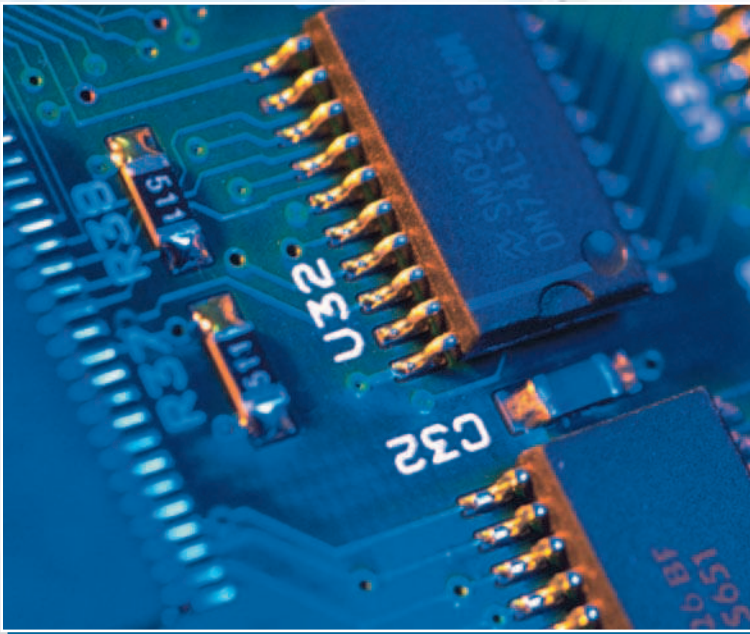
5 Sistemes d'equacions lineals

A partir de quantes unitats venudes d'un producte guanya diners l'empresa que el fabrica? En quin moment es trobaran dos vehicles que van en sentits contraris i quina distància haurà recorregut cadascun des del punt de partida?...

Aquests són exemples de problemes en què un sistema d'equacions lineals ens dóna la solució.



En el disseny de circuits elèctrics hi tenen un paper important els sistemes d'equacions.

Els sistemes d'equacions són una eina molt útil en la resolució de nombrosos problemes tecnològics.

1. Equacions lineals

L'equació $3x + 2y = 12$ és una equació amb dues incògnites, x i y, que tenen exponent 1: diem que és una *equació lineal*.

Una **equació lineal amb dues incògnites** és una equació que es pot escriure en la forma:

$$ax + by = c$$

En l'equació anterior, x i y són les incògnites, mentre que a, b i c són nombres. Els nombres a i b s'anomenen **coeficients** de les incògnites i c rep el nom de **terme independent**.

Fixa't que els coeficients a i b no poden ser zero, ja que si algun ho fos, l'equació no tindria dues incògnites.

Un parell de valors de les incògnites x i y és una **solució** d'una equació lineal amb dues incògnites si, en substituir-los en l'equació, es compleix la igualtat.

Així doncs, $x = 1$, $y = -2$ és una solució de $2x - y = 4$, ja que $2 \cdot 1 - (-2) = 4$.

Qualsevol equació de primer grau amb dues incògnites té infinites solucions, que s'obtenen donant diferents valors a una de les incògnites i aïllant l'altra.

EXEMPLE

Resol l'equació $4x + y = 12$.

Seguim aquests passos:

1. Aïllem una de les incògnites, la que ens sembli més senzilla. Aquí hem aïllat la incògnita y perquè el seu coeficient és 1; d'aquesta manera, evitem que apareguin denominadors:

$$y = 12 - 4x$$

2. Tot seguit, substituïm x per un nombre real qualsevol i calculem el valor corresponent de y, com es veu a la taula contigua.

si x és:	aleshores y és:
0	12
1	8
2	4
–1	16
…	…

Cada parell de valors de les incògnites x i y obtinguts d'aquesta manera, $x = 0$ i $y = 12$, $x = 1$ i $y = 8$…, és una solució de l'equació. L'equació té infinites solucions.

