

IV. Estadística i probabilitat

12. Estadística

13. Paràmetres estadístics

14. Atzar i probabilitat





“És una veritat molt certa que, quan no tenim a l'abast determinar allò que és veritat, haurem de seguir allò que és més probable”

Bertrand Russell (1872-1970).
Filòsof i matemàtic britànic



12 Estadística

L'Estadística s'ocupa de recollir, resumir, representar i analitzar les dades obtingudes d'un conjunt de persones o coses, amb la finalitat de trobar les relacions que hi ha entre elles i extreure'n conclusions de tipus pràctic.



Els sondeigs electorals són cada cop més freqüents.



Les enquestes són un mitjà usual d'obtenció de dades estadístiques.

1. Població i mostra

S'anomena **població** qualsevol conjunt de persones o coses sobre el qual es vol fer un estudi o investigació estadística.

S'anomena **individu** cadascun dels elements de la població sobre la qual es fa l'estudi estadístic.

Quan la població és molt gran o és impossible d'analitzar cadascun del seus individus, se'n fa l'estudi sobre una part, anomenada **mostra**.

Perquè una mostra sigui **representativa**, cal que:

- Cada un dels membres de la població tingui les mateixes possibilitats de ser elegit.
- La mida sigui adequada: si és massa petita no representarà les característiques de la població i si és massa gran, no hauria estat necessari prendre-la.

EXEMPLES

- Es vol fer un estudi sobre els hàbits de consum d'aliments dels alumnes d'un centre escolar. El conjunt de tots els alumnes del centre és la població. Cada un dels alumnes és un individu.

Si el centre escolar té un nombre molt gran d'alumnes, se'n pot triar una part per fer l'estudi. El conjunt d'alumnes que se selecciona és una mostra.

- En una fàbrica de bombetes es vol esbrinar la durada mitjana, en hores, d'un dels tipus de bombetes que produeix. El conjunt d'aquestes bombetes és la població de l'estudi estadístic. Cadascuna de les bombetes és un individu de la població.

No es poden provar totes les bombetes fins que es fonguin, i per això cal provar-ne només una part, que formen una mostra.

1.1 Tècniques de mostratge

L'operació de seleccionar una mostra d'una població s'anomena **mostratge**. Segons el procediment seguit per extreure la mostra, es distingeixen diferents tipus de mostratge.

Mostratge no aleatori o arbitrari

El mostratge és d'aquest tipus si els individus de la població que formaran part de la mostra són seleccionats per un expert. Això estalvia temps i diners, però no garanteix que tots els individus de la població tinguin la mateixa probabilitat de ser seleccionats i posa en dubte la representativitat de la mostra.

Tingues-ho en compte

En un estudi estadístic es fan servir mostres en lloc d'estudiar el total de la població per alguna d'aquestes raons:

- Els recursos econòmics per fer l'estudi són limitats.
- La prova és destructiva.
- No es pot disposar de les dades de tota la població.

Mostratge probabilístic

El mostratge és probabilístic si es pot calcular la probabilitat que un individu de la població sigui seleccionat per a la mostra. Els mostratges probabilístics es classifiquen en:

- **Mostratge sense reposició**, si cada individu seleccionat es descarta per a la selecció següent.
- **Mostratge amb reposició**, si cada individu seleccionat no es descarta per a la selecció següent.

Si la població és molt gran, encara que no es descartin els individus seleccionats per a la selecció següent, el mostratge es pot considerar sense reposició.

Per seleccionar els elements d'una mostra probabilística acostuma a ser pràctic fer servir **nombres aleatoris** donats per taules, calculadores o bé ordinadors.

Mostratge estratificat proporcional

Aquesta tècnica de mostratge s'aplica quan la població es divideix prèviament en grups o **estrats** homogenis (edat, sexe, ingressos...) respecte de la característica que es vol investigar.

Una vegada triada la mida de la mostra, el nombre d'individus de cada estrat que se selecciona per formar la mostra ha de ser directament proporcional al nombre d'individus que té cada estrat respecte del total de la població.

EXEMPLE

L'ajuntament d'un poble de 2400 habitants vol elegir una mostra de 120 individus per fer una enquesta sobre aficions esportives. Sabent que a la població hi ha 1100 homes i 1300 dones, quants individus de cada sexe hauran de ser elegits per a la mostra?

Es tracta d'un mostratge estratificat proporcional en què la població s'ha dividit en dos estrats: homes i dones.

Per conèixer el nombre d'homes que ha de formar part de la mostra, resollem aquesta proporció:

$$\frac{1100}{2400} = \frac{x}{120} \Rightarrow x = \frac{1100 \cdot 120}{2400} = 55 \text{ homes}$$

Per conèixer el nombre de dones que ha de formar part de la mostra, resollem aquesta proporció:

$$\frac{1300}{2400} = \frac{x}{120} \Rightarrow x = \frac{1300 \cdot 120}{2400} = 65 \text{ dones}$$

Per tant, si volem elegir una mostra de 120 individus, hem de seleccionar 55 homes i 65 dones.



RECURSOS TIC

Molts programes informàtics tenen una instrucció per generar nombres aleatoris.

A WIRIS, la instrucció **aleatori** permet obtenir nombres aleatoris. Així, per exemple, si volem generar un nombre aleatori entre 1 i 6 escrivim:

aleatori (1,6)

i fem clic sobre

Per obtenir una llista de 10 nombres aleatoris escrivim:

{aleatori (1,6) amb i en 1..10}

i fem clic sobre

ACTIVITATS

1. Posa exemples d'estudis estadístics en els quals s'hagi de triar una mostra i indica'n la raó.

2. Una fàbrica produeix un milió de bombetes a l'any, de les quals 600000 són del tipus A, 250000 del tipus B i 150000 del tipus C.

Per analitzar-ne la durada mitjana, es vol triar una mostra de 1500 bombetes de manera proporcional a la composició de la producció. Quantes bombetes s'han de triar de cada tipus?

2. Variables estadístiques

Cada una de les característiques que s'estudien en una població rep el nom de **variable estadística**.

Quan ja s'han triat les variables que s'estudiaran, cal precisar tots els valors que pot prendre cadascuna.

Els valors d'una variable estadística han de ser excloents entre si, de manera que a un individu qualsevol de la població només li pugui correspondre un valor de la variable.

2.1 Tipus de variables estadístiques

Les variables estadístiques es classifiquen en *qualitatives* i *quantitatives*.

- Les **variables qualitatives** són les que no prenen valors numèrics. Aquestes variables també s'anomenen **atributs**. Els valors que pren una variable qualitativa s'anomenen **modalitats**.

Per exemple, la variable sexe és qualitativa, ja que els seus valors, home o dona, no són numèrics. El color dels cabells, el signe del Zodíac, el lloc de naixement, la professió, etc., d'una persona també són variables qualitatives o atributs.

- Les **variables quantitatives** són les que prenen valors numèrics. Les variables quantitatives poden ser **discretes** o **contínues**.

Una **variable quantitativa discreta** és la que pren valors aïllats.

