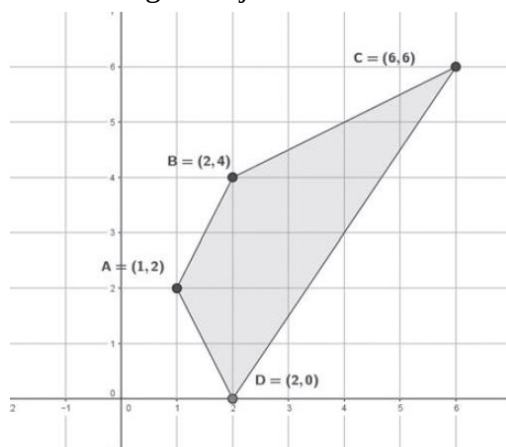
- Justifiqueu que la regió ombrada no es pot representar mitjançant un sistema d'inequacions.
- Escriviu el sistema d'inequacions que determina els punts de la frontera i de l'interior del triangle AED.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2018 5.2

2. Tenim quatre rectes: la recta r_1 passa pels punts $(-1, 0)$ i $(0, 1)$; la recta r_2 passa per $(-1, 0)$ i $(0, -1)$; la recta r_3 passa per $(1, 0)$ i $(0, 1)$, i la recta r_4 passa per $(1, 0)$ i $(0, -1)$.
- Escriviu les inequacions que compleixen els punts de la frontera i de l'interior del quadrat que determinen aquestes quatre rectes i dibuixeu-lo.
 - Determineu el valor màxim de k que fa que la recta $y = 2x + k$ tingui algun punt en comú amb el quadrilàter anterior.

[Solució](#) PAU CCSS SET 2016 3.6

3. Considereu el quadrilàter de la figura adjunta.



- Definiu les condicions que han de complir els punts del quadrilàter ombrat, incloent-hi la frontera.
- Justifiqueu analíticament si el punt $P = (4, 3)$ pertany al quadrilàter.

[Solució](#) PAU CCSS SET 2016 1.6

4. Construïm en el pla el quadrilàter de vèrtexs $A(1, 1)$, $B(2, 4)$, $C(4, 5)$ i $D(3, 0)$, els costats del qual són els segments AB , BC , CD i DA .
- Escriu les desigualtats que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del quadrilàter $ABCD$.
 - Feu servir les desigualtats anteriors per a justificar si els punts $P(3, 1)$, $Q(3, 4)$ i $R(5, 2)$ són interiors, exteriors o estan sobre els costats del quadrilàter.

[Solució](#) PAU CCSS JUNY 2012 3.2

5. Considereu el triangle de vèrtexs $A = (2, -1)$, $B = (5, 0)$ i $C = (2, 4)$.
- Determineu les equacions de les rectes del pla que contenen els costats del triangle ABC .
 - Considereu el sistema d'equacions format per les tres equacions de l'apartat anterior. Determineu el rang de la matriu associada i el rang de la matriu ampliada d'aquest sistema. Justifiqueu la resposta.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2011 2.3

6. Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle del pla de vèrtexs $(0, 0)$, $(2, 3)$ i $(3, 1)$.

[Solució](#) PAU CCSS JUNY 2007 2.4

7. Escriu un sistema d'inequacions lineals que doni com a zona solució l'interior del paral·lelogram que té vèrtexs $A(1, 1)$, $B(5, 5)$, $C(3, 8)$, i $D(-1, 4)$.

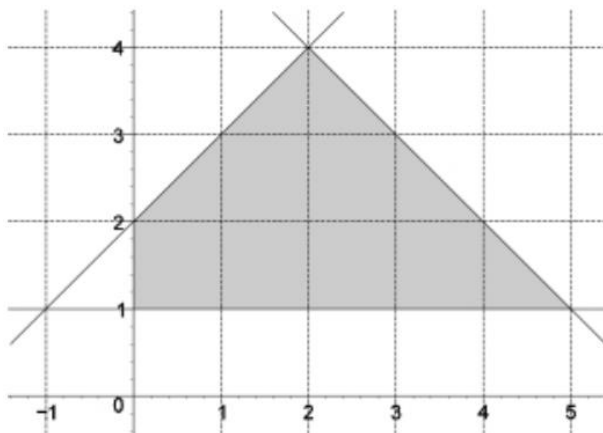
[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2007 3.4

8. Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle de vèrtexs $(0, 1)$, $(2, 0)$ i $(3, 4)$.

- Representeu la regió solució del sistema d'inequacions lineals següent:
- Determineu tres punts d'abscissa $x = -2$ i ordenada entera que siguin solució del sistema.

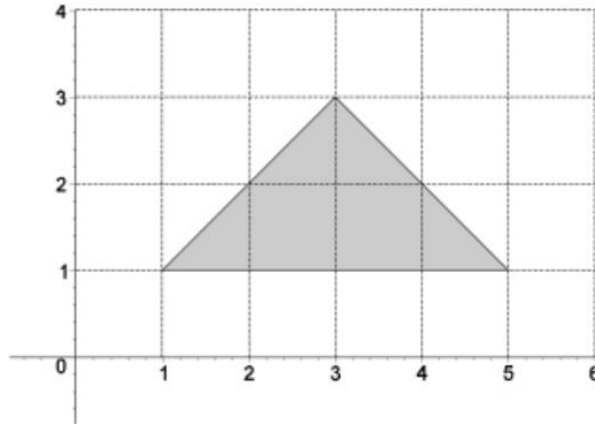
[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2006 3.1

9. Determineu el sistema de quatre inequacions amb dues incògnites que té per solució el polígon ombrejat dibuixat a la gràfica següent, suposant que els costats també són solució.



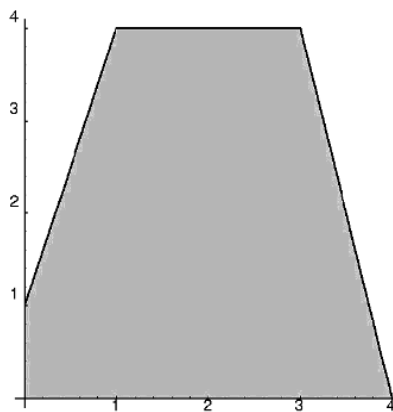
[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2003 2.1

10. Determineu el sistema de tres inequacions i dues incògnites que té per solució el triangle assenyalat en la gràfica següent, suposant que els costats del triangle també formen part de la solució.



[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2003 5.1

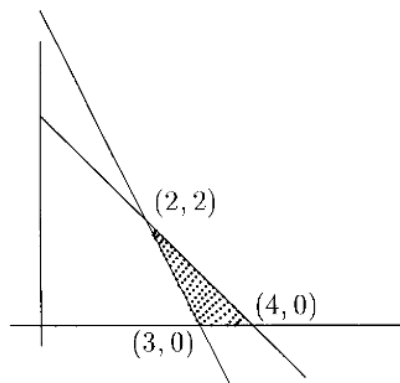
11. Escriviu un sistema de quatre inequacions (amb dues variables x i y) de tal manera que la regió del pla que determini aquest sistema sigui la regió ombrejada del dibuix següent:



[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2000 2.2

12. a) Escriviu l'equació de les tres rectes del pla que limiten la regió puntejada del dibuix.

b) Escriviu les tres desigualtats que determinen aquesta regió.



[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 1999 6.4

Tema 1: Programació lineal.

2.1 Programació lineal explícita.

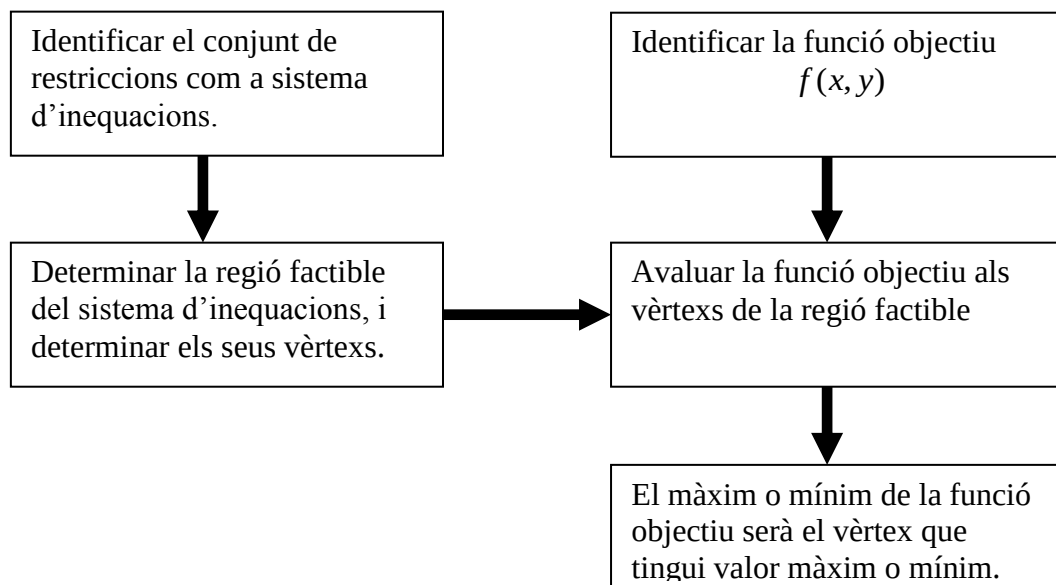
Un problema de programació lineal consta de dos parts:

- Un **conjunt de restriccions**, que hem de traduir al llenguatge matemàtic com un sistema d'inequacions i l'hem de resoldre, per obtenir el que s'anomena **regió factible**.
- Una **funció objectiu** $f(x, y)$ que intentem optimitzar (és a dir, trobar el seu màxim o mínim) dintre de la regió factible. És el que s'anomena **solució òptima**.

Clau per a resoldre un problema de programació lineal:

La solució òptima s'aconsegueix en un dels vèrtexs de la regió factible.

Per tant, el procediment per a resoldre un problema de programació lineal és el següent:

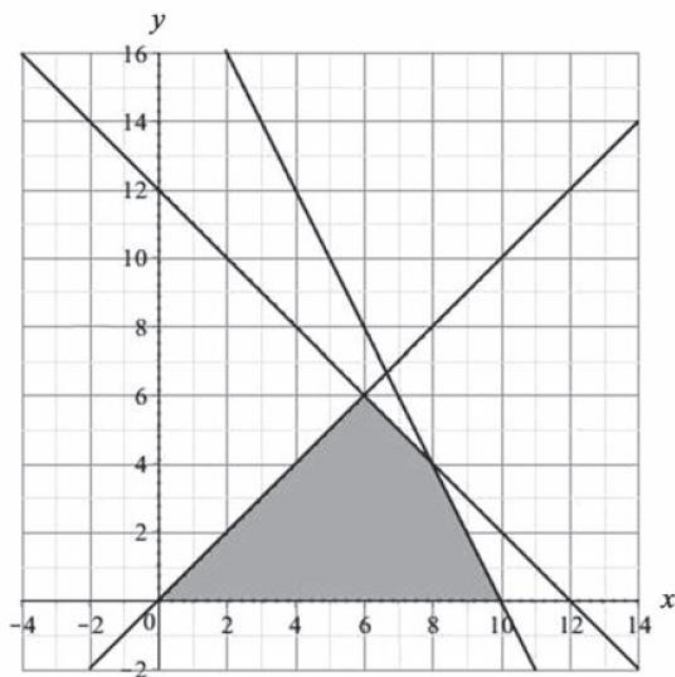


George Dantzig (1914-2005), matemàtic i fill del també matemàtic Tobias Dantzig, va néixer el 8 de novembre del 1914. Va desenvolupar el anomenat mètode Simplex i per això se li considera el pare de la programació lineal.



2.2 Problemes PAU amb programació lineal explícita.

1. Un forn artesà fa dos tipus de panets, els integrals i els de cereals. En l'elaboració, a més a més de la farina corresponent, es fa servir llevat de massa mare i aigua. La quantitat de llevat de massa mare i d'aigua que s'utilitza en l'elaboració de cada panet depèn de si es tracta d'un panet integral o de cereals. Volem saber quants panets de cada tipus es poden fer. Després de comprovar la quantitat de massa mare i d'aigua de què es disposa, i tenint en compte que la quantitat de panets de cereals no pot superar la de panets integrals, s'obté la regió següent amb totes les possibilitats.



En el gràfic, l'eix de les x representa el nombre de panets integrals, i el de les y , el nombre de panets de cereals.

- Escriuiu les inequacions que donen lloc a aquesta regió factible.
- Si els panets integrals es venen a 8 € cada unitat i els de cereals a 10 €, quants panets de cada tipus cal vendre per a obtenir els màxims ingressos? Quins són aquests màxims ingressos?

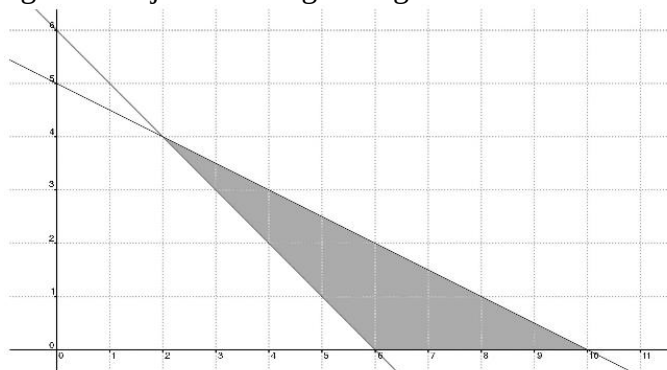
PAU CAT CCSS SET 2019 5.6 (Solució: "Compendium CCSS", Pàg. 438)

2. Considereu la regió del pla limitada per les rectes $y = 2x + 2$, $y = -2x + 2$, $y = 2x - 2$, $y = -2x - 2$.

- Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.
- Considereu ara la família de rectes $y = x + k$. Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de k i determineu aquest valor.

