

Tema 6

Ecuaciones, Sistemas de ecuaciones e Inecuaciones

- Ecuaciones de grado dos, tres y cuatro.
- Sistemas lineales de dos, tres y cuatro ecuaciones con dos, tres y cuatro incógnitas, respectivamente.
- Inecuaciones.

ECUACIONES DE GRADO DOS, TRES Y CUATRO

¿Sabías que...

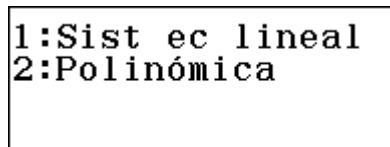
Aunque existen evidencias de que ya los babilonios, sobre el año 1600 antes de Cristo, podían resolver las ecuaciones de segundo grado a pesar de no contar con herramientas algebraicas, no fue hasta el siglo XII cuando el matemático hindú Baskhara expresó la fórmula de resolución tal y como la conocemos actualmente.

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

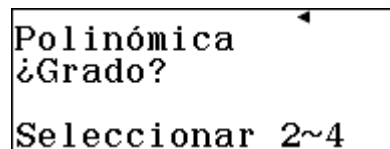
La calculadora **CASIO FX 570-SPX** resuelve de forma sencilla las ecuaciones de segundo grado. Para resolverlas accederemos al **Menú A: Ecuación/Func**



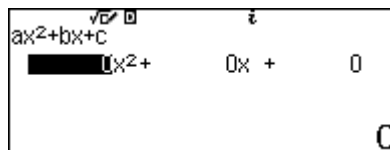
Dentro de este menú, elegimos la opción **2: Polinómica**, tal y como se indica en la figura.



Ahora seleccionamos el grado 2 pues vamos a resolver una ecuación de segundo grado



E introducimos los coeficientes a, b y c de nuestra ecuación de 2º grado.



Cada vez que introduzcamos un valor, pulsaremos la tecla del igual para que quede registrado. Una vez terminados de introducir, volvemos a pulsar el igual para obtener la primera solución. Pulsando de nuevo la tecla igual, tendremos la segunda.

EJEMPLO 1

Resuelve la ecuación $x^2+x-2=0$

Los coeficientes son $a=1$, $b=1$ y $c=-2$.

The image shows three screens from the CLASSWIZ calculator. The top screen displays the quadratic equation template ax^2+bx+c with the coefficients entered as $1x^2+$, $1x$, and -2 . Below this are two screens showing the solutions: $X_1 = 1$ and $X_2 = -2$.

En el caso de que las soluciones no sean enteras, la calculadora ofrecerá soluciones complejas. Al pulsar la tecla $\boxed{=}$ obtenemos otra vez la pantalla para introducir los siguientes coeficientes

Si queremos cambiar el tipo de ecuación debemos pulsar $\boxed{OPTN}$

EJEMPLO 2

Resuelve la ecuación $x^2+x+2=0$

Introduciendo los valores $a=1$, $b=1$ y $c=2$ tenemos las soluciones:

The image shows three screens from the CLASSWIZ calculator. The top screen displays the quadratic equation template ax^2+bx+c with the coefficients entered as $1x^2+$, $1x$, and 2 . Below this are two screens showing the solutions: $X_1 = \frac{-1+\sqrt{7}i}{2}$ and $X_2 = \frac{-1-\sqrt{7}i}{2}$.

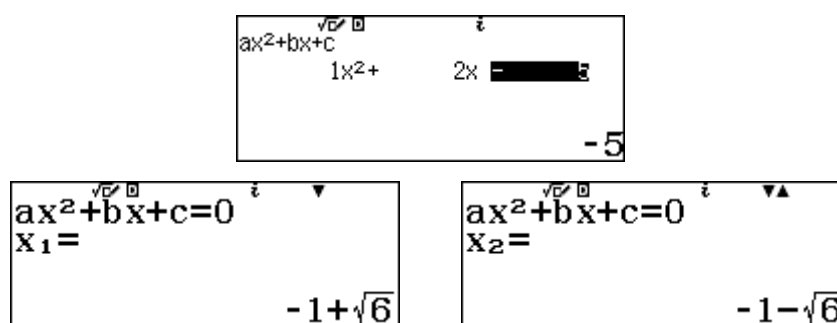
Si la ecuación no estuviera previamente estandarizada, habría que simplificarla para obtener los coeficientes a, b y c.

EJEMPLO 3

Resuelve la ecuación $3(x+x^2)-2x=5-x$

Simplificamos paso a paso, eliminando paréntesis y dejándolo todo en un lado de la ecuación: $3x+x^2-2x-5+x=0$

Agrupamos y ordenamos: $x^2+2x-5=0$, y ya estamos en disposición de resolver.