Per exemple, la variable nombre de portes d'un automòbil és discreta, perquè només pot prendre uns quants valors enters positius.

Una **variable quantitativa contínua** és la que pot prendre qualsevol dels infinits valors entre dos valors donats.

Per exemple, el pes o l'alçada d'una persona, són variables quantitatives contínues.

Etimologia

La paraula **estadística** té el mateix origen que la paraula **estat**, tant en el seu sentit corrent de "situació" com en el seu sentit polític de "país".

Aquesta coincidència no és casual, perquè històricament l'estadística s'ha entès com la descripció de la situació d'un país, és a dir, de les seves característiques naturals i socials.

Estadística bidimensional

L'estadística bidimensional té com a objectiu analitzar les relacions entre dues variables quantitatives d'una mateixa població, per exemple, el pes i l'alçada d'un grup de persones.

ACTIVITATS

3. Digueu quines d'aquestes variables són qualitatives i quines són quantitatives:

- a) Nombre de persones que travessen al dia un pas de vianants.
- b) Estat civil dels socis d'un club esportiu.
- c) Pes dels cargols produïts en una fàbrica.
- d) Refresc preferit pels alumnes d'una classe.

4. Quines d'aquestes variables quantitatives són discretes i quines contínues?

- a) Alumnes matriculats cada any en un Institut.
- b) Velocitat d'una bicicleta en kilòmetres per hora.
- c) Nombre de consoles de jocs venudes al mes en una botiga.
- d) Litres de pluja que cauen a l'any en una ciutat.

3. Etapes d'una investigació estadística

Qualsevol treball d'investigació estadística es desenvolupa seguint una sèrie d'etapes. A la taula següent pots veure quines són aquestes etapes, en general i en un cas particular, una investigació estadística sobre els resultats acadèmics dels alumnes d'una classe en l'última avaluació del curs escolar.

etapa	descripció	exemple
1	Determinar la finalitat del treball, és a dir, què es vol investigar i en quina població, i decidir si cal prendre una mostra.	La població és el conjunt d'alumnes de la classe. Com que no és gaire nombrosa no cal seleccionar una mostra. Es vol investigar els resultats en l'última avaluació.
2	Elegir les variables estadístiques que s'han de tenir en compte en la investigació i determinar els valors que poden prendre.	La variable estadística és "nombre d'assignatures suspeses", amb valors 0, 1, 2, 3...
3	Recollir dades de les variables, i per això es prenen mesures o bé es fa una enquesta; en aquest cas haurem de preparar el formulari.	Per esbrinar el nombre d'assignatures suspeses, fem una enquesta a tots els alumnes de la classe.
4	Organitzar les dades, fent-ne el recompte i ordenant-les en taules, i fer gràfics que les representin, fet que ens permetrà visualitzar de manera ràpida el conjunt de dades.	Organitzem les dades obtingudes en forma de taula i les representem gràficament utilitzant, per exemple, un diagrama de barres o de sectors.
5	Analitzar la informació obtinguda i resumir-la. Per això utilitzarem algunes mesures que expressin la mitjana de les dades o la seva dispersió respecte de la mitjana.	Determinem algunes <i>mesures de posició central</i> (mitjana, mediana, moda), i decidim quines són més adequades per al nostre treball. També calculem algunes <i>mesures de dispersió</i> de les dades al voltant dels valors centrals (variància, desviació típica...).
6	Extreure'n conclusions.	Extraïem conclusions a partir de les dades recollides i de les mesures calculades.

ACTIVITATS

5. Descriu les etapes que has de seguir per fer un estudi estadístic entre els teus companys de classe sobre:

- a) El temps mitjà que triguen a arribar al col·legi.
- b) La marca de deportives que prefereixen.
- c) El nombre de calçat que utilitzen.
- d) Les diversions que prefereixen.

6. Prepara i fes una enquesta entre els teus companys de classe sobre algun d'aquests temes:

- a) Els preus de la cafeteria del centre escolar.
- b) Les hores setmanals dedicades a mirar la televisió.
- c) Les hores diàries d'estudi.
- d) El tipus de productes que esmorzen.

4. Freqüència absoluta i freqüència relativa

4.1 Freqüència absoluta

El primer pas per poder resumir les característiques relatives a una mostra o població és saber quantes vegades es repeteix cada valor. Així, es defineix:

La **freqüència absoluta**, n_i , d'un valor determinat, x_i , d'una variable estadística és el nombre de vegades que apareix aquest valor.

Per exemple, considerem la variable estadística discreta *notes del primer control de matemàtiques* que pren aquests valors:

9, 5, 6, 2, 7, 6, 5, 3, 9, 2, 5, 9, 8, 5, 6, 7, 5, 4, 1, 9, 7, 4, 5, 9, 4

Comptem les vegades que es repeteix cada valor i construïm una taula com la taula 1 del marge. Aquesta taula rep el nom de **distribució de freqüències absolutes**.

La freqüència absoluta del valor $x_9 = 9$ és $n_9 = 5$, ja que el valor 9 hi apareix cinc vegades; la freqüència absoluta del valor $x_4 = 4$ és $n_4 = 3$...

Fixa't que la suma de les freqüències absolutes és igual al nombre de dades, és a dir, al nombre d'individus de la població o mostra.

4.2 Freqüència relativa

La freqüència absoluta només indica el nombre de vegades que es repeteix un valor determinat, però no té en compte la mida de la població o mostra. Per relacionar cada freqüència absoluta amb la mida de la població o mostra, introduïm el concepte de *freqüència relativa*.

La **freqüència relativa**, f_i , d'un valor determinat, x_i , d'una variable estadística és igual al quocient entre la freqüència absoluta, n_i , del valor i el nombre d'individus de la població o mostra, n :

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

Per exemple, la freqüència relativa de $x_9 = 9$ és $f_9 = \frac{n_9}{n} = \frac{5}{25} = 0,20$; la

freqüència relativa del valor $x_4 = 4$ és $f_4 = \frac{n_4}{n} = \frac{3}{25} = 0,12$...

La taula 2 que hi ha al marge rep el nom de **distribució de freqüències relatives**.

Comprova que la suma de les freqüències relatives és igual a 1.

Taula 1

x_i	n_i
1	1
2	2
3	1
4	3
5	6
6	3
7	3
8	1
9	5

Taula 2

x_i	f_i
1	0,04
2	0,08
3	0,04
4	0,12
5	0,24
6	0,12
7	0,12
8	0,04
9	0,20

ACTIVITATS

7. Les notes de ciències socials d'un grup d'alumnes han estat:

5 7 8 4 9 7
6 5 3 9 4 7
5 6 8 9 7 6

Resumeix les dades en una taula amb les freqüències absolutes i relatives.

5. Freqüències acumulades

Si els valors de la variable es poden ordenar, podem considerar els valors menors o iguals que un de donat. Això permet definir les *freqüències acumulades*.

5.1 Freqüència absoluta acumulada

S'anomena **freqüència absoluta acumulada**, N_i , corresponent a un valor x_i d'una variable, la suma de les freqüències absolutes dels valors menors o iguals que el donat.