[Solució](#) PAU CCSS SET 2015 5.6

3. Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



- Determineu el sistema d'inequacions que la delimita.
- Calculeu el valor màxim de la funció $z = x + 2y$ en aquesta regió, i indiqueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

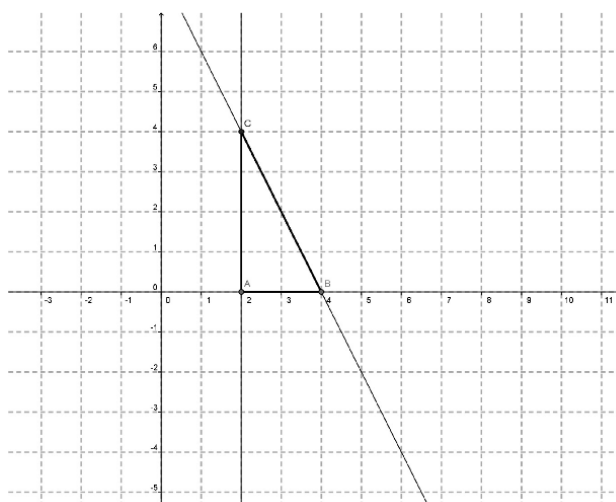
[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2011 1.2

4. Considereu la regió del pla limitada per les rectes $x = 0$, $y = 0$, $2x - 3y = -6$, $x + 3y = 15$ i $x = 6$.

- Dibuixeu-la, calculeu-ne els vèrtexs i justifiqueu si els punts $P(1, 3)$ i $Q(3, 3)$ pertanyen o no a aquesta regió.
- Calculeu en quins punts d'aquesta regió la funció $f(x, y) = x + 4y$ assoleix el valor màxim i el valor mínim, i indiqueu aquests valors.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2011 4.2

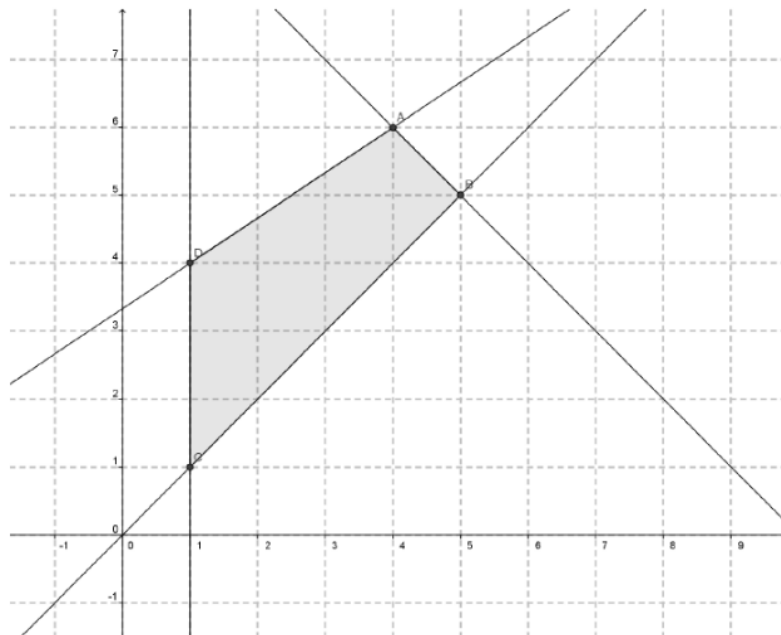
5. Considereu el triangle ABC que es mostra en la figura següent:



- Escriviu el sistema d'inequacions que determinen el triangle ABC i l'interior d'aquest.
- Indiqueu els punts de la regió indicada en què la funció $z = 2x + y$ assoleix el valor màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2010 1.5

6. Considereu la regió del pla representada en la figura següent:



- Determineu les inequacions que defineixen els punts interiors i els punts de la frontera del quadrilàter ABCD.
- Determineu els punts en què s'assoleix el màxim i el mínim de la funció $f(x,y)=2x-2y+7$, i digueu quins són aquests valors.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2010 2.4

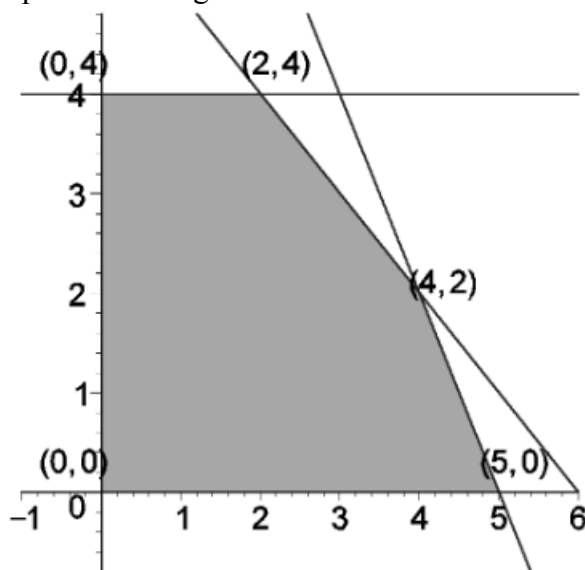
7. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 5y \leq 10 \\ 3x + 4y \leq 12 \end{array} \right\}$$

- Dibuixeu la regió de solucions del sistema.
- Determineu el màxim de la funció $f(x,y) = x + 3y$ quan està sotmesa a les restriccions anteriors.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2009 4.1

8. La figura següent representa la regió de solucions d'un sistema d'inequacions lineals:



- Trobeu el sistema d'inequacions que determina aquesta regió.
- Determineu el valor màxim de la funció $f_1(x,y) = x+y+1$ en aquesta regió, i digueu en quins punts s'assoleix aquest màxim.
- Trobeu el valor de a perquè la funció $f_2(x,y) = ax+2y+3$ assolixi el màxim en el segment comprès entre els extrems $(4, 2)$ i $(5, 0)$.
- Determineu els valors de a per als quals la funció $f_2(x,y) = ax+2y+3$ assolixi el màxim només en el punt $(4, 2)$.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2009 4.5

9. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 10 \\ x + y \leq 8 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- Representeu gràficament la regió de solucions.
- Determineu el màxim de la funció $f(x,y) = 2x + y$ en aquesta regió. Digueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2009 1.1

10. Considereu la regió determinada pel sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \\ -x + y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- Representeu aquesta regió.
- Esbrineu si la funció $f(x, y) = x - 3y + 6$ té màxim en aquesta regió i, si escau, trobeu-lo.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2009 3.2

11. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x - 4y \geq -11 \\ x + y \geq 4 \\ x - 4y \leq -6 \\ x + y \leq 9 \end{array} \right\}$$

- a) Dibuixeu la regió de solucions del sistema.
b) Una funció objectiu $f(x,y) = ax+by+c$ pren el valor mínim en aquesta regió en el punt $(4, 15/4)$. Digueu si també pren el valor mínim en altres punts de la regió i, si és així, determineu-los.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2008 4.3

12. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 3y \leq 18 \\ x + y \leq 10 \end{array} \right\}$$

- a) Representeu gràficament la regió de solucions.
b) Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 3x + 5y$ en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.
c) Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 3x + 3y$ en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2008 2.1

13. En un problema de programació lineal, la regió de solucions és el quadrat de vèrtexs $(1, 1)$, $(1, 3)$, $(3, 3)$ i $(3, 1)$, i la funció objectiu és $B(x,y) = 3x + 2y$.

- a) Determineu en quin punt és màxima la funció objectiu i quin és aquest valor màxim.
b) Doneu un conjunt d'inequacions que determini la regió de solucions.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2008 2.3

14. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y \geq 1 \\ 5x + y \leq 13 \end{array} \right\}$$

- a) Representeu gràficament la regió factible.
b) Calculeu el màxim de la funció $f(x,y) = x - 3y$ en aquesta regió.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2007 3.3

15. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 5 \\ x - 5y \leq 0 \end{array} \right\}$$

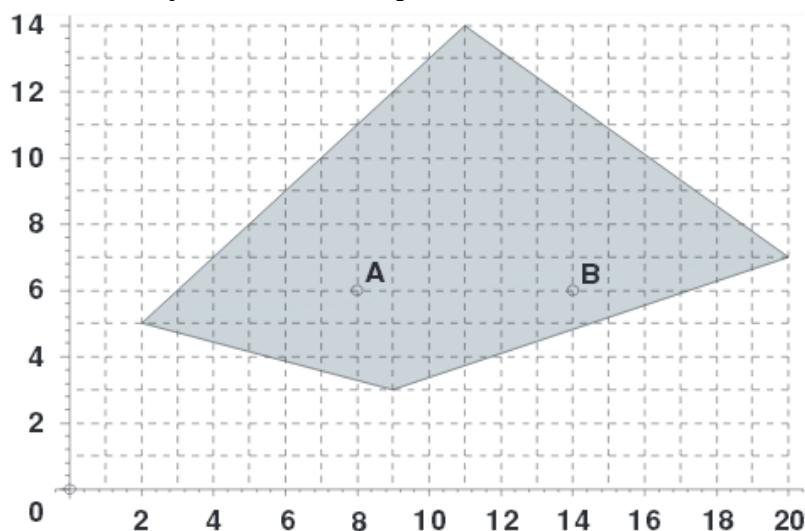
- a) Resoleu-lo gràficament.
b) Trobeu-ne totes les solucions enteres.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2007 2.3

16. Trobeu el màxim de la funció $f(x,y) = 5x + y - 13$ en la regió tancada definida pel triangle de vèrtexs $A = (2, 4)$, $B = (6, 8)$ i $C = (7, 3)$, així com el punt o els punts on s'obté aquest màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2007 1.1

17. La funció objectiu d'un problema de programació lineal és $f(x,y) = ax - by + c$, amb a, b, c nombres positius. Esbrineu a quin dels dos punts A ó B del gràfic la funció objectiu pren un valor major. Raoneu la resposta.



[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2006 1.4

18. En un problema de programació lineal la regió factible és el conjunt convex format pel triangle de vèrtexs: $(0,0)$, $(0,1)$ i $(1,0)$. La funció objectiu és paral·lela a la recta $x + y = 0$. Trobeu els punts en què la funció objectiu assoleix:

- a) el mínim;
- b) el màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2006 3.2

19. Un magatzem de rodes de vehicles de diferents tipus té l'estoc de components (en centenars d'unitats) donat per la taula següent:

	Pneumàtics	Embellidors	Llantes
Utilitaris	3,1	0,3	2,1
Berlines	1,6	1,1	0,6
Tot terrenys	0,9	0	0,2

La quantitat de quilos de primera matèria necessària per a cada component és:

	Acer Cautxú	
Pneumàtics	0,1	4,6
Embellidors	1	0,05
Llantes	5	0

- a) Calculeu el total d'acer acumulat en el magatzem.
- b) Calculeu el total de cautxú acumulat en el magatzem.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2005 3.1

20. a) Determineu la regió solució del sistema i el seu vèrtex:

$$\begin{cases} 3x + y \geq 10 \\ x - 3y \leq 0 \end{cases}$$

b) Calculeu el valor de la funció $f(x,y) = x - 4y$ en el vèrtex i expliqueu raonadament si correspon a un extrem de $f(x,y)$ i de quina classe és.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2005 4.2

21. a) Resoleu gràficament el sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ y - x \leq 0 \end{cases}$$

b) Trobeu tots els punts (x, y) que siguin solucions enteres del sistema i que compleixin $x = y$.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2005 3.4

22. Calculeu en quins punts de la regió determinada pel sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + 3y - 4 \geq 0 \\ 3x + 5y \leq 15 \end{cases}$$

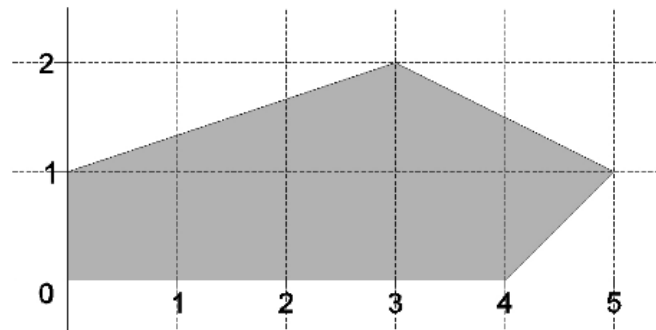
la funció $F(x,y) = \frac{4x}{3} + y$ pren els seus valors màxim i mínim, i quins són aquests valors.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2005 1.4

23. Maximitzeu la funció $f(x,y) = 2x - 3y$ amb les restriccions: $x + 2y \leq 24$, $2x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

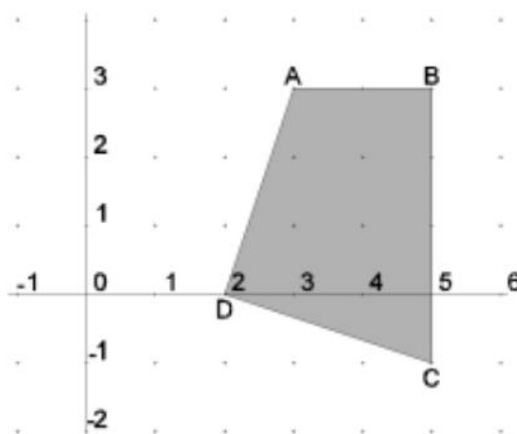
[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2004 5.2

24. Trobeu els punts de la regió del dibuix on la funció $f(x,y) = 2x + 4y + 5$ pren el valor màxim i digueu quin és el benefici màxim.



[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2004 5.1

25. El quadrilàter ABCD és la regió solució d'un sistema d'inequacions lineals. Els costats del quadrilàter també formen part de la regió solució.