Recorda-ho

Una equació és una igualtat entre dues expressions algèbriques.

Les lletres desconegudes reben el nom d'**incògnites**.

ACTIVITATS

1. Comprova que el parell $x = 1$, $y = 6$ és una solució de $3x + 4y = 27$.

2. Troba cinc solucions de l'equació lineal $x - 2y = 5$.

3. Troba quatre solucions de l'equació $3x + y = 18$.

4. Obtén tres solucions de l'equació $x - 3y = -5$.

2. Sistemes d'equacions lineals

Un **sistema** d'equacions lineals és un conjunt de diverses equacions lineals amb les mateixes incògnites que s'han de verificar simultàniament.

Per exemple, $\begin{cases} 3x + 4y = 17 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$ és un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites, x i y.

En general, per representar un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites escrivim:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

En aquest sistema d'equacions, x i y són les incògnites, i a, b, c, a', b' i c' són nombres.

2.1 Solució d'un sistema d'equacions lineals

S'anomena **solució** d'un sistema d'equacions lineals un conjunt de nombres que és solució de totes les equacions del sistema.

Per exemple, en el sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 17 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$, el parell de valors $x = 3$, $y = 2$ és solució, ja que:

$$\begin{cases} 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 17 \Leftrightarrow 17 = 17 \\ 4 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \end{cases}$$

2.2 Sistemes equivalents

Dos sistemes d'equacions són **equivalents** si tenen les mateixes solucions.

Per exemple, els sistemes $\begin{cases} 4x - 5y = 9 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$ i $\begin{cases} 7x - 6y = 24 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$ són equivalents, ja que tots dos tenen com a única solució $x = 6$, $y = 3$.

Comprovem que $x = 6$, $y = 3$ és solució de tots dos sistemes:

$$\begin{cases} 4 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \\ 6 - 3 \cdot 3 = -3 \Leftrightarrow -3 = -3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 7 \cdot 6 - 6 \cdot 3 = 24 \Leftrightarrow 24 = 24 \\ 2 \cdot 6 - 3 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \end{cases}$$

Tingues-ho en compte

Les regles que serveixen per transformar una equació de primer grau en una d'equivalent, també es poden aplicar a les equacions dels sistemes.

ACTIVITATS

5. Prova que $x = 2$, $y = 3$ és la solució dels sistemes següents:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 19 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Són sistemes equivalents?

6. Explica què són sistemes d'equacions lineals equivalents i escriu dos sistemes d'equacions lineals amb dues incògnites que tinguin com a solució $x = 1$, $y = 4$.

7. Escriu almenys dos sistemes d'equacions lineals amb dues incògnites que tinguin com a solució $x = 3$, $y = 6$.

2.3 Classificació dels sistemes d'equacions lineals

Tot seguit, classificarem els sistemes d'equacions lineals segons el nombre de solucions.

Per les seves solucions, els sistemes d'equacions lineals es classifiquen en:

- Sistemes compatibles determinats.
- Sistemes compatibles indeterminats.
- Sistemes incompatibles.

Ara veurem com es caracteritzen.

Compatibles determinats

Els sistemes d'equacions lineals que tenen una única solució s'anomenen **sistemes compatibles determinats**.

Per exemple, el sistema $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 7y = 8 \end{cases}$ només té la solució $x = 3, y = 1$, ja que aquest parell de valors és l'únic que verifica les dues equacions. Per tant, és un sistema compatible determinat.

Compatibles indeterminats

Els sistemes d'equacions lineals que tenen infinites solucions s'anomenen **sistemes compatibles indeterminats**.

Per exemple, el sistema $\begin{cases} 2x + y = 14 \\ 4x + 2y = 28 \end{cases}$ té infinites solucions, perquè com que les dues equacions són equivalents (la segona equació és la primera multiplicada per 2), de fet només hi ha una equació amb dues incògnites que, com ja saps, té infinites solucions. Per tant, és un sistema compatible indeterminat.