Podem organitzar les dades en una taula que inclogui les freqüències absolutes i les freqüències absolutes acumulades. La taula que obtenim s'anomena **distribució de freqüències absolutes acumulades**.

Així, per a l'exemple de l'apartat anterior, obtenim la taula 1 del marge. Fixa't que la freqüència absoluta acumulada corresponent a l'últim valor és igual al nombre total de dades.

Taula 1

x_i	n_i	N_i
1	1	1
2	2	3
3	1	4
4	3	7
5	6	13
6	3	16
7	3	19
8	1	20
9	5	25

5.2 Freqüència relativa acumulada

S'anomena **freqüència relativa acumulada**, F_i , corresponent a un valor x_i d'una variable, el quocient entre la freqüència absoluta acumulada del valor i el nombre total n de dades.

Podem organitzar les dades en una taula que inclogui les freqüències relatives i les freqüències relatives acumulades. La taula que obtenim s'anomena **distribució de freqüències relatives acumulades**.

Així, per a l'exemple anterior, obtenim la taula 2 del marge. Fixa't que la freqüència relativa acumulada corresponent a l'últim valor de la variable és igual a 1.

Taula 2

x_i	f_i	F_i
1	0,04	0,04
2	0,08	0,12
3	0,04	0,16
4	0,12	0,28
5	0,24	0,52
6	0,12	0,64
7	0,12	0,76
8	0,04	0,80
9	0,20	1

ACTIVITATS

8. El nombre de dies d'absència a la feina dels treballadors d'una empresa durant un any ha estat:

0 1 2 0 1 4 0 1 0 1 0 3 0
1 0 1 2 0 3 0 1 0 1 0 1 2
3 0 1 0 2 0 1 0 2 0 1 0 5

a) Construeix amb aquestes dades una taula de freqüències absolutes, relatives i acumulades.

b) Quants treballadors han faltat dos o menys dies durant l'any?

c) Quants treballadors han faltat menys de cinc dies durant l'any?

d) Quin ha estat el valor que s'ha donat amb més freqüència?

e) Quants han faltat dos o tres dies?

6. Freqüències de dades agrupades en classes

Quan la variable és contínua o pren molts valors diferents, perquè la informació sigui manejable, ens convé agrupar els valors en unes quantes classes o intervals.

Per exemple, considerem la variable pes (en kilograms) dels alumnes i les alumnes d'un grup d'un centre escolar, que té aquestes dades:

68, 67, 60, 74, 75, 57, 54, 62, 52, 74, 77, 69, 63, 59, 58, 61,
79, 65, 71, 67, 70, 55, 64, 78, 66, 69, 73, 54, 57, 61, 64, 68

Podem fer el recompte i organitzar les dades obtingudes agrupant-les en classes, com en aquesta taula:

interval	marca de classe	freqüència absoluta
50,5 – 55,5	53	4
55,5 – 60,5	58	5
60,5 – 65,5	63	7
65,5 – 70,5	68	8
70,5 – 75,5	73	5
75,5 – 80,5	78	3

Hem obtingut una **distribució de freqüències absolutes agrupades**. Procedint semblantment, s'obté la **distribució de freqüències relatives agrupades** i les **distribucions de freqüències acumulades agrupades**.

Fixa't que a la taula hi ha la columna titulada *marca de classe*. S'anomena **marca de classe** el valor central de cada interval, que s'obté en fer la mitjana aritmètica dels extrems de l'interval. Per exemple, la marca de classe del primer interval és $\frac{50,5 + 55,5}{2} = 53$ kg.

Determinació dels intervals

Per determinar el nombre d'intervals, s'aproxima l'arrel quadrada del nombre de dades a l'enter més proper.

Per determinar l'amplitud dels intervals, es divideix el recorregut (diferència entre el valor més gran i el més petit que pren la variable) entre el nombre d'intervals fixat i s'aproxima el resultat a l'enter següent.

Així doncs, en l'exemple d'aquest apartat, el nombre de dades és 32. Per trobar el nombre d'intervals fem:

$$\sqrt{32} = 5,6568... \rightarrow 6 \text{ intervals}$$

L'amplitud de cada interval serà:

$$\frac{79 - 52}{6} = 4,5 \approx 5$$

Tingues-ho en compte

Com veurem més endavant, en el càlcul pràctic se substitueix cada interval per la seva marca de classe. Això porta a una pèrdua d'informació, i per això cal formar els intervals de manera que la pèrdua sigui mínima.

ACTIVITATS

9. Per fer un estudi sobre l'obesitat en una empresa, s'han pres els pesos, en kilograms, dels treballadors d'una secció:

67 78 56 89 66 75
94 77 68 59 105 72
94 76 68 99 56 73
56 64 84 77 107 98
86 71 73

a) Quants treballadors pesen menys de 60 kg? I més de 85 kg? Quin és el pes més freqüent?

b) Fes una taula agrupant les dades en classes. Afegeix-hi les freqüències absolutes, relatives i acumulades.

c) Calcula la marca de cada classe.

7. Gràfics estadístics

Utilitzem les taules estadístiques per resumir les dades d'un estudi sobre una població. Per fer-nos una idea ràpida del conjunt de les dades utilitzem els **gràfics**.

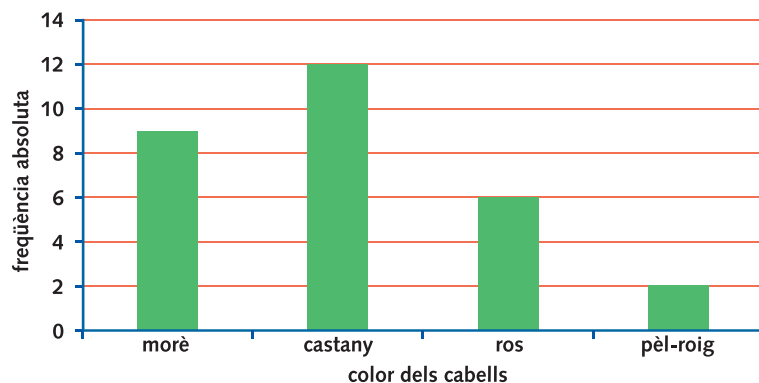
7.1 Diagrames de barres

Per construir un diagrama de barres es representen a l'eix d'abscisses els valors de la variable i a l'eix d'ordenades les freqüències, absolutes o relatives.