- a) Trobeu el valor màxim i el mínim de la funció $f(x,y)=x+3y$ en aquesta regió.
b) En quins punts de la regió solució la funció de l'apartat anterior assoleix el màxim i en quins, el mínim?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2004 3.2

26. a) Representeu gràficament la regió de solucions del sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x + y \geq 2 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

- b) Calculeu el mínim de la funció $f(x, y) = x - 2y$ en la regió solució del sistema anterior. En quins punts d'aquesta regió s'assoleix aquest mínim?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2004 1.3

27. Decidiu si el polígon de vèrtexs consecutius A(0,0), B(5,2), C(7,1), D(7,6) i E(0,6) és la regió factible d'un problema de programació lineal. Justifiqueu la resposta.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2004 1.4

28. Dibuixeu la regió del pla determinada pel sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ -x + y \leq 1 \\ x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- i calculeu el màxim de la funció $f(x, y) = 2x + 2y$ en aquesta regió.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2003 3.2

29. Dibuixeu la regió del pla determinada per les desigualtats

$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ 4x + y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Calculeu després el màxim de la funció $z=x+y$ en aquesta regió.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2000 1.1

30. Dibuixeu la regió del pla determinada per les desigualtats següents: $x+y \leq 5$, $3x+5y \geq 15$, $y \leq 3$. Trobeu el màxim i mínim de la funció $z=x+5$ y en aquesta regió.

PAU CAT CCSS SET 1999 A2.4

31. Dibuixeu la regió factible del pla determinada per les desigualtats següents: $y \geq 1$, $x+2y \leq 6$, $x-y \geq 0$.

Calculeu el valor màxim que pren la funció $z=2x+y$ en aquesta regió.

PAU CAT CCSS SET 1998 2.1

32. Dibuixeu la regió factible determinada per les desigualtats següents:

$$x+y \leq 1, 3x-y \leq 3, x \geq 0 \text{ i } y \geq 0.$$

Calculeu el valor mínim de la funció $z=x-y$ en aquesta regió.

PAU CAT CCSS JUNY 1998 3.1

33. Dibuixeu la regió factible determinada per les desigualtats següents:

$$6x-y \geq 5, y \geq x, 4x+y \leq 10$$

Calculeu el valor màxim de la funció $z=x+y$ en aquesta regió.

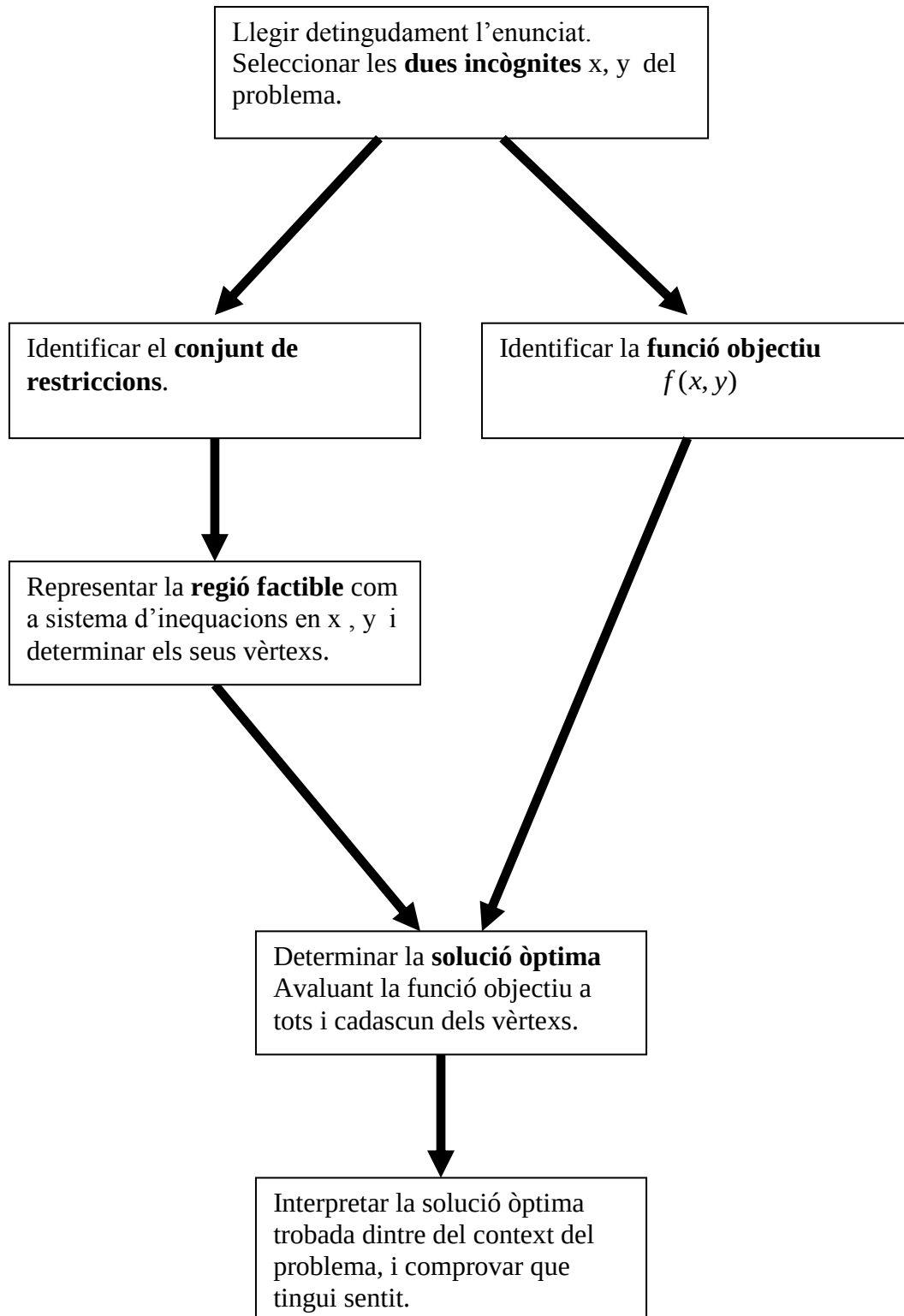
PAU CAT CCSS JUNY 1998 6.1

34. Dibuixeu la regió R del pla formada pels punts (x,y) que compleixen les dues desigualtats: $3x+2y \geq 1$, $x+y \geq 1$. Busqueu després el mínim de la funció $z=3x+2y$ en aquesta regió. Comproveu que el punt de coordenades $x=0$, $y=2$ està situat en la regió R i que el valor que pren la funció en aquest punt és més gran que el valor mínim que heu calculat abans per a aquesta funció.

PAU CAT CCSS JUNY 1997 6.A.4

2.3 Programació lineal contextualitzada.

Mètode per resoldre un problema de programació lineal contextualitzada.



Per plantejar i resoldre problemes de programació lineal, heu de seguir els següents passos:

- 1. Llegir l'enunciat atentament i entendre'l.**
- 2. Reconèixer els valors desconeguts, es a dir escollir les incògnites.**
- 3. Determinar la funció que cal optimitzar. Escriure la funció objectiu.**
- 4. Identificar les restriccions a les que estan sotmeses les incògnites, i expressar-les en forma de sistema d'inequacions.**
- 5. Trobar la regió factible o regió solució, representant en un mateix gràfic totes les restriccions.**
- 6. Esbrinar el conjunt de solucions factibles, determinat els vèrtex de la regió factible.**
- 7. Calcular el valor de la funció objectiu en cadascun dels vèrtex per veure quin d'ells representa el valor màxim o mínim (depenent del que demana el problema). Cal tenir present la possibilitat de que no hi hagi solució si el recinte no està acotat.**

Font: http://www.iescanpuig.com/ewccp/lib/exe/fetch.php?media=rsalvador:tema_4_programacio_lineal_teorias_12-13.pdf

Uns grans magatzems encarreguen a un fabricant pantalons i samarretes de deport. El fabricant disposa per la confecció de 750m de teixit de cotó i 1000m de teixit de polièster. Cada pantalons necessita 1m de cotó i 2m de polièster. Per cada samarreta es gasten 1.5m de cotó i 1m de polièster. El preu de venda dels pantalons es fixa en 50€ i el de les samarretes en 40€. Quin nombre de pantalons i samarretes ha de donar el fabricant als grans magatzems per tal que aquests aconseguixin un benefici màxim?

Font: http://www.iescanpuig.com/ewccp/lib/exe/fetch.php?media=rsalvador:tema_4_programacio_lineal_teorias_12-13.pdf

1. Elecció de les incògnites.

x = nombre de pantalons
 y = nombre de samarretes

2. Funció objectiu.

$$f(x, y) = 50x + 40y, \text{ cal maximitzar-la}$$

3. Restriccions.

Per tal de escriure les restriccions ens ajudem d'una taula

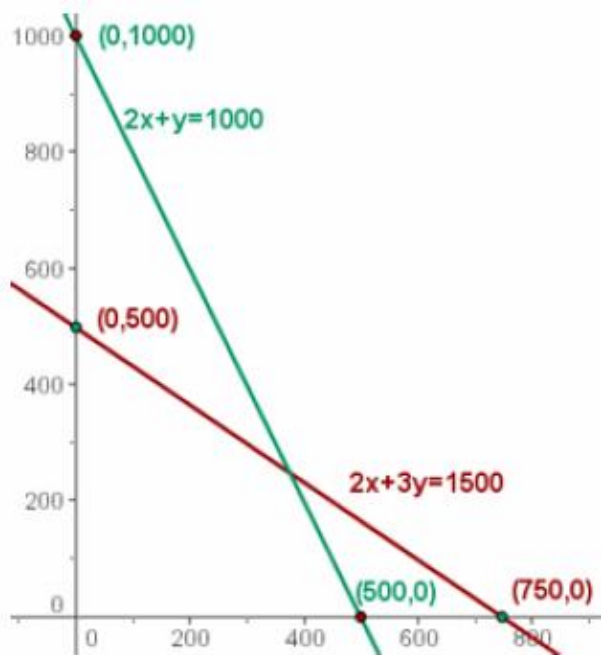
	Pantalons	Samarretes	Disponible
Cotó	1	1.5	750
Polièster	2	1	1000

$$\begin{cases} x + 1.5y \leq 750 \Rightarrow 2x + 3y \leq 1500 \\ 2x + y \leq 1000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

4. Regió factible o solució.

Donat que $x \geq 0$ i $y \geq 0$ treballarem només en el primer quadrant

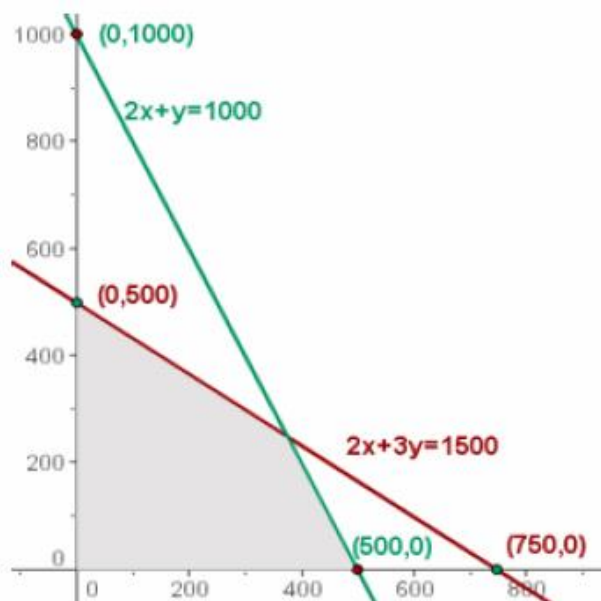
	$2x + 3y = 1500$	$2x + y = 1000$
$x = 0$	$y = 500 \rightarrow P_1(0, 500)$	$y = 1000 \rightarrow Q_1(0, 1000)$
$y = 0$	$x = 750 \rightarrow P_2(750, 0)$	$x = 500 \rightarrow Q_2(500, 0)$



Prenem qualsevol punt que no pertanyi a la recta, per exemple $(0,0)$ i el substituïm en la desigualtat. Si la compleix, la solució es el semiplà on es troba aquest punt, en cas contrari la solució serà l'altre semiplà

	$2x + 3y \leq 1500$	$2x + y \leq 1000$
$O(0,0)$	$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 1500 \rightarrow \text{és certa}$	$2 \cdot 0 + 0 \leq 1000 \rightarrow \text{és certa}$

La zona d'intersecció de les solucions de les inequacions serà la regió factible o regió solució



5. Calcular les coordenades dels vèrtex de la regió factible.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 1500 \\ x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 500 \Rightarrow V_1 = (0, 500)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 1000 \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 500 \Rightarrow V_2 = (500, 0)$$

6. Càlcul de la solució òptima.

La solució òptima, si és única es troba en un d'aquests vèrtex, substituïm aquest tres punts en la funció objectiu per tal de veure en quin d'ells obtenim un màxim benefici.

Funció objectiu: $f(x, y) = 50x + 40y$

$$f(0, 500) = 50 \cdot 0 + 40 \cdot 500 = 20000\text{€}$$

$$f(500, 0) = 50 \cdot 500 + 40 \cdot 0 = 25000\text{€}$$

$$f(375, 250) = 50 \cdot 375 + 40 \cdot 250 = 28750\text{€} \rightarrow \text{Màxim}$$

La solució òptima és fabricar 375 pantalons i 250 samarretes per obtenir un màxim benefici de 28750€.

En una granja de pollastres es dóna una dieta per engreixar, amb una composició mínima de 15 unitats d'una substància A i altres 15 d'una substància B. En el mercat només es troben dos classes de compostos: El tipus X amb una composició d'una unitat de A i cinc de B, i un altre tipus Y, amb una concentració de cinc unitats de A i una de B. El preu del tipus X és de 10€ i el del tipus Y és de 30€. Quina quantitat s'han de comprar de cada tipus per tal de cobrir les necessitats amb un cost mínim?