Incompatibles

Els sistemes d'equacions lineals que no tenen solució s'anomenen **sistemes incompatibles**.

Per exemple, el sistema $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$ no té solució, perquè és impossible que $2x + y$ pugui ser igual a 7 i 14 alhora. Per tant, és un sistema incompatible.

No ho oblidis

Un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites, respecte de les seves solucions, sempre es troba en algun d'aquests casos:

- Té solució única.
- Té infinites solucions.
- No té solució.

ACTIVITATS

8. Escriu un exemple de sistema compatible determinat amb solució $x = -1$, $y = 2$.

9. Escriu un exemple de sistema compatible indeterminat.

10. Escriu un exemple de sistema incompatible.

3. Resolució de sistemes d'equacions lineals

Resoldre un sistema d'equacions lineals és trobar totes les seves solucions.

Hi ha diversos mètodes per resoldre sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites.

3.1 Mètode de les taules de valors

Aïllem la incògnita y en cadascuna de les equacions, i així obtenim un sistema equivalent a l'inicial:

$$\begin{cases} 4x + y = 21 & \Rightarrow \quad y = 21 - 4x \\ 3x - 2y = 2 & \Rightarrow \quad y = \dfrac{2 - 3x}{-2} \end{cases}$$

Per a cada equació, donem valors a x i calculem els corresponents de y. Organitzem els resultats obtinguts en forma de taula:

x	$y = 21 - 4x$
1	17
2	13
3	9
4	**5**
5	1
6	–3
…	…

x	$y = \dfrac{2 - 3x}{-2}$
1	0,5
2	2
3	3,5
4	**5**
5	6,5
6	8
…	…

Veiem que el parell de valors $x = 4$, $y = 5$ es troba a totes dues taules, és a dir, verifica les dues equacions: la solució del sistema és $x = 4$, $y = 5$.

Tanmateix, aquest mètode és poc pràctic per trobar la solució d'un sistema d'equacions, perquè no és possible calcular els infinits parells de valors de x i y per a cada taula, i pot passar que, encara que la solució existeixi, no aconseguim trobar-la.

Gerolamo Cardano

Filòsof, metge i matemàtic italià (1501-1576).

La seva *Ars magna*, publicada el 1545, es considera l'obra més destacada en el camp de l'àlgebra des dels temps de la Grècia clàssica.

ACTIVITATS

11. Resol aquests sistemes pel mètode de les taules de valors:

a) $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$

12. Escriu una equació lineal amb dues incògnites que juntament amb l'equació $x - 5y = 2$ formi un sistema que tingui la solució $x = 7$, $y = 1$.

13. Resol aquests sistemes utilitzant el mètode de les taules de valors:

a) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

14. Pots resoldre un sistema compatible indeterminat fent servir el mètode de les taules de valors? I un sistema incompatible?

3.2 Mètode de substitució

Per resoldre un sistema utilitzant el **mètode de substitució** cal seguir aquests passos:

1. S'aïlla una de les incògnites en una de les equacions.
2. L'expressió obtinguda en aïllar se substitueix a l'altra equació en el lloc de la incògnita.
3. Es resol l'equació obtinguda, que és de primer grau amb una sola incògnita.
4. S'esbrina el valor de l'altra incògnita substituint el valor obtingut a l'equació aïllada.

Fixa-t'hi

En el mètode de substitució, convé, si és possible, aïllar una incògnita el coeficient de la qual sigui 1 o −1.

D'aquesta manera, moltes vegades s'evita que apareguin denominadors.

EXEMPLE

Resol el sistema $\begin{cases} x + 4y = 20 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$ pel mètode de substitució.