EXEMPLE

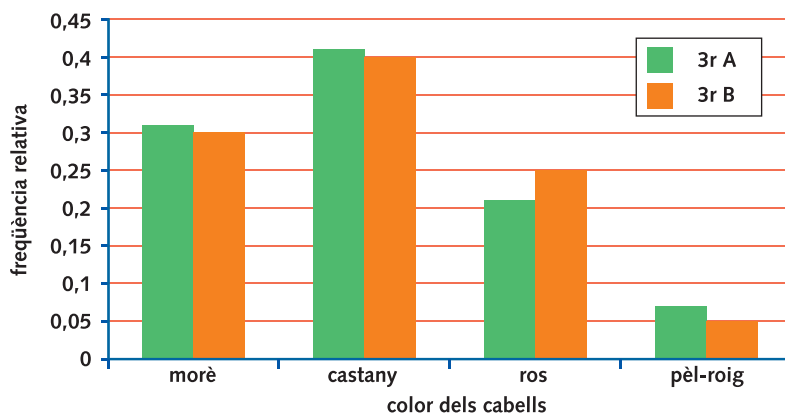
A la classe de 3r A d'ESO s'han recollit les dades sobre el color dels cabells (taula 1). Fes el diagrama de barres corresponent.

Representem a l'eix d'abscisses els valors de la variable (morè, castany, ros i pèl-roig) i aixequem sobre cadascun una barra d'alçada igual a la freqüència absoluta. El resultat és:



Si es volen comparar en un mateix diagrama de barres dues poblacions diferents, s'utilitzen freqüències relatives, perquè si les poblacions tenen mida diferent, el gràfic amb freqüències absolutes ens podria enganyar.

Aquest altre diagrama mostra el color dels cabells dels alumnes i les alumnes de 3r A i 3r B (taules 2 i 3).



No ho oblidis

Els diagrames de barres es poden fer servir per representar distribucions de variables qualitatives o quantitatives.

Són els gràfics més utilitzats per representar dades sense agrupar.

Taula 1

color dels cabells	freqüència absoluta 3r A
morè	9
castany	12
ros	6
pèl-roig	2

Taula 2

color dels cabells	freqüència relativa 3r A
morè	0,31
castany	0,41
ros	0,21
pèl-roig	0,07

Taula 3

color dels cabells	freqüència relativa 3r B
morè	0,3
castany	0,4
ros	0,25
pèl-roig	0,05

7.2 Diagrames de sectors

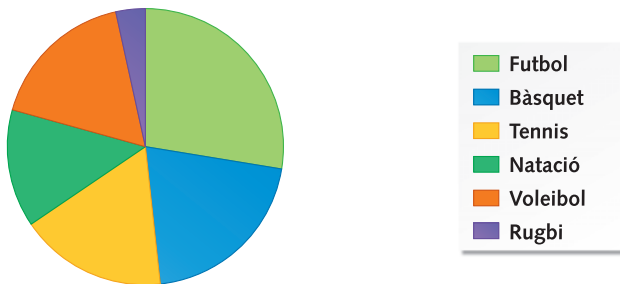
Per fer un diagrama de sectors es divideix un cercle en tants sectors com modalitats o classes hi ha, de manera que a cada modalitat li correspon un sector d'amplitud proporcional a la seva freqüència absoluta o relativa.

EXEMPLE

En una classe s'ha fet una enquesta que recull l'esport preferit per cada alumne (taula 4). Fes el diagrama de sectors corresponent.

Calculem l'amplitud de cada sector per mitjà d'una regla de tres. Ja que el total d'alumnes és 29, per calcular, per exemple, quin angle correspon al futbol fem:

$$\begin{array}{l} 29 \rightarrow 360^\circ \\ 8 \rightarrow x \end{array} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 360^\circ}{29} \approx 99^\circ 18' 37''$$



Tingues-ho en compte

Els diagrames de sectors s'acostumen a fer servir per a la representació de les dades de distribucions de variable qualitativa.

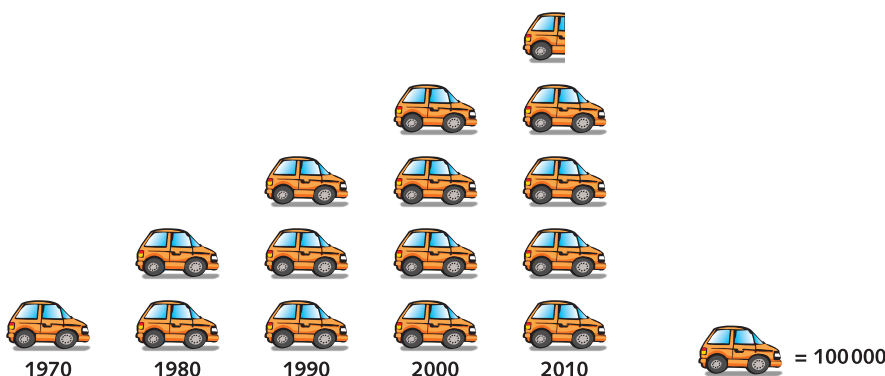
Taula 4

esport preferit	freqüència absoluta
futbol	8
bàsquet	6
tennis	5
natació	4
voleibol	5
rugbi	1
	29

7.3 Pictogrames

Els pictogrames són gràfics estadístics en els quals els valors es representen per mitjà de dibuixos l'àrea dels quals ha de ser proporcional a les freqüències corresponents.

De vegades el que es fa és substituir les barres del diagrama de barres per dibuixos relacionats amb la variable que s'està representant. Per exemple, el pictograma següent mostra l'evolució del nombre de cotxes que han circulat per una ciutat durant diferents anys.



Fixa-t'hi

El mig cotxe que hi ha a la part superior de la columna de l'any 2010 representa 50.000 unitats.

Així doncs, l'any 2010 han circulat 450.000 cotxes.

7.4 Histogrames

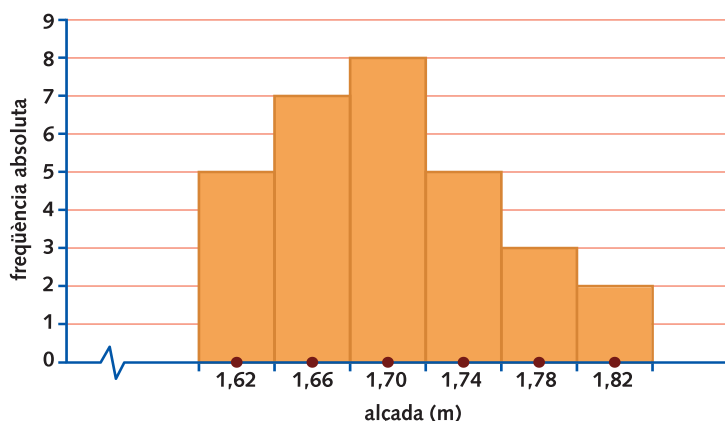
Un histograma és un gràfic semblant al diagrama de barres que es fa servir per representar les dades corresponents a una distribució de dades agrupades en classes.

En un histograma les barres són rectangles d'àrea proporcional a la freqüència de la classe corresponent. Si es prenen classes d'amplitud igual, la base dels rectangles és l'amplitud dels intervals i l'alçada és la freqüència absoluta de la classe. En el punt mitjà de cada base s'hi acostuma a representar la marca de classe.