Font: http://www.iescanpuig.com/ewccp/lib/exe/fetch.php?media=rsalvador:tema_4_programacio_lineal_teorica_12-13.pdf

1. Elecció de les incògnites.

x = nombre d'unitats del tipus X

y = nombre d'unitats del tipus Y

2. Funció objectiu.

$$f(x, y) = 10x + 30y \text{ cal maximitzar-la}$$

3. Restriccions.

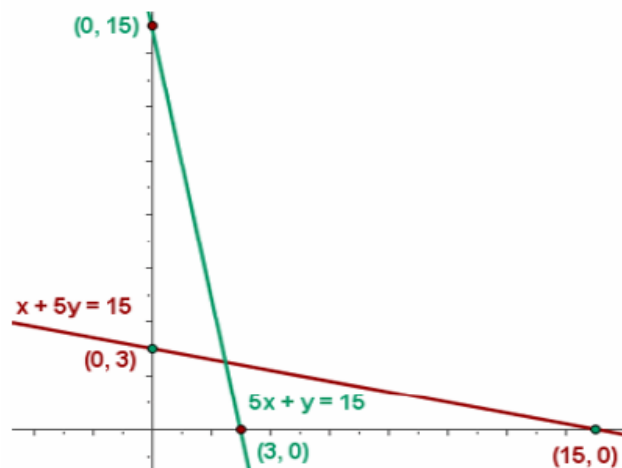
Per tal de escriure les restriccions ens ajudem d'una taula

	X	Y	Mínim
A	1	5	15
B	5	1	15

4. Regió factible o solució.

Donat que $x \geq 0$ i $y \geq 0$ treballarem només en el primer quadrant

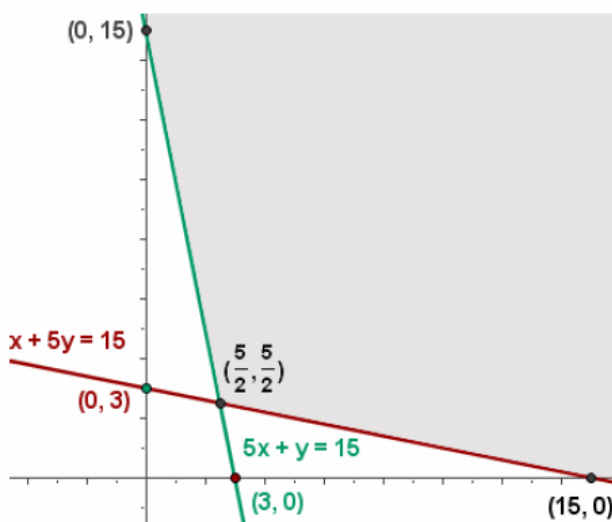
	$x + 5y = 15$	$5x + y = 15$
$x = 0$	$y = 3 \rightarrow P_1(0, 3)$	$y = 15 \rightarrow Q_1(0, 15)$
$y = 0$	$x = 15 \rightarrow P_2(15, 0)$	$x = 3 \rightarrow Q_2(3, 0)$



Prenem qualsevol punt que no pertanyi a la recta, per exemple (0,0) i el substituïm en la desigualtat. Si la compleix, la solució es el semiplà on es troba aquest punt, en cas contrari la solució serà l'altre semiplà.

	$x + 5y \geq 15$	$5x + y \geq 15$
O(0,0)	$0 + 5 \cdot 0 \geq 15 \rightarrow$ no és certa	$5 \cdot 0 + 0 \geq 15 \rightarrow$ no és certa

La zona d'intersecció de les solucions de les inequacions serà la regió factible o regió solució:



Observem que la regió factible no està acotada. Tot i així podem resoldre el problema perquè volem un mínim i no un màxim.

5. Calcular les coordenades dels vèrtex de la regió factible.

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = 15 \\ x = 0 \end{array} \right\} \rightarrow y = 15 \rightarrow V_1 = (0, 15)$$

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = 15 \\ x + 5y = 15 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{5}{2}, y = \frac{5}{2} \rightarrow V_3 = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

6. Càlcul de la solució òptima.

$$f(15, 0) = 10 \cdot 15 + 30 \cdot 0 = 150€$$

$$f(0, 15) = 10 \cdot 0 + 30 \cdot 15 = 450€$$

$$f\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right) = 10 \cdot \frac{5}{2} + 30 \cdot \frac{5}{2} = 100€ \rightarrow \text{Mínim}$$

Per tant solució òptima es troba en el punt $V_3 = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2} \right)$ i amb un cost mínim de 100€.

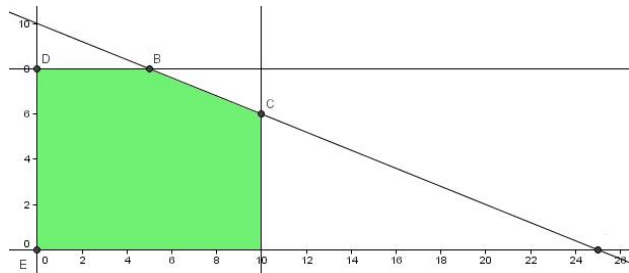
En una prova es proposen 10 qüestions de 5 punts i 8 qüestions de 10 punts i es dóna un temps de 100 minuts. Només es valoren els encerts; els errors o respostes en blanc no resten puntuació. L'Anna, que està capacitada per contestar correctament totes les qüestions, necessita 4 minuts de mitjana per respondre a cada qüestió de 5 punts i 10 minuts per respondre a cada qüestió de 10 punts. Quina estratègia ha de seguir l'Anna (és a dir, quantes preguntes de cada tipus ha de contestar) per obtenir la millor puntuació possible en les seves condicions?

$$4x + 10y \leq 100$$

$$x \leq 10$$

$$y \leq 8$$

$$f(x, y) = 5x + 10y$$



Solució: (10,6) amb 110 punts

En un magatzem hi ha 100 caixes de tipus A i 100 caixes de tipus B. Les de tipus A pesen 100 kg, tenen una capacitat de 30 decímetres cúbics i tenen un valor de 75.000 pessetes. Les de tipus B pesen 200 kg, tenen una capacitat de 40 decímetres cúbics i un valor de 125.000 pessetes. Un camió pot carregar un pes màxim de 10 tones i un volum màxim de 2.400 decímetres cúbics. A més, li han dit al xofer que el nombre de caixes de tipus A que carregués no fos superior al doble de les de tipus B que carregués. Quantes caixes de cada mena ha de carregar el camió per tal que l'import de la mercaderia que porti sigui màxim?

$$x \leq 100$$

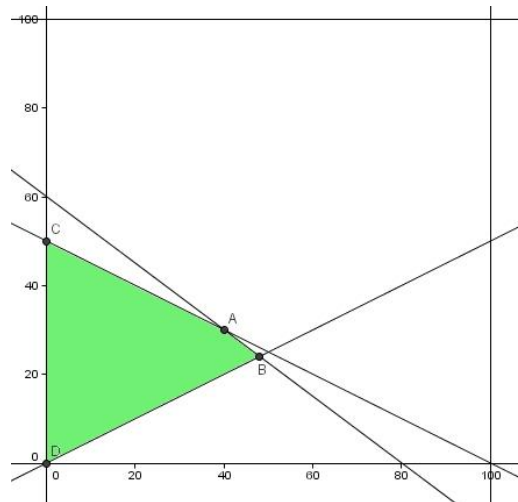
$$y \leq 100$$

$$100x + 200y \leq 10000$$

$$80x + 40y \leq 2400$$

$$x \leq 2y$$

$$f(x, y) = 75000x + 125000y$$



Solució: 40 caixes de tipus A i 30 de tipus B amb un valor de 6750000 pessetes.

2.4 Problemes PAU de programació lineal contextualitzada.

1. En una fàbrica es disposa de 80 kg d'acer i 120 kg d'alumini per a fabricar bicicletes de muntanya i de passeig, que es vendran a 200 € i 150 €, respectivament. Per a fabricar una bicicleta de muntanya són necessaris 1 kg d'acer i 3 kg d'alumini, i per a fabricar-ne una de passeig, 2 kg de cada un dels dos metalls.

- Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.
- Calculeu quantes bicicletes de cada tipus s'han de fabricar per a obtenir el màxim benefici i digueu quin és aquest benefici.

PAU CAT CCSS JUNY 2019 1.5 (Solució: "Compendium CCSS", Pàg. 428)

2. Per a la campanya d'aquest estiu, una botiga d'esports que ven patinets elèctrics espera vendre 40 patinets a un preu de 1.000 € per patinet. Segons un estudi de mercat, la relació entre el nombre de vegades que es rebaixa el preu del patinet en 50 € i el nombre de patinets venuts és lineal, i, per cada 50 € de rebaixa en el preu de venda de cada patinet, hi haurà un increment de les vendes de 10 patinets més.

- Escriviu la funció d'ingressos de la botiga en funció del nombre de vegades que rebaixi en 50 € el preu inicial de 1.000 € del patinet.
- Trobeu quin ha de ser el preu del patinet per tal d'obtenir els ingressos màxims. Trobeu també el nombre de patinets que es vendran i els ingressos que s'obtindran amb aquest preu.

PAU CAT CCSS SET 2019 5.2 (Solució: "Compendium CCSS", Pàg. 434)

3. En acabar un curs de pintura, els alumnes reben com a obsequi un estoig amb retoladors i colors. Es regalen dos tipus d'estoigs: els vermells, que contenen 1 retolador i 2 colors i costen 9 €, i els verds, que porten 3 retoladors i 1 color i costen 15 €.

L'escola disposa de 200 retoladors i 100 colors per a omplir els estoigs. Necessita preparar almenys 40 estoigs i que el nombre d'estoigs vermells no superi el nombre d'estoigs verds. Amb aquestes dades, l'escola vol calcular el preu que haurà de pagar per aquests obsequis.

- Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions de l'escola.
- Calculeu quants estoigs de cada tipus cal preparar perquè la despesa sigui mínima i digueu quina és aquesta despesa mínima.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2018 3.2

4. Una empresa de materials per a cotxes fabrica dos models d'una peça determinada, que anomenarem A i B. Cada model es fabrica en una hora, mitjançant un procés que consta de dues fases. En la primera fase del procés s'hi destinen 5 treballadors, i en la segona, 12. Per a fabricar cada model, en la primera fase es necessita 1 treballador per a cada peça. En canvi, en la segona fase es necessiten 2 treballadors per al model A i 3 treballadors per al model B. El benefici que s'obté és de 40 € pel model A i 50 € pel model B.

- Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.
- Quantes peces de cada model per hora s'hauran de fabricar per tal que el benefici sigui màxim? Quin és aquest benefici màxim?

[Solució](#) PAU CAT TEC SET 2018 1.4

5. Una empresa fabrica dos tipus de gelats, G1 i G2. En el procés d'elaboració utilitza dos tipus d'ingredients, A i B. Disposa de 90 kg de l'ingredient A i de 150 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsula de gelats del tipus G1, emprà 1 kg de l'ingredient A i 2 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsula de gelats del tipus G2, emprà 2 kg de l'ingredient A i 1 kg de l'ingredient B. Si la capsula de gelats del tipus G1 es ven a 10 euros i la del tipus G2 es ven a 15 euros, quantes capsules de gelats de cada tipus cal fabricar per a maximitzar els ingressos?

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2017 2.1

6. Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia.

b) Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2017 1.5

7. Una refineria de petroli produeix gasolina i gasoil. En el procés de refinació que s'hi porta a terme s'obté més gasolina que gasoil. A més, per a cobrir la demanda cal produir com a mínim 3 milions de litres de gasoil al dia, mentre que la demanda de gasolina és de 6,4 milions de litres al dia, com a màxim.

La gasolina té un preu d'1,9 €/L, i el gasoil val 1,5 €/L. Tenint en compte que es ven la totalitat de la producció, determineu quants litres de gasolina i de gasoil cal produir al dia per a obtenir el màxim d'ingressos.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2015 2.6

8. Hem de fertilitzar els terrenys d'una finca utilitzant dos adobs, A i B. El cost de l'adob A és de 0,9 €/kg, i l'adob B costa 1,5 €/kg. L'adob A conté un 20 % de nitrogen i un 10 % de fòsfor, mentre que l'adob B en conté un 18 % i un 15 %, respectivament. Per a fertilitzar els terrenys correctament ens cal un mínim de 180 kg de nitrogen i 120 kg de fòsfor.

a) Si anomenem x els kilograms d'adob A i y els kilograms d'adob B, escriviu el sistema d'inequacions que satisfà les condicions anteriors.

b) Quina és la despesa mínima que hem de fer si volem fertilitzar els terrenys de la finca correctament?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2014 3.5

9. Una companyia aèria programa una oferta d'un màxim de 5.000 places, entre classe turista i preferent. Per cada plaça de classe turista obté uns guanys de 30 €, mentre que per cada plaça de classe preferent el benefici és de 40 €. Per raons tècniques, no és possible oferir més de 4.500 places de classe turista, i el nombre de places de classe preferent no pot superar la tercera part de les de classe turista. Calculeu quantes places de cada classe cal oferir per a maximitzar els guanys.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2014 5.5

10. Un florista disposa de 50 margarides, 80 roses i 80 clavells, i en fa rams de dues classes: per a uns fa servir 10 margarides, 20 roses i 10 clavells, i per als altres fa servir 10 margarides, 10 roses i 20 clavells. La primera classe de rams es ven a 40 €, mentre que la segona es ven a 50 €. Quants rams de cada classe ha de fer si vol ingressar el màxim possible?