The image shows three screenshots of the CLASSWIZ calculator interface for solving a quadratic equation. The top screenshot shows the equation ax^2+bx+c with $a=1$, $b=2$, and $c=-5$. The bottom left screenshot shows the first root $x_1 = -1 + \sqrt{6}$. The bottom right screenshot shows the second root $x_2 = -1 - \sqrt{6}$.

ECUACIONES DE TERCER GRADO O CUARTO GRADO

¿Sabías que...

En la Italia renacentista del s. XVI, los matemáticos Del Ferro, Tartaglia y Cardano compitieron por hallar lo que eminentes matemáticos que los habían precedido no pudieron conseguir sino parcialmente: dar una fórmula general para resolver las ecuaciones de tercer grado.

La obtención de esta fórmula supuso una gran disputa entre estos matemáticos, que investigaron e intrigaron a partes iguales con tal de conseguir la gloria.

Finalmente fue Cardano quien publicó primero en su obra *Ars Magna*, aunque Tartaglia lo denunció en varias ocasiones porque afirmaba que le había confiado su hallazgo tiempo atrás.

En el mismo menú, encontraremos la opción de resolver ecuaciones de grado tres o cuatro

La forma de proceder es similar a la de las ecuaciones de grado 2, y no merece la pena insistir en ello. No debemos olvidar que la calculadora reconoce como forma estándar la ecuación simplificada, ordenada e igualada a cero que se muestra en el mismo menú.

EJEMPLO 4

Resuelve la ecuación $x^3 - 1 = 0$

Los coeficientes serán $a=1$, $b=0$, $c=0$ y $d=-1$, obteniéndose una sola solución real y dos complejas.

ax^3+bx^2+cx+d $1x^3+ 0x^2+ 0x$ -1	$ax^3+bx^2+cx+d=0$ $x_1=$
$ax^3+bx^2+cx+d=0$ $x_2=$ $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$	$ax^3+bx^2+cx+d=0$ $x_3=$ $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

Queda ya al criterio del profesor hacer que el alumno interprete dichas soluciones.

EJEMPLO 5

Resuelve la ecuación $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Los coeficientes ahora serán $a=1$, $b=0$, $c=-13$, $d=0$ y $e=36$

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $1x^4+ 0x^3- 13x^2$ $+ 0x + 36$	$ax^4+bx^3+\dots+e=0$ $x_1=$
$ax^4+bx^3+\dots+e=0$ $x_2=$	$ax^4+bx^3+\dots+e=0$ $x_3=$
$ax^4+bx^3+\dots+e=0$ $x_4=$	

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

¿Sabías que...

En una tablilla babilónica, aparece un problema como este:

$\frac{1}{4}$ de anchura + longitud = 7 manos

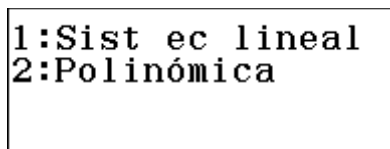
Anchura + longitud = 10 manos

Su forma de resolución era muy básica y consistía en pre-asignar un valor concreto a una de las medidas.

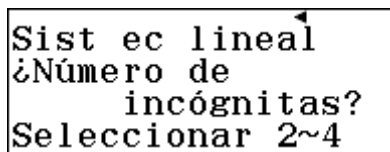
De nuevo dentro del menú A: Ecuación/Func



Pulsamos **1: Sist ec lineal** para entrar en el modo de resolución de sistemas de ecuaciones



La calculadora nos pedirá que introduzcamos el número de incógnitas 2, 3 o 4.



Y después habrá que introducir los coeficientes de las ecuaciones y los términos independientes.

Debemos emplear la expresión habitual de un sistema, es decir, aquella en que las ecuaciones vienen de la forma $ax+by=c$

Al pulsar la tecla $\boxed{\equiv}$ obtenemos otra vez la pantalla para introducir los coeficientes del siguiente sistema

Si queremos cambiar el tipo de ecuación debemos pulsar $\boxed{\text{OPTN}}$

EJEMPLO 6

Resuelve el sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x - 5y = -3 \end{cases}$$

Tras entrar en el modo indicado arriba nos encontraremos con esto:

En los huecos introduciremos los coeficientes $a=2$, $b=3$ y $c=4$, en la primera fila, y $a_1=4$, $b_1=-5$ y $c_1=-3$ en la segunda fila, obteniendo las soluciones:

EJEMPLO 7

Resuelve el sistema

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 5 \\ -2x + y + 2z = 0 \\ x - 5y + z = -11 \end{cases}$$