EXEMPLE

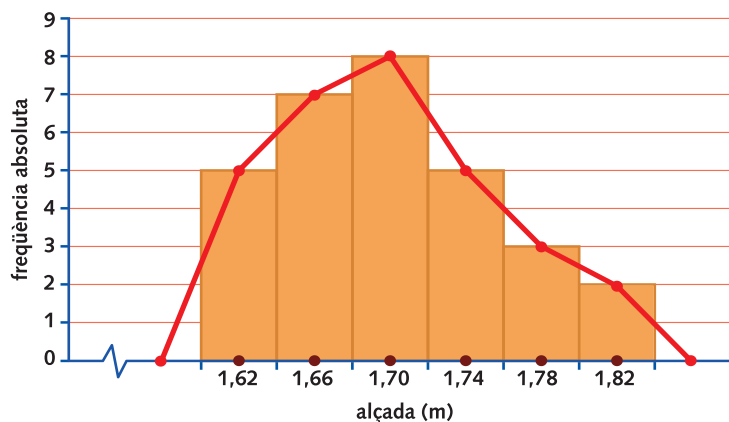
A la taula 5 s'han agrupat en classes les alçades corresponents als alumnes d'una classe de 3r d'ESO d'un centre escolar. Construeix l'histograma corresponent.

Representem els intervals a l'eix d'abscisses i sobre cada un dels intervals aixequem un rectangle d'alçada igual a la seva freqüència. Assenyallem els punts mitjans d'aquests intervals, és a dir, les marques de classe.



Polígons de freqüències

Si en un histograma s'uneixen amb segments els punts mitjans de les bases superiors dels rectangles s'obté el **polígon de freqüències**.



No ho oblidis

Les dades corresponents a una variable quantitativa contínua (pes, alçada, temps...) es representen mitjançant histogrames.

Taula 5

alçada (m)	marca de classe	n_i
1,60 - 1,64	1,62	5
1,64 - 1,68	1,66	7
1,68 - 1,72	1,70	8
1,72 - 1,76	1,74	5
1,76 - 1,80	1,78	3
1,80 - 1,84	1,82	2

Fixa-t'hi

La línia trencada a l'eix d'abscisses de l'histograma de l'exemple indica que s'ha trencat l'escala en aquest eix.

Notació

Els intervals de classe que no estan limitats inferiorment o superiorment s'anomenen **interval de classe oberts**.

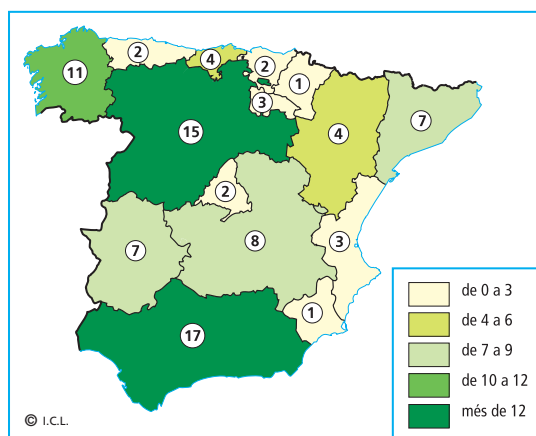
Per exemple, en referir-se a l'alçada d'individus d'un grup, l'interval *més d'1,90 m* seria un interval de classe obert.

7.5 Cartogrames

Els cartogrames són gràfics que es fan servir per representar dades referides a zones geogràfiques.

En els cartogrames s'hi indiquen amb diferent trama o color les diverses zones d'un mapa (comunitats autònomes, províncies, barris, etc.) d'acord amb el valor que prengui en aquesta zona la variable estadística que s'anàlitz.

En aquest cartograma s'han acolorit les comunitats autònomes del territori peninsular d'Espanya amb diversos colors segons el nombre de paradors nacionals que hi ha en cadascuna.



Zon@web

www.vicensvives.net/zonaweb

Aprèn més coses sobre estadística.

12a

Gràfics enganyosos

A la premsa sovint es fan servir gràfics estadístics per presentar la informació de manera resumida, organitzada i clara.

Però no sempre l'elaboració d'aquests gràfics és correcta i pot portar, de vegades intencionadament, a treure'n conclusions errònies.

Per això cal ser crític a l'hora d'interpretar aquests gràfics.

ACTIVITATS

10. La taula de la dreta mostra els habitatges construïts en una ciutat durant els últims anys.

Representa les dades en un diagrama de barres, en un diagrama de sectors i per mitjà d'un pictograma.

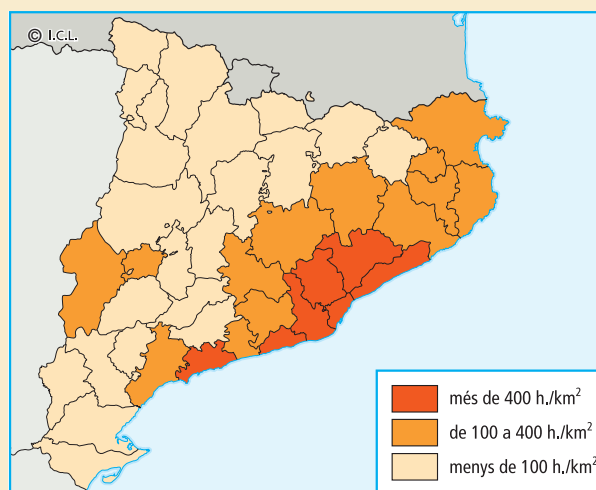
any	habitatges
2005	1800
2006	1900
2007	2550
2008	2800
2009	2100

11. La taula de la dreta mostra els salaris anuals (en milers d'euros) dels treballadors i treballadores d'una empresa.

Representa les dades en un histograma i traça'n el polígon de freqüències.