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2013 1.5

11. Tinc un problema: fabrico televisors de LED, que em deixen un benefici de 100 € cadascun, i televisors de plasma, que em donen la meitat de benefici unitari. No puc produir més de 30 televisors al dia, i la diferència entre la producció dels de LED i els de plasma és, com a màxim, de quatre unitats. Quants n'he de produir de cada classe per a guanyar el màxim?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2013 3.6

12. Un botiguer va al mercat central amb la seva furgoneta, que pot carregar 700 kg, i amb 500€ a la butxaca, a comprar fruita per a la seva botiga. Hi troba pomes a 0,80 €/kg i taronges a 0,50 €/kg. Calcula que podrà vendre les pomes a 0,90 €/kg i les taronges a 0,58 €/kg. Quina quantitat de pomes i de taronges li convé comprar si vol obtenir el benefici més gran possible?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2013 4.5

13. Una petita fàbrica produeix formatge i mantega. Per a fabricar un formatge es necessiten 10 litres de llet, mentre que per a fabricar una pastilla de mantega se'n necessiten 5. La quantitat de formatges produïts no pot superar el doble de la quantitat de pastilles de mantega. De la mateixa manera, la quantitat de pastilles de mantega no pot superar el doble de la quantitat de formatges produïts. En total, la fàbrica disposa de 800 litres de llet. Després de la venda, per cada formatge s'obté un benefici de 5€ i per cada pastilla de mantega s'obté un benefici de 2€.

Determineu quina quantitat de formatges i quina quantitat de pastilles de mantega cal produir per tal que el benefici total després de la venda sigui màxim. Quin benefici s'obtindrà?

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2012 4.4

14. Una empresa fabrica dos tipus de begudes, que anomenarem B1 i B2, i en el procés de fabricació fa servir dos tipus d'ingredients, que designarem C i D. Disposa de 90L de C i de 150L de D. Per cada bidó de beguda B1 calen 1L d'ingredient C i 2L d'ingredient D, i per cada bidó de beguda B2 calen 2L de C i 1L de D. Sabem que cada bidó de B1 dóna 10 € de benefici, i que cada bidó de B2 en proporciona 15€.

a) Plantegeu les inequacions corresponents a les restriccions indicades, calculeu els vèrtexs de la regió factible, i dibuixeu-la.

b) Escriviu la funció objectiu. Quants bidons de cada tipus cal fabricar per a obtenir el benefici màxim? Quin és aquest benefici?

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2011

15. Una botiga de bijuteria ven anells i collarets en lots de dos tipus: el lot de tipus A està format per un anell i un collar, mentre que el lot de tipus B consta de 3 anells i un collar. Sabem que disposen de 1 500 anells i de 1 000 collars. En cada lot de tipus A guanyen 0,70€, mentre que en cada lot de tipus B guanyen 1€. Indiqueu quants lots de cada tipus han de vendre per a obtenir el màxim benefici.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2010 4.4

16. Un concessionari de motos comercialitza dos models, un de 125 cc i un altre de 50 cc. Per cada moto de 125 cc que ven, guanya 1000€ i per cada moto de 50 cc, guanya 600€. D'altra banda, per tal de satisfer els objectius marcats pel fabricant, cal que el concessionari compleixi les condicions següents:

a) Vendre entre 50 i 150 motos de 125 cc.

b) Vendre almenys tantes motos de 50 cc com de 125 cc.

c) No vendre més de 500 motos de 50 cc.

Determineu quantes motos de cada tipus ha de vendre el concessionari per a obtenir el màxim benefici, i calculeu aquest benefici màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2010 5.3

17. Un llibreter vol fer una comanda de dues classes de llibres a dos editors, A i B. L'editor A ofereix lots de cinc llibres d'assaig i cinc novel·les per 50€. L'editor B ofereix lots de cinc llibres d'assaig i deu novel·les per 150€. El llibreter vol comprar, com a mínim, 2 500 llibres d'assaig i 3 500 novel·les. Per un compromís adquirit amb l'editor B, no pot comprar a l'editor A més de tres vegades el que compra a l'editor B. Determineu quants lots haurà de comprar a cada editor per a minimitzar el cost i poder complir el seu compromís.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2009 1.5

18. Un agricultor disposa d'un camp on plantarà patates i pastanagues. Les patates per a plantar costen 1,5€/kg, i les pastanagues, 1,75€/kg. La quantitat de patates plantades no pot superar el doble de la quantitat de pastanagues, i tampoc no pot ser inferior a la meitat de les pastanagues plantades. La despesa que aquest agricultor ha de fer per plantar les patates i les pastanagues no pot superar els 150€. Per cada kilogram que planta, obté un benefici, després de la venda, de 20€/kg per a les patates i de 50€/kg per a les pastanagues. Determineu quina quantitat de cada producte ha de sembrar per tal que el benefici després de la venda sigui màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2009 3.5

19. El vaixell de Barcelona a Palma de Mallorca porta automòbils i camions a la bodega. Cada camió ocupa quatre places d'automòbil. La superfície total de la bodega permet situar-hi fins a 200 automòbils. Cada automòbil pesa 1 000 kg, i cada camió, 9000 kg. El pes total permès per a la càrrega és de 300 000 kg. La companyia cobra 50€ per cada cotxe i 300€ per cada camió. Calculeu el nombre de cotxes i camions que s'han de carregar per a obtenir un benefici màxim, i també quin és aquest benefici màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2008 5.5

20. Una empresa de mobles fabrica dos models d'armaris, A i B. Per al model A calen 5 h 30 min de feina i 2 m de fusta. Per al model B calen 4 h de feina i 3 m de fusta. L'empresa no pot fabricar més de 430 armaris per setmana, disposa de 2 800 h de feina i de 1 200 m de fusta. Els armaris de tipus A i B proporcionen, respectivament, 250€ i 310€ de benefici cadascun. Determineu el nombre d'armaris de cada tipus que s'han de fabricar per a obtenir el benefici màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2008 4.6

21. Un taller de confecció fa jaquetes i pantalons per a criatures. Per a fer una jaqueta es necessiten 1m de roba i 2 botons, i per a fer uns pantalons calen 2m de roba, 1 botó i 1 cremallera. El taller disposa de 500 m de roba, 400 botons i 225 cremalleres. El benefici que s'obté per la venda d'una jaqueta és de 20€ i per la d'uns pantalons és de 30€.
Suposant que es ven tot el que es fabrica:

- a) Calculeu el nombre de jaquetes i de pantalons que s'han de fer per tal d'obtenir un benefici màxim. Determineu també aquest benefici màxim.
- b) Si el material sobrant es ven a 1€ el metre de roba, a 0,20€ cada cremallera i a 0,01€ cada botó, calculeu quant es pot obtenir de la venda del que ha sobrat.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2007 2.6

22. En un taller fabriquen dos tipus de bosses. Per fer una bossa del primer model es necessiten $0,9 \text{ m}^2$ de cuir i 8 hores de feina. Per al segon model necessiten $1,2 \text{ m}^2$ de cuir i 4 hores de feina. Per a fer aquests dos tipus de bosses el taller disposa de 60 m^2 de cuir i pot dedicar-hi un màxim de 400 hores de feina.

- a) Expressau, mitjançant un sistema d'inequacions, les restriccions a les quals està sotmesa la producció d'aquests dos models de bosses.
- b) Representeu la regió solució d'aquest sistema i trobeu-ne els vèrtexs.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2007 1.3

23. Els alumnes d'un institut disposen de 300 samarretes, 400 llapis i 600 bolígrafs per finançar-se un viatge. Tenen la intenció de vendre'ls en dos tipus de lots: el lot A consta d'1 samarreta, 3 llapis i 2 bolígrafs i el venen per 9€. El lot B consta d'1 samarreta, 2 llapis i 4 bolígrafs i el venen per 11€.

Calcula quants lots de cada tipus han de vendre per treure'n el benefici màxim i aquest benefici màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2006 1.6

24. En un jardí municipal es volen plantar un mínim de 1.200 geranis, 3.200 clavells i 3.000 margarides. Una empresa A ofereix un lot que conté 30 geranis, 40 clavells i 30 margarides per 15 €. Una altra empresa B ofereix un lot de 10 geranis, 40 clavells i 50 margarides per 12 €. L'ajuntament compra x lots a l'empresa A i y lots a l'empresa B.

- a) Determineu les inequacions que representen les restriccions a les quals estan sotmesos els valors de x i de y per tal que compleixin les condicions de la plantació.
- b) Representeu gràficament la regió del pla que satisfà les inequacions.
- c) Trobeu el nombre de lots de cada tipus que fan que la despesa sigui mínima i calculeu aquesta despesa mínima.
- d) Trobeu quants geranis, clavells i margarides adquireix l'Ajuntament amb la compra de preu mínim i quantes plantes i de quin tipus haurà adquirit per sobre del mínim que vol plantar.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2006 4.6

25. Un taller pot produir per dia com a màxim 12 articles del tipus A i 20 del tipus B. Cada dia el servei tècnic pot controlar un mínim de 20 articles i un màxim de 25, independentment del tipus.

- a) Siguin x i y el nombre d'articles produïts per dia dels tipus A i B, respectivament. Expresses les condicions anteriors mitjançant un sistema d'inequacions en x i y .
- b) Representeu la regió del pla determinada per aquest sistema.
- c) Sabem que el benefici de produir els articles de tipus A és el doble del que s'obté amb els articles de tipus B. Trobeu quants articles de cada tipus ha de produir el taller per obtenir el benefici màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2005

26. En una empresa es fabriquen dos tipus de peces que anomenarem A i B. Per fabricar una peça del tipus A es necessiten 2 quilos de metall i per fer-ne una de tipus B, 4 quilos de metall. L'empresa disposa com a màxim de 100 quilos de metall i no pot fabricar més de 40 peces del tipus A ni més de 20 de tipus B.

- a) Doneu un sistema d'inequacions que representi les restriccions en la fabricació que té l'empresa.
- b) Determineu gràficament els punts del pla que verifiquen aquest sistema.
- c) D'entre les solucions obtingudes, quins són els possibles valors de peces de cada tipus si es volen exhaurir els 100 quilos de material. Expliqueu detalladament què feu per trobar-los.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2005 4.5

27. Una empresa de telefonia mòbil fabrica dos models de telèfon: A i B. El nombre total de telèfons fabricats mensualment no supera els 3000. També sabem que sempre es fabriquen almenys 1000 unitats de telèfons A i que la meitat dels telèfons A no supera la tercera part dels telèfons B. Si els telèfons A generen un benefici de 40 € per unitat i els B generen un benefici de 20 € per unitat, trobeu la quantitat de cada classe que s'ha de fabricar per obtenir un benefici màxim i també aquest benefici màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2005 3.6

28. Un taller de confecció fabrica dos models de vestits. Per fer el model A es necessiten 2 m de teixit de color, 1 m de teixit blanc i 4 hores de feina. Per fer el model B es necessiten 2,5 m de teixit de color, 0,5 m de teixit blanc i 3 hores de feina. El taller disposa, cada dia, d'un màxim de 250 m de teixit de color, 100 m de teixit blanc i 380 hores de feina.

- a) Anomeneu x i y el nombre de vestits dels models A i B respectivament fets cada dia. Expressen mitjançant un sistema d'inequacions les restriccions de la producció.
- b) Representeu gràficament la regió del pla que satisfà les inequacions.
- c) La venda d'un vestit del model A porta al taller un benefici de 5€, i la d'un vestit del model B, de 4€. Suposant que la producció diària es ven íntegrament, quants vestits de cada tipus cal fer per tal d'obtenir el màxim benefici? Quant val el benefici màxim?
- d) En aquest últim cas, quin tipus de teixit sobrarà i en quina quantitat?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2004 4.6

29. Un curs de segon de batxillerat d'un institut té un grup que està format per 20 noies i 10 nois, que volen organitzar un viatge de fi de batxillerat. A fi de recollir diners, troben una feina de fer enquestes. L'empresa contracta equips de joves per fer enquestes durant les tardes lliures que poden ser de dos tipus:

A: parelles d'un noi i una noia.

B: equips de tres noies i un noi.

Paguen a 40 € la tarda els equips A i a 90 € la tarda els equips B. Com els convé distribuir-se per obtenir la major quantitat possible de diners? Quina quantitat de diners obtindran per tarda treballada?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2004 4.5

30. Sigui S la regió del pla de coordenades més grans o igual que zero i tal que els seus punts compleixen que:

(i) la mitjana aritmètica de les coordenades és menor o igual que 5.

(ii) el doble de l'abscissa més l'ordenada és més gran o igual que 5.

a) Representeu gràficament el conjunt S .

b) Determineu en quins punts de S la funció $f(x,y) = 2x + y$ pren el valor màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2004 3.1

31. En una prova es proposen 10 qüestions de 5 punts i 8 qüestions de 10 punts i es dóna un temps de 100 minuts. Només es valoren els encerts; els errors o respostes en blanc no resten puntuació.

L'Anna, que està capacitada per contestar correctament totes les qüestions, necessita 4 minuts de mitjana per respondre a cada qüestió de 5 punts i 10 minuts per respondre a cada qüestió de 10 punts.

Quina estratègia ha de seguir l'Anna (és a dir, quantes preguntes de cada tipus ha de contestar) per obtenir la millor puntuació possible en les seves condicions?

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2002 2.6

32. Un entusiasta de la salut vol tenir un mínim de 36 unitats de vitamina A al dia, 28 unitats de vitamina C i 32 unitats de vitamina D. Cada pastilla de la marca 1 costa 0,03 € i proporciona 2 unitats de vitamina A, 2 de C i 8 de D. Cada pastilla de la marca 2 costa 0,04 € i proporciona 3 unitats de vitamina A, 2 de C i 2 de D. Quantes pastilles de cada marca haurà de comprar per a cada dia si vol cobrir les necessitats bàsiques amb el menor cost possible

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2002 1.6

33. Un pastisser té 150 kg de farina, 22 kg de sucre i 26 kg de mantega per fer dos tipus de pastissos. Es necessiten 3 kg de farina, 1 de sucre i 1 de mantega per fer una dotzena de pastissos del tipus A, mentre que les quantitats per una dotzena del tipus B són, respectivament, 6 kg, 0,5 kg i 1 kg. Si el benefici que s'obté per la venda d'una dotzena de pastissos del tipus A és 20 i per una dotzena del tipus B és 30, trobeu el nombre de dotzenes de pastissos de cada tipus que ha de produir per maximitzar el seu benefici.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2001 4.6

34. En un taller de confecció es disposa de 80 metres quadrats de tela de cotó i de 120 metres quadrats de tela de llana. Es fan dos tipus de vestits, A i B. Per fer un vestit de tipus A es necessita 1 metre quadrat de cotó i 3 metres quadrats de llana; en canvi per un vestit de tipus B calen 2 metres quadrats e cada tipus de tela.

a) Quants vestits de cada tipus s'han de fer per obtenir un benefici total màxim si per cada vestit sigui del tipus que sigui es guanyen 30 €?

b) Quina seria la conclusió a la pregunta anterior si per cada vestit del tipus A es guanyen 30 € i, en canvi per cada un del tipus B només es guanyen 20 €.

