Possible solució a les activitats d'avaluació unitat 1 "Nombres reals".

1. **Expresseu de forma exacta i aproximada:**
   - **El radi d'una esfera de 27 cm³ de volum.**

     En general:

     $$Volum\ d'una\ esfera = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot radi^3$$

     En el nostre cas:

     $$27\,cm^3 = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$

     Aïllant el radi:

     $$\frac{27\cdot 3}{4\cdot\pi} = r^3$$

     Calculant:

     $$r^3 = \frac{81}{4\cdot\pi}$$

     Traient arrel cúbica als dos costats de la igualtat:

     $r = \sqrt[3]{\frac{81}{4\cdot\pi}} = 3\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}\,cm$ Resultat exacte.

     Si calculem de forma aproximada:

     $$r \approx 1{,}86\,cm$$

   - **La hipotenusa d'un triangle rectangle en què un dels catets mesura el doble que l'altre.**

     Segons el teorema de Pitàgores:

     $$Hipotenusa^2 = Catet\,1^2 + Catet\,2^2$$

     En el nostre cas:

     $$h^2 = c^2 + (2c)^2$$

     Calculant:

     $$h^2 = c^2 + 4c^2 = 5c^2$$

     Traient arrels quadrades als dos costats de la igualtat:

     $h = \sqrt{5c^2} = \sqrt{5}\cdot\sqrt{c^2} = \sqrt{5}\,c$ Resultat exacte.

     Si calculem de forma aproximada:

     $$h \approx 2{,}24\,c$$

2. **Expresseu en forma d'una sola arrel:**
   - $\sqrt[7]{a}\cdot\sqrt[7]{b^2}$

     Producte d'arrels amb el mateix índex és l'arrel del producte:

     $$\sqrt[7]{a\cdot b^2}$$

   - $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y^2}}$

     Quocient d'arrels de diferent índex. Igualem els índexs i ajustem les potències a dins de les arrels. Nou índex m.c.m dels índexs:

     $$\frac{\sqrt[6]{x^3}}{\sqrt[6]{y^4}}$$

     Quocient d'arrels del mateix índex és l'arrel del quocient:

     $$\sqrt[6]{\frac{x^3}{y^4}}$$

   - $\left(p^4\sqrt{p^3}\right)^5$

     Introduint a l'arrel el factor p:

     $$\left(\sqrt{p^8\cdot p^3}\right)^5$$

Producte de potències de la mateixa base:
$(\sqrt{p^{11}})^5$
Ficant la potència 5 a dins de l'arrel:
$\sqrt{p^{55}}$

- $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{3}$
Producte d'arrels de diferent índex. Igualem els índexs i ajustem les potències a dins de les arrels. Nou índex m.c.m dels índexs:
$\sqrt[12]{2^4}\cdot\sqrt[12]{3^3}$
Producte d'arrels amb el mateix índex és l'arrel del producte:
$\sqrt[12]{2^4\cdot 3^3}$
Calculant:
$\sqrt[12]{432}$

3. **Expresseu en forma d'una sola potència:**
- $a^2\cdot\sqrt[3]{a}$
Expressant els dos termes en forma de potència:
$a^2\cdot a^{\frac{1}{3}}$
Producte de potències amb la mateixa base:
$a^{2+\frac{1}{3}}=a^{\frac{7}{3}}$
- $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$
Expressant les arrels en forma de potència:
$(2\cdot(2\cdot 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$
Producte de potències amb la mateixa base:
$(2\cdot(2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$
Potència de potència:
$(2\cdot(2^{\frac{3}{4}}))^{\frac{1}{2}}$
Producte de potències amb la mateixa base:
$(2^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}}$
Potència de potència:
$2^{\frac{7}{8}}$
- $(\sqrt[3]{b^2})^2$
Expressant l'arrel en forma de potència:
$((b^2)^{\frac{1}{3}})^2$
Potència de potència:
$b^{\frac{4}{3}}$
- $\dfrac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt{x}}$
Expressant l'arrel en forma de potència:
$\dfrac{x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{1}{2}}}$
Quocient de potències amb la mateixa base:

$$x^{\frac{-1}{10}}$$

4. **Calculeu i expresseu de la manera més senzilla possible:**
   - $(3\sqrt{2}+7\sqrt{3})\cdot(3\sqrt{2}-7\sqrt{3})$

     Fent el producte:

     $9\cdot 2-21\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+21\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}-49\cdot 3=18-147=-129$
   - $3\sqrt{75}-\sqrt{300}+\frac{1}{2}\sqrt{72}$

     Descomposant els termes dins de les arrels:

     $3\sqrt{5^2\cdot 3}-\sqrt{10^2\cdot 3}+\frac{1}{2}\sqrt{2^3\cdot 3^2}$

     Traient factors:

     $3\cdot 5\cdot\sqrt{3}-10\cdot\sqrt{3}+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\sqrt{2}=15\sqrt{3}-10\sqrt{3}+3\sqrt{2}=5\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

5. **Calculeu, racionalitzant prèviament les expressions fraccionàries:**
   - $\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}-\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

     Factoritzant:

     $\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}\cdot\frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}-\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}\cdot\frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$

     Fent els productes:

     $\frac{9+3\cdot\sqrt{3}+3\cdot\sqrt{3}+3}{9-3}-\frac{9-3\cdot\sqrt{3}-3\cdot\sqrt{3}+3}{9-3}=\frac{12+6\cdot\sqrt{3}}{6}-\frac{12-6\cdot\sqrt{3}}{6}=\frac{12\cdot\sqrt{3}}{6}=2\cdot\sqrt{3}$
   - $\sqrt{2}\cdot(\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{3}{\sqrt{32}})$

     Factoritzant:

     $\sqrt{2}\cdot(\frac{1}{\sqrt{8}}\cdot\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}}+\frac{3}{\sqrt{32}}\cdot\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{32}})$

     Fent els productes:

     $\sqrt{2}\cdot(\frac{\sqrt{8}}{8}+\frac{3\cdot\sqrt{32}}{32})$

     Traient factors de les arrels:

     $\sqrt{2}\cdot(\frac{2\cdot\sqrt{2}}{8}+\frac{3\cdot 4\cdot\sqrt{2}}{32})$

     Fent denominador comú:

     $\sqrt{2}\cdot(\frac{8\sqrt{2}}{32}+\frac{12\sqrt{2}}{32})=\sqrt{2}\cdot(\frac{20\sqrt{2}}{32})=\frac{20\cdot 2}{32}=\frac{5}{4}$

6. **Resoleu les següents inequacions:**
   - $3x-1\geq 2x+3$

     Convertim en equació, resolem i trobem valor frontera:

     $3x-1=2x+3\,;\,x=4$

     Provem amb un valor d'x si és solució (x=0 p.e.):

     $3\cdot 0-1\geq 2\cdot 0+3\,;-1\geq 3\,;\,Fals\rightarrow x=0\,no\,és\,solució$

     Solució:

     $x\geq 4$
   - $2x+3\leq\frac{x+6}{2}$

     Convertim en equació, resolem i trobem valor frontera:

Possible solució a les activitats d'avaluació unitat 1 “Nombres reals”.

$$2x+3=\frac{x+6}{2}\,;\, x=0$$

Provem amb un valor d'x si és solució (x=1 p.e.):

$$2\cdot 1+3\leq\frac{1+6}{2}\,;\, 5\leq\frac{7}{2}\,;\, Fals\rightarrow x=1\; no\; és\; solució$$

Solució:

$$x\leq 0$$