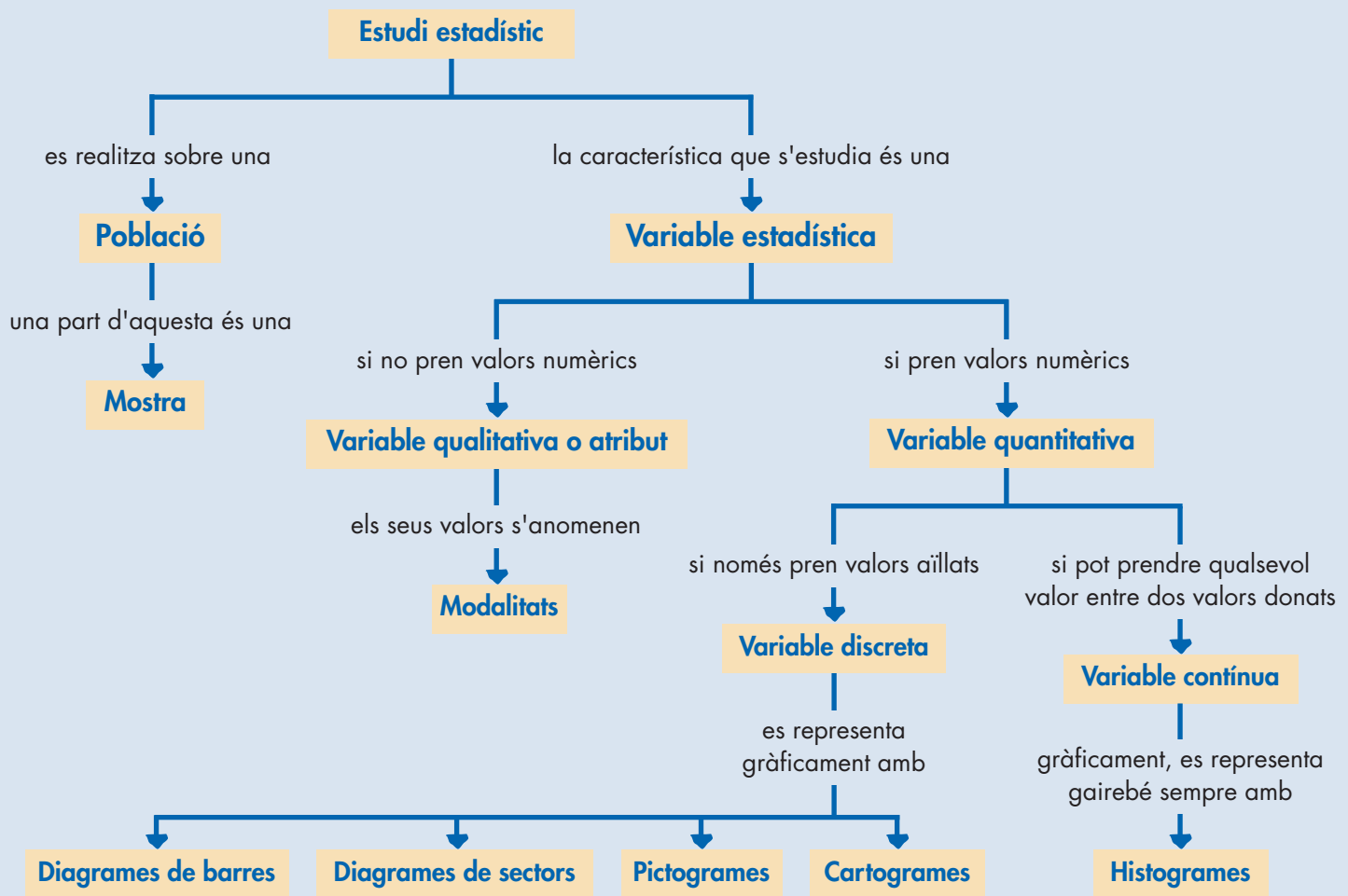
salari anual (milers d'€)	% de treballadors
9 – 14	23,5
14 – 19	37,8
19 – 24	21,9
24 – 29	11,8
29 – 34	5

12. Aquest cartograma mostra la densitat de població de Catalunya durant l'any 2008.



- a) Quines comarques tenen una densitat de població inferior a 100 h./km²?
b) On se situen les comarques més poblades?

Resum



Preguntes clau

1. Digues tres raons per les quals calgui utilitzar una mostra en comptes de tota la població en fer un estudi estadístic.
2. Explica la classificació de variables estadístiques i les seves característiques. Posa exemples de cada tipus.
3. Defineix freqüència absoluta i freqüència relativa. Què són les freqüències acumulades?
4. Resumeix les etapes d'una investigació estadística i quines són les tasques que s'han de fer en cadascuna.
5. Explica quan és convenient agrupar els valors d'una variable en classes.
6. Explica com es construeix el diagrama de barres i el diagrama de sectors corresponent a una distribució de dades no agrupades.
7. Compara els avantatges i desavantatges que té utilitzar un diagrama de sectors en comptes d'un diagrama de barres per representar una distribució de dades no agrupades.
8. Explica com es construeix l'histograma corresponent a una distribució de dades agrupades. Posa'n un exemple en què calgui utilitzar aquest tipus de gràfic.
9. Explica què és un polígon de freqüències i com es construeix.

Practica competències bàsiques

POBLACIÓ I MOSTRA

- Busca a la premsa tres estudis estadístics i assenyalala la població en cadascun d'aquests estudis.
- Defineix població i mostra. Quan és convenient utilitzar una mostra? Posa'n exemples.
- Quines condicions ha de complir una mostra per ser representativa de la població estudiada? Posa'n un exemple.
- Indica les característiques dels diferents tipus de mostratge i posa'n exemples.
- En un hotel hi ha 60 turistes estrangers i 20 de nacionals. En una mostra de 12 ocupants, quants estrangers i quants nacionals cal escollir perquè el mostratge sigui estratificat proporcional?

VARIABLES ESTADÍSTIQUES

- Classifica aquestes variables estadístiques en qualitatives o quantitatives:
 - Lloc de naixement.
 - Edat.
 - Estatuta.
 - Pes.
 - Idiomes que parla.
 - Nombre de germans/es.
 - Temps mitjà diari dedicat a mirar la televisió.
- Classifica les variables estadístiques quantitatives de l'activitat anterior en discretes o contínues.
- Classifica aquestes característiques en variables estadístiques quantitatives o qualitatives:
 - La nacionalitat d'una persona.
 - El color preponderant en un paisatge.
 - L'assignatura preferida.
 - La puntuació a l'examen de matemàtiques.
 - La despesa de gasoil d'un camió.
 - El nombre de falcons pelegrins a Europa.
 - El sou d'un taxista.
- Suposa que has de fer un estudi estadístic la població del qual són els alumnes de la classe. Escriu tres variables estadístiques de cada tipus que descriguin informacions sobre la població que has d'estudiar.

FREQÜÈNCIES

- Les qualificacions d'un examen de matemàtiques d'un grup d'alumnes han estat:

7	5	4	6	8	3	6	5	7	4
3	9	8	7	6	5	6	7	2	5
8	7	6	5	4	9	3	6	10	7

Fes-ne el recompte i construeix una taula de distribució de freqüències sense agrupar que inclogui els valors de la variable, les freqüències absolutes, les freqüències relatives i les freqüències acumulades.
- Aquest conjunt de dades informa sobre el nombre de partides diàries que l'Àlex ha jugat a un videojoc el mes passat:

2	6	12	13	5	6	2	13	5	8
13	9	11	5	9	10	3	11	9	2
12	10	2	10	1	10	7	9	5	4

 - Fes-ne el recompte i construeix una taula de distribució de freqüències.
 - Si les dades vénen ordenades per fila des del primer dia del mes fins a l'últim, quins dies del mes ha jugat més partides?
- En un centre escolar de 1155 alumnes se sap que per cada 3 nois hi ha 4 noies.
 - Digues quina és la freqüència absoluta de nois i quina la de noies.
 - Quina es la freqüència relativa de nois? I de noies? Arrodoneix les freqüències relatives fins a les centèsimes.
- En una distribució de freqüències, a què és igual la suma de les freqüències absolutes? I la suma de les freqüències relatives?
- Dels 144 socis d'un club, 3 de cada 12 són fumadors. Fes una taula amb les freqüències absolutes i relatives de fumadors i no fumadors.
- Durant el mes anterior els dies que han faltat a classe els alumnes d'un grup han estat:

2	0	1	0	3	1	1	0	4	2	1
3	0	2	1	1	0	0	1	2	3	0
0	1	2	5	1	2	1	0	1	4	1

Amb aquestes dades construeix una taula de distribució de freqüències. A què és igual l'última freqüència absoluta acumulada?