[Solució](#) PAU CAT CCSS JUNY 2001 5.6

35. En una refineria es produeixen dos tipus de fertilitzants a partir de quatre compostos: nitrogen, àcid fosfòric, potassi soluble i guano. A la taula següent s'expressa la composició per bidó d'aquests dos fertilitzants:

	Nitrogen	Àcid fosfòric	Potassi	Guano
Fertilitzant 1	20 litres	30 litres	30 litres	20 litres
Fertilitzant 2	10 litres	10 litres	60 litres	20 litres

L'empresa disposa de 900 litres de nitrogen i de 1400 litres de guano, i les quantitats dels altres dos components no estan limitades, encara que a causa del gran estoc existent d'aquests productes cal utilitzar almenys 600 litres d'àcid fosfòric i 1800 litres de potassi. Cada bidó de fertilitzant 1 suposa un benefici de 6 €, i de 5 € cada bidó de l'altre fertilitzant, Trobeu quina quantitat de fertilitzant de cada classe cal produir per obtenir un benefici màxim.

[Solució](#) PAU CAT CCSS SET 2000 6.6

36. En un magatzem hi 100 caixes de tipus A i 100 caixes de tipus B, Les de tipus A pesen 100 kg, tenen una capacitat de 30 decímetres cúbics i tenen un valor de 75000 pessetes. Les de tipus B pesen 200 kg, tenen una capacitat de 40 decímetres cúbics i un valor de 125.000 pessetes. Un camió pot carregar un pes màxim de 10 tones i un volum màxim de 2.400 decímetres cúbics. A més li han dit al xofer que el nombre de caixes de tipus A que carregués no fos el doble de les de tipus B que carregués. Quantes caixes de cada mena ha de carregar el camió per tal que l'import de la mercaderia que porti sigui màxim?

PAU CAT CCSS SET 1997

37. Una empresa fabrica dues classes de cargols, A i B. En la producció diària se sap que el nombre de cargols de la classe B no supera el nombre de cargols de la classe A més 1000 unitats, que entre les dues classes no superen les 3000 unitats i que els de la classe B no baixen de les 1000 unitats. Sabent que els cargols de la classe A valen 20 pessetes la unitat i que els de la classe B en valen 15, calculeu el cost màxim i mínim que pot valer la producció diària, i digueu amb quants cargols de cada classe s'atenyen aquest màxim i aquest mínim.

PAU CAT CCSS SET 1997 1A.1

38. En un magatzem hi ha 100 caixes de tipus A i 100 caixes de tipus B. Les de tipus A pesen 100 kg, tenen una capacitat de 30 decímetres cúbics i tenen un valor de 75.000 pessetes. Les de tipus B pesen 200 kg, tenen una capacitat de 40 decímetres cúbics i un valor de 125.000 pessetes. Un camió pot carregar un pes màxim de 10 tones i un volum màxim de 2.400 decímetres cúbics. A més, li han dit al xofer que el nombre de caixes de tipus A que carregués no fos superior al doble de les de tipus B que carregués. Quantes caixes de cada mena ha de carregar el camió per tal que l'import de la mercaderia que porti sigui màxim?

PAU CAT CCSS SET 1997 1A.1

39. Una granja d'aviram disposa de dues classes de pinso, A i B, que costen 2.000 i 1.000 pessetes per quilo respectivament. A la composició del pinso A hi entren 300 unitats d'un producte M i 4 unitats d'un producte N per quilo, mentre que a la composició de B hi entren 100 unitats de M i 8 de N per quilo. S'estima que les necessitats nutritives mínimes de la granja són de 30.000 unitats de M i 800 unitats de N per setmana. Decidíu raonadament les quantitats de cada pinso que s'han de comprar cada setmana per tal que el cost sigui mínim.

PAU CAT CCSS JUNY 1997 1.A.1

40. Una fàbrica d'automòbils produeix dos tipus de vehicles: de luxe i utilitaris. Cada vehicle ha de ser comprovat i posat a punt abans de sortir al mercat. La comprovació de cada vehicle de luxe requereix 4 hores i la de cada utilitari, 2. A més, cada vehicle requereix accessoris per valor de 100.000 pessetes. Per cada vehicle de luxe s'obté un benefici de 40.000 pessetes, i per cada utilitari, un benefici de 30.000. Quants vehicles de cada tipus s'han de revisar diàriament per tal d'obtenir el màxim benefici si només podem gastar 400.000 pessetes diàries en accessoris i no podem sobrepassar les 12 hores diàries de treball?

PAU CAT CCSS JUNY 1997 4.B.1

41. Un estudiant dedica part del seu temps al repartiment de propaganda publicitària. L'empresa A li paga 5 ptes. per cada imprès repartit, i l'empresa B, amb fulletons més grans, li paga 7 ptes. per imprès. L'estudiant porta dues bosses: una per a impresos A, on n'hi caben 120, i una altra per a impresos B, on n'hi caben 100. Ha calculat que cada dia és capaç de fer repartiment de 150 impresos com a màxim. El que l'estudiant es pregunta és: quants impresos hauré de repartir de cada classe per tal que el seu benefici diari sigui màxim?

PAU CAT CCSS JUNY 1996 3.B

42. Una fàbrica produeix dos tipus de motocicletes, A i B cada motocicleta, abans de sortir al mercat, és comprovada i posada a punt. Aquestes comprovacions requereixen 8 hores per cada moto del tipus A, i 4 hores per cada moto B. A més, cada moto, independent del seu tipus requereix 10.000 pts de material. Per cada moto revisada del tipus A s'obté un benefici de 30.000 pts, i per cada moto del tipus B s'obtenen 20.000 pts. Quantes motos haurem de revisar per tal d'obtenir el màxim benefici si disposem de 40.000 pts. en material i de 24 hores per poder fer-ne les revisions.

43. En un magatzem hi ha 100 caixes del tipus A i 100 caixes del tipus B. La taula que segueix ens informa del pes, el volum i el valor de cadascuna:

Tipus	Pes (kg)	Volum (dm ³)	Valor
A	100	30	75.000
B	200	40	125.000

Una camioneta pot carregar 10.000 kg i un volum màxim de 2.400 dm³. Esbrineu com han de carregar-la per tal que el valor de les caixes que porti sigui el més elevat possible.

PAU CAT CCSS JUNY 1995 3.B

44. Un magatzem de confecció que disposa de 70 samarretes, 120 camises i 110 pantalons fa liquidació d'existències. Vol posar-ho a la venda en dos tipus de lots: el lot A, format per 2 camises, 1 pantaló i 1 samarreta, es vendrà a 600 pts. cada un; el lot B, format per una camisa, 2 pantalons i 1 samarreta es vendrà a 700 pts. cada un. Calculeu quants lots convé fer de cada classe per tal d'obtenir el màxim de guanys i quants diners ingressaran.

PAU CAT CCSS JUNY 1994 3.A

45. Uns grans magatzems per tal de fer disminuir un estoc de 1.000 carpetes i 1.500 bolígrafs, creen dos tipus de lots: el lot "principiant", format per una carpeta i un bolígraf, i el lot "Dibuixant", format per una carpeta i tres bolígrafs. Els guanys són de 70 ptes. per cada lot "principiant" i de 100 ptes. per cada lot "dibuixant". Calculeu quants lots els convé preparar de cada classe per tal d'obtenir el màxim de guanys.

PAU CAT CCSS 1993 2.B

46. Un camioner que disposa de 2 milions de ptes. pot carregar el seu camió amb 25 tones de pomes i taronges. El cost de les pomes és de 100.000 ptes./tona i ell les vendrà a 130.000 ptes./tona. El cost de les taronges és de 60.000 ptes./tona i el preu de venda serà de 80.000 ptes./tona.

El camioner, que vol treure'n el màxim benefici, es troba davant d'un problema de programació lineal. Amb quantes variables? Determineu-les. Determineu també la funció objectiu o funció benefici? Quin benefici serà?

PAU CAT CCSS 1992 2.A

47. Una escola vol dur d'excursió 400 alumnes. L'empresa de transport té 8 autocars de 40 places i 10 de 50 places, però només disposa de 9 conductors. El lloguer d'un autocar gran val 8.000 ptes. i un de petit 6.000 ptes.

a) Calculeu quants autocars de cada mena s'han d'utilitzar perquè l'excursió resulti el més econòmic possible per a l'escola.

b) Identifiqueu en aquest enunciat les variables, les restriccions i la funció que cal optimitzar.

PAU CAT CCSS 1992 5.B

2.5 Problemes PAU Zaragoza de programació lineal.

Aquest document és una part del document

http://www.catedu.es/matematicas_mundo/PAU/Algebra_CCSS.doc

Autor: Julio García Galavis (I.E.S. Andarán - Zaragoza)

trobat en la web http://www.catedu.es/matematicas_mundo/PAU/PAU.htm

1. Junio 1994. Los 400 alumnos de un colegio van a ir de excursión. Para ello se contrata el viaje a una empresa que dispone de 8 autobuses de 40 plazas y 10 con 50 plazas, pero sólo de 9 conductores para ese día. Dada la diferente capacidad y calidad, el alquiler de cada autobús de los grandes cuesta 8.000 pesetas y el de cada uno de los pequeños 6.000 pesetas. Se quiere saber cuántos autobuses de cada clase se tiene que alquilar para que el coste del viaje sea mínimo. Para ello se pide:

- a) Plantear el problema que se debe resolver (función objetivo y restricciones) (5 puntos)
- b) Representar la región factible. (2,5 puntos)
- c) Resolver el problema, explicando los pasos seguidos hasta obtener la solución. (2,5 puntos)

2. Septiembre 1994. Un camión puede transportar como máximo 9 toneladas de mercancía por viaje. En un cierto viaje desea transportar al menos 4 toneladas de la mercancía A, y un peso de la mercancía B que no sea inferior a la mitad del peso que transporta de A. Sabiendo que se cobra 3000 pesetas por tonelada de A transportada y 2000 pesetas por tonelada de B, se quiere saber cuántas toneladas de A y B se deben cargar en el camión para obtener la ganancia máxima. Para ello se pide:

- a) Plantear el problema que se debe resolver (función objetivo y restricciones) (5 puntos)
- b) Representar la región factible. (2,5 puntos)
- c) Resolver el problema, explicando los pasos seguidos hasta obtener la solución. (2,5 puntos)

3. Junio 1995. Los alumnos de un conservatorio de música deciden formar una orquesta. Los gustos del público exigen que haya siempre mayor o igual número de instrumentos de cuerda que de viento, y que el número de instrumentos de cuerda no debe superar el doble del número de instrumentos de viento. En total hay disponibles 20 instrumentos de viento y 30 de cuerda. Los empresarios pagan a la orquesta 25.000 pesetas por cada instrumento de viento y 20.000 por cada uno de cuerda. Se pide:

- a) ¿De cuántos instrumentos de cuerda y cuántos de viento se debe componer la orquesta para obtener el máximo beneficio? (6 puntos)
- b) Si se suprime la restricción del número total disponible de instrumentos de viento ¿varía la respuesta en el apartado a)? Razonar la respuesta. En caso de que varíe, calcular la nueva solución. (2 puntos)
- c) Si se suprime tanto la restricción del número total disponible de instrumentos de viento como de cuerda ¿qué ocurre con el beneficio? Razonar la respuesta. (2 puntos)

4. Junio 1995. a) En un problema de programación lineal, qué diferencia hay entre solución factible y solución óptima. (1 punto)

b) Sea S la región del plano definida por las cinco inecuaciones siguientes:

$$x - y \geq -2 \quad x + 2y \leq 6 \quad 2x + y \leq 6 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

Se pide:

- b₁) Representar gráficamente la región S y calcular sus vértices. (4 puntos)
- b₂) Considerar la función $f(x,y) = x + y$. Calcular los valores de (x,y) que hacen mínima y los que hacen máxima la función $f(x,y)$ en la región S. Razonar la respuesta. (2 puntos)
- b₃) Considerar la función $g(x,y) = -2x - 4y$. Calcular los valores de (x,y) que hacen mínima y los que hacen máxima la función $g(x,y)$ en la región S. Razonar la respuesta. (3 puntos)

5. Septiembre 1995. Una compañía aérea tiene 2 aviones A y B para cubrir un determinado trayecto. El avión A debe hacer más veces el trayecto que el avión B, pero no puede pasar de 120 vuelos y el avión B no puede hacer más de 180. Entre los dos aviones han de realizar al menos 60 vuelos y como mucho 200. Se pide:

- a) Si en cada vuelo del avión A la empresa gana 300.000 pesetas y en cada vuelo del avión B 200.000, ¿cuántos vuelos debe realizar cada avión para maximizar los beneficios de la empresa? (Explicar los pasos seguidos para resolver el problema) (6 puntos)
- b) ¿Se puede quitar alguna restricción sin que la solución varíe?. Razonar la respuesta. (1 punto)
- c) Si en cada vuelo el avión A consume el doble de litros de gasolina que el avión B, ¿cuántos vuelos ha de hacer cada avión para que el consumo de gasolina sea mínimo?. Razonar la respuesta (3 puntos)

6. Junio 1996. Un fabricante de alfombras dispone de las siguientes existencias de lana: 500 kg. de color azul, 400 kg. de color verde y 225 kg. de color rojo. Desea fabricar dos tipos de alfombras, A y B. Para fabricar una de tipo A se necesitan 1 kg. de lana azul y 2 kg. de lana verde y para fabricar una de tipo B, 2 kg. de lana azul, 1 kg. de lana verde y 1kg. de lana roja. Cada alfombra de tipo A se vende por 2.000 pesetas y cada una de tipo B por 3.000 pesetas. Se supone que se vende todo lo que se fabrica. Se pide:

- a) ¿Cuántas alfombras de cada tipo se han de fabricar para que el beneficio sea máximo?, ¿cuál es ese beneficio máximo?. Explicar los pasos seguidos para obtener la solución. (8 puntos)
- b) ¿Qué cantidad de lana de cada color quedará cuando se fabrique el número de alfombras que proporciona el máximo beneficio? (2 puntos)

7. Septiembre 1996. En un hospital se quiere elaborar una dieta alimenticia para un determinado grupo de enfermos con dos alimentos A y B. Estos alimentos contienen tres principios nutritivos: N_1 , N_2 y N_3 . Una unidad de A vale 100 pesetas y contiene 2 unidades de N_1 , 1 de N_2 y 1 de N_3 . Una unidad de B vale 240 pesetas y contiene 1, 3 y 2 unidades de N_1 , N_2 y N_3 respectivamente.