Elegimos ahora 3 incógnitas e introducimos los coeficientes

Sist ec lineal
¿Número de
incógnitas?
Seleccionar 2~4

+	2y -	1z =	5
+	1y +	2z =	0
-	5y +	1z =	-11
			-11

Una vez introducidos los coeficientes, la solución del sistema es:

x=

y=

z=

En caso de que el sistema de ecuaciones sea compatible indeterminado (infinitas soluciones) la calculadora devolverá un mensaje como el siguiente

Infin soluciones

o bien incompatible (sin solución), el mensaje será:

Sin solución

EJEMPLO 8

Resuelve el sistema

$$\begin{cases} 2x - 3y + z + 4t = 0 \\ 3x + y - 5z - 3t = -10 \\ 6x + 2y - 1z + 1t = -3 \\ 1x + 5y + 4z - 3t = -6 \end{cases}$$

Elegimos 4 incógnitas e introducimos los coeficientes

2x -	3y +	1z
3x +	1y -	5z
6x +	2y -	1z
1x +	5y +	4z

+	1z +	4t =	0
-	5z -	3t =	10
-	1z +	1t =	3
+	4z -	3t =	-6

$x =$ -3	$y =$ 4
$z =$ -2	$t =$ 5

INECUACIONES

Para poder resolver inecuaciones tendremos que entrar en el **Menú B:**
Inecuación



A continuación nos preguntará por el grado de la inecuación que podrá ser 2, 3 o 4 con una incógnita

Polinomio
¿Grado?

Seleccionar 2~4

Una vez indicado el grado debemos decirle de que tipo de inecuación se trata. Por ejemplo si elegimos grado 2 nos aparecerá la siguiente pantalla

1: $ax^2+bx+c>0$

2: $ax^2+bx+c<0$

3: $ax^2+bx+c\geq 0$

4: $ax^2+bx+c\leq 0$

Las inecuaciones deben ser de la forma dada en el gráfico anterior, si no está así debemos realizar las operaciones oportunas hasta obtener dichas formas.

EJEMPLO 9

Resuelve la siguiente inecuación $x^2 - 14x + 13 > 0$

Introducimos los coeficientes $a=1$, $b=-14$ y $c=13$, y pulsamos $\boxed{=}$

Ya solo nos queda interpretar el resultado

Al pulsar la tecla $\boxed{=}$ obtenemos otra vez la pantalla para introducir los coeficientes de otra inecuación del mismo tipo o si queremos cambiar el tipo de inecuación debemos pulsar $\boxed{OPTN}$

EJEMPLO 10

Resuelve la siguiente inecuación $x^3 - x^2 - 6x \leq 0$

Introducimos los coeficientes $a=1$, $b=-1$, $c=-6$ y $d=0$, y pulsamos $\boxed{=}$

ACTIVIDADES

- Encuentra las soluciones y factoriza la ecuación: $x^2 - 5x + 6 = 0$
- Mi edad dentro de 11 años será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Qué edad tengo?
- Halla un número entero que verifica que éste y su inverso suman $50/7$. (Plantea para ello una ecuación y resuélvela).
- Resuelve la ecuación: $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$
- Halla las soluciones de la ecuación: $x^3 - 4x^2 - 31x - 70 = 0$
- Resuelve: $2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6 = 0$
- Tenemos dos tipos de cereales: trigo y cebada. Cada bolsa de trigo cuesta 4 €, y la de cebada 2 €. Si hemos comprado 100 bolsas en total, gastando 230 euros, ¿Cuántas bolsas de cada tipo he comprado?

$$2x + 3y - z = 8$$

8. Resuelve: $x - y + 2z = 0$

$$3x + y - 2z = -3$$

9. Resuelve:
$$\left. \begin{array}{l} 4x + 12y + 6z + 8t = -8 \\ -8x - 6y - 9z + 6t = -3 \\ 6x + 5y - 4z + 5t = -13 \\ -10x + 5y + 3z + 6t = -14 \end{array} \right\}$$

10. Encuentra el punto de corte de las siguientes rectas: $y = 2x - 1$; $y = -x$

11. Utiliza la calculadora para encontrar el punto de corte de las rectas $y = 3x + 2$; $y = 3x - 5$. Interpreta el mensaje dado por la calculadora.

12. Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10, y que si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

13. Por un pantalón y unos zapatos he pagado 126 euros. Si el precio del pantalón se incrementara un 14%, entonces sería el 75% del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?

14. Un cliente paga 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón y 12 l de aceite. ¿Cuál es el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche, y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche?

15. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2 + x - 6 > 0$

b) $x^3 + x^2 - 10x + 8 \geq 0$

c) $4x^2 - 16 \leq 0$

d) $x^4 + 12x^3 - 64x^2 < 0$