Practica competències bàsiques

- 16** ●○○ L'Ajuntament d'un poble ha fet una enquesta per conèixer el nombre de famílies que tenen 0, 1, 2, 3, ... fills. Els resultats han estat:

nombre de fills	nombre de famílies
0	8
1	25
2	42
3	22
4	17
5	11
6	7
més de 6	2

Afegeix a la taula les columnes de freqüències relatives i freqüències acumulades.

- 17** ●●○ Un supermercat ha venut 240 L de llet de diverses marques un dia determinat. Copia i completa la taula següent:

llet (x_i)	litres venuts (n_i)	freqüència relativa (f_i)
Blanqueta		0,17
Neu	48	
La granja		0,23
Gallega	60	
Ecollet	36	

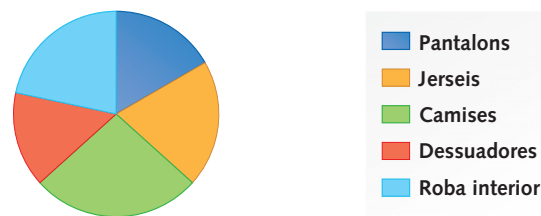
GRÀFICS

- 18** ●○○ Indica quin tipus de variables estadístiques són les següents:

- Saldo disponible dels clients d'un banc un dia determinat.
- Nombre de llibres llegits durant un any pels alumnes d'un grup.
- Nombre d'immigrants residents per comunitats autònomes.
- Temps que triguen els alumnes de la teva classe a anar des de casa fins al col·legi.
- Tipus de transport que utilitzen els teus companys de classe per anar al col·legi.

Quin gràfic et sembla més adequat per representar cada variable?

- 19** ●○○ Una botiga de roba ha reflectit les seves existències en un diagrama de sectors:



Utilitza un transportador d'angles per mesurar l'amplitud de cada sector i calcula les existències de cada tipus de peça de vestir sabent que al magatzem hi ha 300 articles en total.

- 20** ●○○ En la botiga de l'activitat anterior han pensat que seria més còmode representar les existències en un diagrama de barres. Construeix-lo.

- 21** ●○○ Una enquesta dona aquestes dades dels sectors en els quals treballen els titulats en ciències matemàtiques:

ocupació	freqüència relativa (%)
ensenyament	34
banca i finances	17
administració pública	10
consultoria d'empreses	10
informàtica i telecomunicacions	10
altres	19

Fes un diagrama de barres amb aquestes dades.

- 22** ●●○ En un centre escolar disposen d'aquestes dades sobre el nombre d'alumnes matriculats:

curs	alumnes matriculats
2004 - 2005	980
2005 - 2006	1150
2006 - 2007	1300
2007 - 2008	900
2008 - 2009	1100

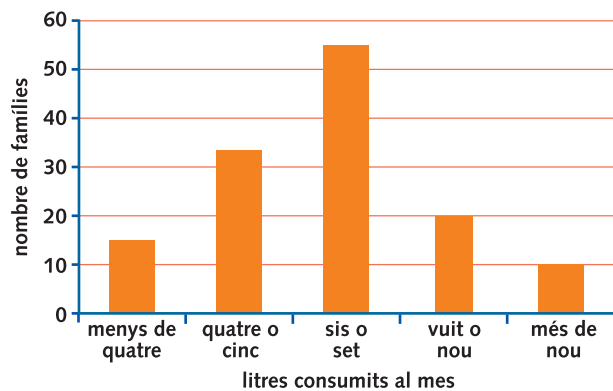
- Representa les dades en un histograma i construeix el polígon de freqüències.
- Representa les dades en un pictograma.
- Quan hi va haver problemes en aquest centre?

- 23** ●●○ En un centre escolar disposen dels resultats dels exàmens de matemàtiques de dos grups del mateix curs corresponents a la segona avaluació, que es reflecteixen en aquesta taula:

qualificació	grup A	grup B
aprovat	22	17
suspens	9	5

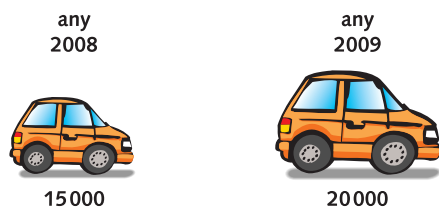
Afegeix a aquesta taula les columnes de freqüències relatives i representa-les en un únic diagrama de barres. Quin grup d'estudiants presenta millors resultats relatius?

- 24** ●●○ Una empresa que vol llançar al mercat una nova marca d'oli fa un estudi sobre el nombre de litres que consumeixen al mes un grup de famílies. El diagrama de barres és aquest:



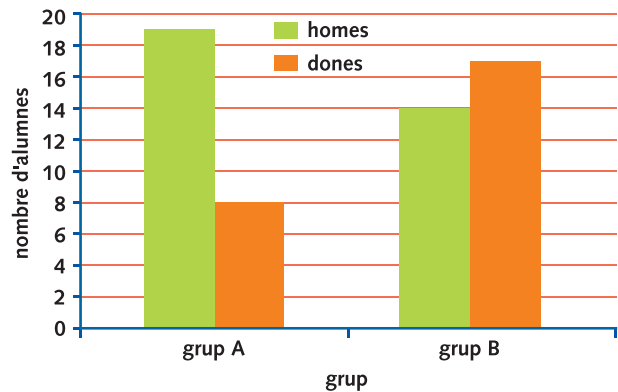
Construeix la taula d'aquesta distribució i afegeix-hi la columna de freqüències relatives, expressades en percentatge.

- 25** ●●○ Una marca de cotxes publica a la premsa les seves vendes amb aquest gràfic. Es correspon adequadament a les dades aquest pictograma? Raona la resposta.



- 26** ●●○ Fes una enquesta entre els companys de la teva classe sobre el nombre de calçat que utilitzen, fes-ne la taula de freqüències absolutes i relatives i representa les dades en un diagrama de barres i en un diagrama de sectors.

- 27** ●●○ Aquest diagrama de barres informa sobre el nombre d'alumnes de cada sexe en dos grups:



Fes la taula de freqüències de cada grup i calcula en quin és més gran la proporció de dones.

- 28** ●●○ Per conèixer el tipus de pel·lícules de cinema que agraden més als alumnes d'un centre escolar s'ha fet una enquesta. Aquesta taula reflecteix els resultats obtinguts:

gènere de pel·lícula	nombre d'alumnes
comèdia	15
aventures	13
terror	22
musical	5
oest	7
bèl·lic	12

Fes la representació gràfica de les dades que et sembli més adequada.