Un enfermo de este grupo necesita diariamente al menos 4, 6 y 5 unidades de N_1 , N_2 y N_3 respectivamente. Se pide:

- a) Plantear un problema de programación lineal que permita determinar las cantidades de alimento A y B que dan lugar a la dieta de coste mínimo. (5 puntos)
- b) Resolver el problema planteado en el apartado anterior. (5 puntos)

8. Junio 1997. Sea S la región del plano definida por las tres inecuaciones siguientes:

$$x - y - 1 < 0 \quad y > 3 - 3x \quad x + 3y > 5$$

- a) Representar gráficamente la región S. (2 puntos)
- b) Considerar la función $f(x,y) = x + 3y$. Calcular, si existen, los valores de (x,y) que hacen máxima y los que hacen mínima la función $f(x,y)$ en la región S. Razonar la respuesta. (4 puntos)
- c) Suponer que en la tercera inecuación se cambia la desigualdad, es decir las inecuaciones que definen S son:

$$x - y - 1 < 0 \quad ; \quad y > 3 - 3x \quad ; \quad x + 3y > 5.$$

¿Cuáles son ahora las respuestas del apartado b)?. Razonar la respuesta. (4 puntos)

9. Septiembre 1997. En una empresa se produce queso y mantequilla. Para fabricar una unidad de queso se necesitan 10 unidades de leche y 6 unidades de mano de obra y para fabricar una unidad de mantequilla se utilizan 5 de leche y 8 de mano de obra. La empresa dispone cada día de 200 unidades de leche y 150 de mano de obra. Sabiendo que una unidad de queso se vende a 400 pesetas y una de mantequilla a 250 y que se vende todo lo que se produce, se pide:

- a) ¿Cuántas unidades de queso y de mantequilla se han de producir diariamente para que el beneficio sea máximo?. Explicar los pasos seguidos para obtener la solución. (7 puntos)
- b) Suponer que la empresa decide no producir más de 13 unidades de queso, ¿cambia la solución del apartado a)?. Razonar la respuesta y en caso de que varíe, calcular la nueva solución del problema. (3 puntos)

10. Junio 1998. Considerar las inecuaciones: $y - x > -2$; $-x - y < 2$; $3x + y < 3$. Se pide:

- a) Representar gráficamente el conjunto S definido por estas inecuaciones. (3 puntos)
- b) Determinar si $f(x,y) = 3x - 2y$ alcanza un valor máximo y un valor mínimo en S y, en caso afirmativo, calcular dichos valores y los puntos donde se alcanzan. (3,5 puntos)

- c) determinar si $f(x,y) = -6x + 4y$ alcanza un valor máximo y un valor mínimo en S y, en caso afirmativo, calcular dichos valores y los puntos donde se alcanzan. (3,5 puntos)

11. Septiembre 1998. Una empresa que fabrica motos y coches en dos factorías F_1 y F_2 , ha recibido un pedido de 300 coches y 500 motos. En la factoría F_1 se producen 10 coches y 25 motos por hora y en la F_2 se producen 20 coches por hora y el mismo número de motos por hora que en la otra. Sabiendo que los costes operativos de las factorías F_1 y F_2 son 9.000 y 7.000 unidades monetarias por hora respectivamente, se pide:

- a) ¿Cuántas horas debe trabajar cada factoría para servir el pedido con los mínimos costes?, ¿cuál es el valor de estos mínimos costes?. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (8 puntos)
 b) Suponer que la empresa decide que el número de horas trabajadas entre las dos factorías para servir un pedido no puede ser superior a 50. ¿Cambiaría la solución del problema? Razonar la respuesta. (2 puntos)

12. Junio 1999. Una empresa se dedica a la producción de frascos de perfume y de agua de colonia a partir de tres factores productivos F_1 , F_2 y F_3 . Las unidades de dichos factores utilizadas en la producción de cada tipo de frasco se detallan en la siguiente tabla:

	Perfume	Agua de colonia
F_1	1	2
F_2	2	0
F_3	0	4

Sabiendo que el precio de venta de un frasco de perfume es de 5.000 pesetas, de uno de agua de colonia es de 2.000 pesetas y que la empresa dispone de 240 unidades de F_1 , 360 de F_2 y 440 de F_3 :

- a) Calcular el número de frascos de cada tipo que debe fabricar la empresa para maximizar sus beneficios. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (8 puntos)
 b) ¿Se consumen todas las existencias de F_1 , F_2 y F_3 en la producción de los frascos que maximiza los beneficios?. (2 puntos)

13. Septiembre 1999. Un veterinario aconseja a un granjero dedicado a la cría de aves una dieta mínima que consiste en 3 unidades de hierro y 4 unidades de vitaminas diarias. El granjero sabe que cada kilo de maíz proporciona 2,5 unidades de hierro y 1 de vitaminas y que cada kilo de pienso compuesto proporciona 1 de hierro y 2 de vitaminas. Sabiendo que el kilo de maíz vale 30 pesetas y el de pienso compuesto 52 pesetas, se pide:

- a) ¿Cuál es la composición de la dieta diaria que minimiza los costes del granjero?. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (7 puntos)
 b) ¿Cambiaría la solución del problema si por escasez en el mercado el granjero no pudiera disponer de más de 1 kilo diario de pienso compuesto?. Razonar la respuesta. (3 puntos)

14. Junio 2000. Un colegio prepara una excursión a la montaña para 114 alumnos. Para ello dispone de 8 vehículos de 6 plazas cada uno y otros 8 de 15 plazas, pero para el día de la excursión sólo dispone de 10 conductores. El viaje de ida y vuelta con un vehículo de 6 plazas cuesta 800 pesetas y con uno de 15 plazas 2100 pesetas. Calcular cuántos vehículos de cada tipo debe utilizar el colegio para que el coste del transporte sea mínimo. Explicar los pasos seguidos para obtener la solución. (10 puntos)

15. Septiembre 2000. Una empresa produce dos tipos de bolsos A y B. La producción de un bolso de tipo A requiere 3 unidades de materia prima y 5 horas de trabajo. Por otra parte, la producción de un bolso de tipo B requiere 2 unidades de materia prima y 4 horas de trabajo. La empresa en cuestión dispone cada día de 180 unidades de materia prima y 320 horas de trabajo. Sabiendo que cada bolso de tipo A produce un beneficio de 4 unidades monetarias, cada bolso de tipo B 3 unidades monetarias y que se vende todo lo que se produce, se pide:

- a) ¿Cuántos bolsos de cada tipo se han de producir diariamente para que el beneficio sea máximo?. Explicar los pasos seguidos para obtener la solución. (7 puntos)

b) Suponer que cambian los beneficios producidos por cada tipo de bolso, siendo el que produce uno de tipo A de 3 unidades monetarias y uno de tipo B de 2, ¿varía la solución del apartado a)?. En caso de que varíe, calcular la nueva solución del problema. (3 puntos)

16. Junio 2001. El tratamiento de cierta enfermedad requiere la administración de dos complejos vitamínicos, C_1 y C_2 . Cada semana es preciso consumir al menos 450 mg de C_1 y 200 mg de C_2 . Estos complejos se presentan en dos comprimidos diferentes: el comprimido de color rojo que cuesta 25 pesetas la unidad y que contiene 15 mg de C_1 y 25 mg de C_2 y el comprimido de color azul que también cuesta 25 pesetas la unidad y que contiene 28 mg de C_1 y 10 mg de C_2 . ¿Cuántos comprimidos de cada color debe tomar un individuo en una semana para que el coste del tratamiento sea mínimo?. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (10 puntos)

17. Junio 2002. Se considera la función $f(x, y) = x + 3y$, se pide:

a) Razonar si $f(x, y)$ alcanza un valor máximo y uno mínimo en el conjunto:

$$S = \{(x, y) / 2x + y \leq 4, x + 3y \leq 7, x \geq 0, y \geq 0\}$$

En caso afirmativo, calcular dichos valores y los puntos en los que se alcanzan. (6 puntos)

b) Razonar si $f(x, y)$ alcanza un valor máximo y uno mínimo en el conjunto:

$$T = \{(x, y) / 2x + y \geq 4, x + 3y \geq 7, x \geq 0, y \geq 0\}$$

En caso afirmativo, calcular dichos valores y los puntos en los que se alcanzan. (4 puntos)

18. Septiembre 2002. Una empresa se dedica a la producción de dos tipos de tejidos A y B utilizando como materias primas algodón, poliéster y seda. Se dispone de 60 unidades de algodón, de 35 de seda y de 80 de poliéster y se sabe que las unidades de cada materia prima necesarias para la producción de 1 rollo de cada tipo de tejido vienen dadas en la siguiente tabla

	algodón	poliéster	seda
A	1	2	0
B	3	2	1

a) Calcular el beneficio total máximo, sabiendo que el beneficio obtenido de un rollo del tejido A es de 50 euros y del B es de 70. Explicar los pasos seguidos para obtener la solución. (7 puntos)

b) ¿Se obtendría excedente de alguna materia prima?. En caso afirmativo, decir cuántas unidades. (2 puntos)

c) ¿Cambiaría la solución del apartado a) si al menos hubiera que producir 15 rollos del tejido A?. Razona la respuesta. (1 punto)

19. Junio 2003. Una empresa edita un libro en dos tipos de formato, “normal” y de “bolsillo”. De un ejemplar del primer formato se obtiene un beneficio de 5 unidades monetarias y de un ejemplar del segundo 3. La producción de un ejemplar normal requiere 8 unidades de materia prima y 4 unidades de tiempo y la de bolsillo 4 unidades de materia prima y 3 de tiempo, disponiendo para ello de 800 unidades de materia prima y 480 unidades de tiempo.

a) ¿Cuántos ejemplares de cada formato se han de editar para que el beneficio total sea máximo?. Explicar los pasos seguidos para obtener la solución. (8 puntos)

b) Si el beneficio de producir un ejemplar normal fuera de 4 unidades monetarias, ¿cambiaría la solución del apartado anterior?. Razonar la respuesta. (2 puntos)

20. Septiembre 2003. Sea T la región del plano determinada por las siguientes inecuaciones:

$$y - x - 1 \leq 0 \quad y + x - 4 \leq 0 \quad 2y \geq 3 - x$$

- a) Representar gráficamente la región T. (3 puntos)
- b) Se considera la función $f(x,y) = 2y + x$. Calcular, si existen, los puntos (x, y) que dan el valor máximo de $f(x,y)$ y los que dan el valor mínimo de $f(x,y)$ en T. (5 puntos)
- c) ¿Cuál sería la respuesta del apartado anterior si se agrega la desigualdad $y > 0$? (2 puntos)

21. Junio 2004. Se considera la función $f(x, y) = x - y$

- a) Representar el conjunto $A = \{(x, y) / 3x + y \geq 15, y - x \leq -5, 2x + 3y \leq 60, y \geq 0\}$ y calcular el valor máximo de $f(x, y)$ en A. ¿Alguna de las desigualdades que definen el conjunto A se podría eliminar de forma que siguiera siendo el mismo conjunto? (7 puntos)
- b) Decir si la función $f(x,y)$ alcanza valor máximo en el conjunto $B = \{(x, y) / 3x + y \leq 15, x - y \geq 5, x \geq 0\}$. En caso afirmativo, calcular dicho valor. (3 puntos)

22. Septiembre 2004. Un industrial comercializa botijos decorados y botijos sin decorar. El tiempo necesario para fabricar un botijo es de una hora y para decorarlo se necesita otra hora. El beneficio por botijo es de 10 euros si está decorado y de 6 euros si no lo está y se trabaja un máximo de 500 horas mensuales.

- a) Plantear y resolver un problema de programación lineal que permita calcular cuántos botijos de cada tipo se han de fabricar al mes para que el beneficio total sea máximo.

(5 puntos)

- b) ¿Cambiaría la solución del apartado anterior si no se desean fabricar más de 300 botijos sin decorar?. En caso afirmativo, calcularla. (3 puntos)
- c) Calcular la solución del apartado a) y decir en qué puntos se alcanza, si el beneficio por botijo no decorado es de 5 euros. (2 puntos)

23. Junio 2005. En un taller de joyería se fabrican collares con 50, 75 y 85 perlas y para ello se utilizan en su totalidad 17500 perlas y 240 cierres.

- a) ¿Cuántos collares de cada tamaño se han de fabricar si se desean tantos collares de tamaño mediano como la media aritmética del número de collares grandes y pequeños? (6 puntos)
- b) Sin tener en cuenta la condición del apartado anterior, ¿es posible fabricar el mismo número de collares de cada tamaño? (4 puntos)

24. Junio 2005. Sea T la región del plano determinada por las siguientes inecuaciones:

$$-2 \leq y ; y \leq 2x + 2 ; y + 2x \leq 6$$

- a) Representa gráficamente la región T (2 puntos)
- b) Se considera la función $f(x, y) = \frac{2x - y}{2}$. Calcule, si existen, los puntos (x, y) que dan el valor máximo de $f(x, y)$ y los que dan el valor mínimo de $f(x, y)$ en T. (3,5 puntos)
- c) Calcule las respuestas del apartado anterior si en T se cambia la desigualdad $y \leq 2x + 2$ por $x \geq 2$. (4,5 puntos)

25. Septiembre 2005. Un agricultor dispone de 9 hectáreas para sembrar dos productos A y B. Para el producto A desea destinar como mucho 8 hectáreas. Por cada hectárea sembrada con A y B se obtiene respectivamente un beneficio de 150 y 100 euros.

- a) Si se quiere que la superficie correspondiente a B no sea mayor que la mitad que ocupará A, plantee y resuelva un problema de programación lineal que permita averiguar el número de hectáreas que se han de dedicar a cada producto para maximizar el beneficio total. (6 puntos)
- b) ¿Cuál es la solución si el beneficio por hectárea es de 125 euros independientemente de que esté sembrada con A o con B y no se tiene en cuenta la restricción del apartado a)? (4 puntos)

SOLUCIONES

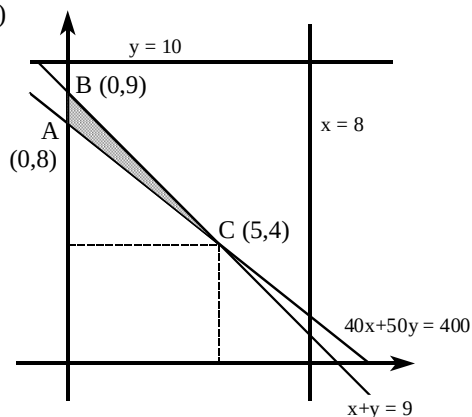
1. Junio 94.

a) Restricciones:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 8 \\ y \leq 10 \\ x + y \leq 9 \\ 40x + 50y \geq 400 \end{cases}$$

Función objetivo: $F(x,y) = 6000x + 8000y$

b)



c) Solución: 5 autobuses de 40 plazas y 4 de 50 plazas.

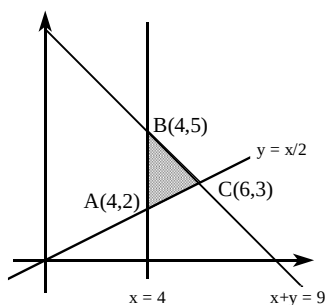
2. Septiembre 94.

a) Restricciones:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ x \geq 4 \\ y \geq \frac{x}{2} \end{cases}$$

Función objetivo: $F(x,y) = 3000x + 2000y$

b)



c) Solución: 6 toneladas de A y 3 toneladas de B.

3. Junio 95.

a) 30 instrumentos de cuerda y 20 de viento.

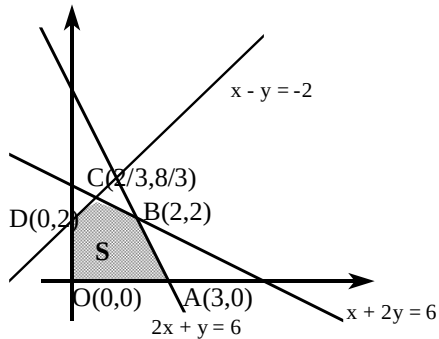
b) 30 instrumentos de cada tipo.

c) La región factible es abierta. Los beneficios podrían ser tan grandes como quisiéramos.

4. Junio 95.

a) Solución factible es cualquiera que cumpla las restricciones y, por tanto, pertenezca a la región factible. La solución óptima es la que, entre las factibles, maximice o minimice (según proceda) la función objetivo.

b₁)



b₂) Mínima: $x = 0, y = 0$. Máxima: $x = 2, y = 2$

b₃) Mínima: cualquier punto del lado BC.

Máxima: $x = 0, y = 0$

5. Septiembre 95.

a) 120 vuelos el A y 80 el B.

b) Se puede eliminar la restricción correspondiente a los 180 vuelos como máximo que debe hacer el avión B.

c) 30 vuelos cada tipo de avión.

6. Junio 96.

a) 100 del tipo A y 200 del B. Beneficio: 800.000 ptas.

b) Sólo sobran 25 kg. de lana roja.

7. Septiembre

96.

a) Restricciones:

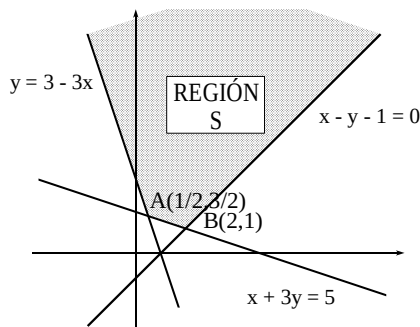
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \geq 4 \\ x + 3y \geq 6 \\ x + 2y \geq 5 \end{cases}$$

Función objetivo: $F(x, y) = 100x + 240y$

b) Solución: 3 unidades de A y 1 unidad de B.

8. Junio 97.

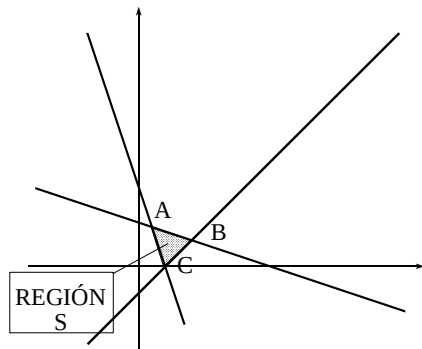
a)



b) No existen valores que hagan máxima la función $f(x, y)$.

Los valores que hacen mínima la función $f(x, y)$ son las coordenadas de los puntos del segmento AB.

c) Al cambiar la tercera inecuación, cambia la región S:



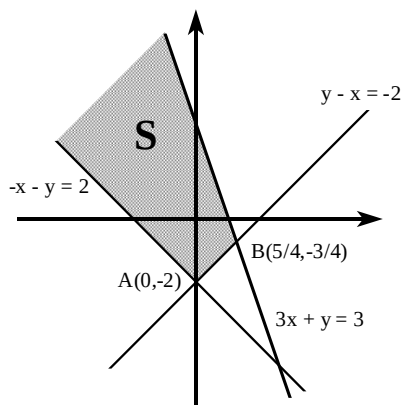
Ahora, los valores que hacen máxima la función $f(x,y)$ son los puntos del segmento AB.
 Los valores que hacen mínima la función $f(x,y)$ son las coordenadas de C: $x = 1$, $y = 0$.

9. Septiembre 97.

- a) 17 unidades de queso y 6 unidades de mantequilla.
- b) Nueva solución: 13 unidades de queso y 9 de mantequilla.

10. Junio 98.

a)



- b) Máximo: $(5/4, -3/4)$. Mínimo: No tiene.
- c) Máximo: No tiene. Mínimo: $(5/4, -3/4)$

11. Septiembre 98.

- a) 0 horas la factoría F_1 y 20 horas la F_2 . 140.000 ptas. por hora.
- b) No cambia la solución.

12. Junio 99.

- a) 180 frascos de perfume y 30 de agua de colonia.
- b) Sobran 320 unidades de F_3

13. Septiembre 99.

- a) Medio kilo de maíz y un kilo y tres cuartos de pienso.
- b) Sí cambiaría: dos kilos de maíz y un kilo de pienso.

14. Junio 00.

4 vehículos de seis plazas y 6 de quince plazas.

15. Septiembre 00.

- a) 40 bolsos del tipo A y 30 del tipo B.
- b) Las soluciones son múltiples: del tipo A hay que producir un mínimo de 40 bolsos y los del tipo B deben verificar: $3A + 2B = 180$.

16. Junio 01.

2 comprimidos rojos y 15 azules.

17. Junio 02.

- a) Máximo: $\left(0, \frac{7}{3}\right)$ y $(1, 2)$; mínimo: $(0, 0)$
 b) Máximo: no hay ; mínimo: $(1, 2)$ y $(7, 0)$

18. Septiembre 02.

- a) El beneficio máximo es de 2200 € y se obtiene al producir 30 rollos del tejido A y 10 del B.
 b) Sobran 25 unidades de seda.
 c) No cambia.

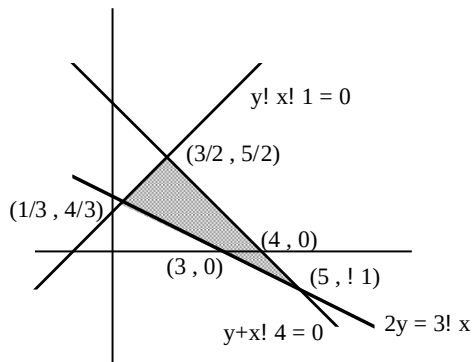
19. Junio 03.

- a) edición normal = 60 , de bolsillo = 80
 b) La solución es cualquier punto de la recta

$$y = -\frac{4}{3}x + 160$$

20. Septiembre 03.

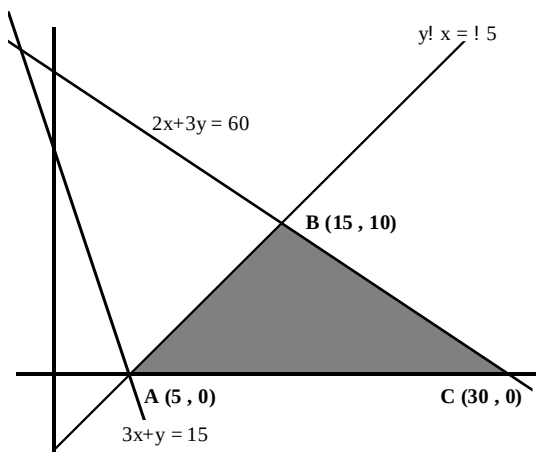
a)



- b) máximo: $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$; mínimo: cualquier punto del segmento de extremos $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ y $(5, -1)$
 c) máximo: $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$; mínimo: cualquier punto del segmento de extremos $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ y $(3, 0)$

21. Junio 04.

a)



- Máximo: $(30, 0)$. Sí, se puede eliminar $3x + y \leq 15$
 b) No alcanza un valor máximo. La región factible es abierta.

22. Septiembre 04.

a) Función objetivo: $f(x, y) = 10x + 6y$

Restricciones:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 500 \end{cases}$$

Deben fabricarse 500 botijos sin decorar.

b) Sí cambia: 100 botijos decorados y 300 sin decorar.

c) Cualquier punto de coordenadas enteras del segmento de extremos $(250, 0)$ y $(0, 500)$

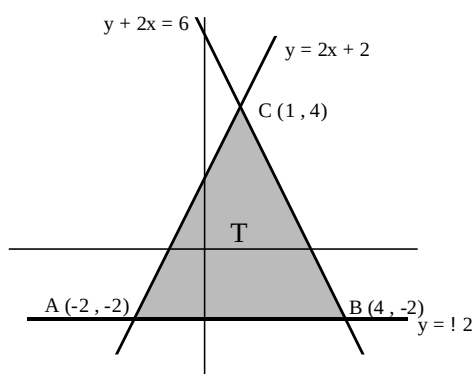
23. Junio 2005.

a) 60 collares de 50 perlas, 80 de 75 y 100 de 85 perlas.

b) No.

24. Junio 2005.

a)

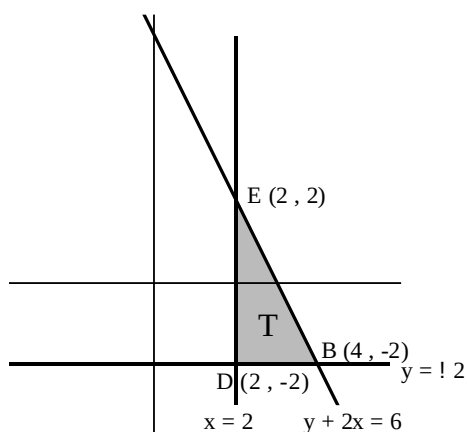


b) El máximo se alcanza en el punto $B(4, -2)$ y el mínimo en cualquier punto del segmento AC.

c) Ahora

la región T es:

El
mínimo



25.

a) 8

b) Las
de

máximo se alcanza en el punto $B(4, -2)$ y el
en el $E(2, 2)$

Septiembre 05.

hectáreas al producto A y 1 hectárea al B.
coordenadas de cualquier punto del segmento
extremos $(0, 9)$ y $(8, 1)$.

Links d'interès

Sèrie "Matemàtiques curriculars":

Àlgebra Lineal 2n Batxillerat:

<http://www.toomates.net/biblioteca/AlgebraLineal.pdf>

Geometria Lineal 2n Batxillerat:

<http://www.toomates.net/biblioteca/GeometriaLineal.pdf>

Càlcul infinitesimal 2n Batxillerat:

<http://www.toomates.net/biblioteca/Calcul.pdf>

Programació Lineal 2n Batxillerat:

<http://www.toomates.net/biblioteca/ProgramacioLineal.pdf>

Compendium PAU TEC: Totes les Proves de la Selectivitat de Catalunya 1998-2019

<http://www.toomates.net/biblioteca/Pautec.pdf>

Compendium PAU CCSS: Totes les Proves de la Selectivitat de Catalunya 1998-2019

<http://www.toomates.net/biblioteca/Pauccss.pdf>

Àlgebra 1r Batxillerat:

<http://www.toomates.net/biblioteca/Algebra1bat.pdf>

Àlgebra 4t ESO:

<http://www.toomates.net/biblioteca/Algebra4eso.pdf>

Altres links interessants:

Recull de Proves PAU Extremadura 2000-2017:

http://www.vicentegonzalezvalle.es/documentos/Examenes_selectividad_A4.pdf