- 29** ●●● Els pesos, en kilograms, dels alumnes d'un grup pertanyent a 3r d'ESO són:

57 62 56 61 67 54 51 60
 64 75 69 63 69 53 56 62
 73 81 67 79 66 64 59 71
 53 57 64 71 69 63 64 58

- Construeix una taula de dades agrupades on hi hagi les freqüències absolutes i relatives.
- Calcula les marques de classe.
- Representa les dades en un histograma.

- 30** ●●● Explica com es construeix un histograma per representar una distribució de dades agrupades en classes que no tenen la mateixa amplitud.

Practica competències bàsiques



PROBLEMES D'ESTRATÈGIA

Utilització d'un esquema

Per resoldre un problema, pot ser-nos útil la realització d'un esquema o gràfic on es disposen les dades i les relacions de l'enunciat.

Aquest gràfic ens pot conduir directament a la solució o, almenys, ens pot ajudar a veure el camí cap a la resolució.

PROBLEMA RESOLT

Els amos d'una gelateria han pres estadístiques sobre el consum de gelats de xocolata, vainilla i festuc. Els resultats, entre les persones observades, han estat:

El 25% ha comprat xocolata; el 29%, vainilla; el 22%, festuc; el 12% xocolata i vainilla; el 8%, xocolata i festuc; el 6%, vainilla i festuc, i el 3%, tots tres sabors. La resta no va comprar cap d'aquests tres sabors.

Calcula quin percentatge dels enquestats ha comprat només un dels sabors i quin percentatge no ha comprat cap d'aquests sabors.

Comprensió de l'enunciat

Es tracta de trobar uns percentatges sobre els enquestats a partir de les dades conegudes.

Planificació de la resolució

Podem representar les dades per mitjà d'un *diagrama de Venn* i així apreciarem les interseccions entre els grups.

Execució del pla de resolució

Representem els grups de compradors (xocolata, vainilla i festuc) per mitjà de tres cercles que es tallen entre si i determinen 7 regions, i escrivim a cada regió el percentatge corresponent, començant per la intersecció de tots tres.



Els nombres que no figuren en cap intersecció indiquen el percentatge dels qui han comprat només un sabor. Sumant tots els percentatges, s'obté el 53%. La resta, 47%, correspon als que no han comprat cap d'aquests sabors.

Resposta

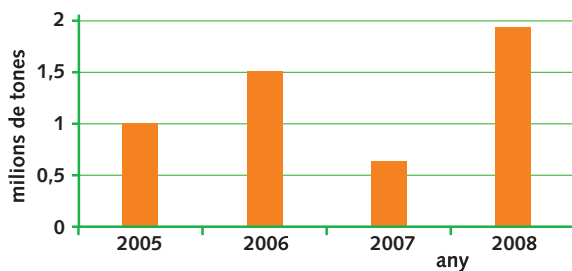
El 14% ha comprat només vainilla; el 8%, només xocolata, i l'11%, només festuc. El percentatge dels qui no han comprat cap d'aquests sabors és del 47%.

PROBLEMA PROPOSAT

31 D'un grup d'amics aficionats a la lectura de còmics, el 33% llegeixen el còmic A; el 28%, el B; el 30%, el C; l'11%, l'A i el B; el 6%, el B i el C, i el 4%, l'A i el C. Només l'1% llegeixen els tres còmics. Quants amics no llegeixen còmics? Quants només en llegeixen un?

PREPARA'T PER A LES PROVES PISA

32 Aquest gràfic reflecteix les exportacions de cafè durant quatre anys d'una petita zona de l'Àfrica tropical.



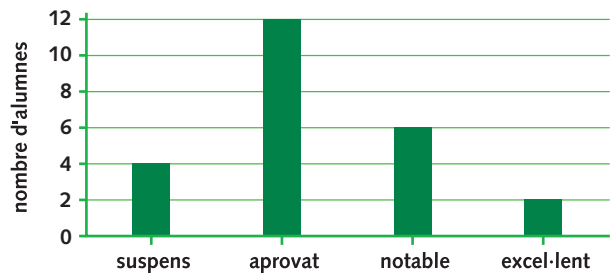
a) Hi va haver un any en què van patir una gran sequera. Quin va ser?

b) Si el 2005 van ingressar per cada kilogram 1,90 € i els anys successius aquest preu va patir un increment del 5% anual, quant va ingressar la zona durant aquest període?

c) Si els ingressos per les exportacions de cafè d'aquest país representen el 10% dels diners moguts pel comerç del cafè a nivell mundial, quants diners va moure el comerç del cafè l'any 2008?

- 1 Per conèixer la durada mitjana de les piles d'una determinada marca, s'ha pres una mostra de 400 de les piles fabricades durant el darrer mes i se n'ha mesurat la durada. Per què creus que s'ha pres una mostra? Quina és la població i quina la variable estadística?
- 2 En un poble de 12000 habitants hi ha 5700 dones i 6300 homes. Quants individus hi haurà de cada sexe en una mostra de 480 persones triades per mostratge estratificat proporcional?
- 3 En un grup d'alumnes es vol estudiar:
 - a) L'esport preferit.
 - b) Les hores setmanals que dediquen a l'estudi.
 - c) El color dels cabells.
 - d) El nombre de germans.Classifica aquestes variables en qualitatives o quantitatives.
- 4 Classifica les variables quantitatives de l'activitat anterior en discretes o contínues.
- 5 Les vendes fetes en un concessionari de cotxes els darrers dotze mesos van ser: 20, 28, 35, 20, 50, 35, 28, 10, 20, 35, 28, 20.
Resumeix aquestes dades en una taula que inclogui les freqüències absolutes, relatives i acumulades.

- 6 Les puntuacions obtingudes en un test pels aspirants a un lloc de treball han estat: 48, 72, 68, 61, 54, 49, 52, 64, 69, 49, 52, 49, 56, 55, 37, 61, 65, 70, 58, 32, 63, 55, 58, 54, 69, 73, 71, 58, 70, 63.
Agrupa les dades en sis classes i construeix la taula de freqüències absolutes, relatives i acumulades.
- 7 Construeix un diagrama de barres amb les dades de l'activitat 5.
- 8 Construeix un diagrama de sectors amb les dades de l'activitat 5.
- 9 Construeix un histograma amb les dades de l'activitat 6 i traça'n el polígon de freqüències.
- 10 Construeix la taula de freqüències que ha donat lloc a aquest diagrama de barres que reflecteix els resultats en un control de matemàtiques d'un grup d'alumnes de 3r d'ESO:



Jocs matemàtics Jocs matemàtics Jocs matemàtics Jocs matemàtics

Divisions exactes

- Utilitzant cada vegada tots els díigits de l'1 al 9 i sense repetir-los, escriu divisions que donin com a resultat 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. Et mostrem les dues primeres:

$$13458 : 6729 = 2 \quad 17496 : 5832 = 3$$

Xifres esborrades

- En aquesta suma s'han esborrat alguns nombres.

$$\begin{array}{r} 28 \bullet \\ + \bullet \bullet 4 \\ \hline \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array}$$

Troba'ls, sabent que hi intervenen totes les xifres del 0 al 9.

El laberint

- Busca el camí per arribar fins al centre.