1. Aïllem x en la primera equació: $x = 20 - 4y$
2. Substituïm $20 - 4y$ en el lloc de x a la segona equació:

$$(20 - 4y) - 2y = 8$$

3. Resolem l'equació obtinguda, que és de primer grau:

$$(20 - 4y) - 2y = 8 \Rightarrow 20 - 4y - 2y = 8 \Rightarrow -4y - 2y = 8 - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6y = -12 \Rightarrow y = \frac{-12}{-6} \Rightarrow y = 2$$

4. Substituïm $y = 2$ a l'equació aïllada, $x = 20 - 4y$:

$$x = 20 - 4 \cdot 2 \Rightarrow x = 20 - 8 \Rightarrow x = 12$$

La solució del sistema és $x = 12$, $y = 2$. Comprova que, en substituir a les equacions inicials, es compleixen les dues igualtats.

Pensa i contesta

En una granja s'hi crien pollastres i conills. El granger compta 150 caps i 400 potes.

Quants pollastres i conills hi ha?

Per donar la resposta, resol aquest sistema:

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 2x + 4y = 400 \end{cases}$$

ACTIVITATS

15. Troba la solució d'aquests sistemes fent servir el mètode de substitució:

a) $\begin{cases} x + 2y = 18 \\ y - x = -9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 14 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 18 \\ y - x = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 8 \\ 2y - x = -11 \end{cases}$

16. Esbrina la solució d'aquests sistemes per mitjà del mètode de substitució:

a) $\begin{cases} 7x - 8y = 19 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + y = 2 \\ x - y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x + 5y = 19 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 5 \\ y + 3x = 24 \end{cases}$

3.3 Mètode de reducció

Per resoldre un sistema utilitzant el **mètode de reducció** cal seguir aquests passos:

1. Es multipliquen les dues equacions pels nombres adients per tal d'igualar els coeficients d'una de les incògnites en les dues equacions.
2. Es resten les equacions resultants per tal d'eliminar la incògnita elegida al principi. D'aquesta manera s'obté una equació amb una sola incògnita.
3. Es resol l'equació obtinguda.
4. El valor obtingut se substitueix en una de les equacions del sistema per trobar el valor de l'altra incògnita.

EXEMPLE

Resol el sistema $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 2x + 7y = 33 \end{cases}$ pel mètode de reducció.

1. Triem una de les dues incògnites per igualar-ne els coeficients, per exemple, x.

   Multipliquem la primera equació per 2, que és el coeficient a la segona equació de la incògnita triada:

   $$2 \cdot 3x - 2 \cdot 2y = 2 \cdot 12 \Rightarrow 6x - 4y = 24$$

   Multipliquem la segona equació per 3, que és el coeficient a la primera equació de la incògnita triada:

   $$3 \cdot 2x + 3 \cdot 7y = 3 \cdot 33 \Rightarrow 6x + 21y = 99$$

   Hem transformat el sistema inicial en el sistema equivalent:

   $$\begin{cases} 6x - 4y = 24 \\ 6x + 21y = 99 \end{cases}$$

2. Restem les dues equacions per eliminar la incògnita x:

   $$(6x - 4y) - (6x + 21y) = 24 - 99 \Rightarrow$$
   $$\Rightarrow 6x - 4y - 6x - 21y = -75 \Rightarrow$$
   $$\Rightarrow -25y = -75$$

3. Resolem l'equació: $y = \dfrac{-75}{-25} = 3$

4. Substituïm $y = 3$ en una de les equacions inicials. Per exemple, en la segona:

   $$2x + 7 \cdot 3 = 33 \Rightarrow 2x + 21 = 33 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

La solució del sistema és $x = 6$, $y = 3$. Comprova-ho.

Tingues-ho en compte

És pràctic utilitzar el mètode de reducció quan el coeficient d'una de les incògnites en una equació és múltiple del coeficient de la mateixa incògnita en l'altra equació.

Doble reducció

Una altra manera de fer servir el mètode de reducció és trobar primer el valor d'una incògnita, com en l'exemple, i després tornar a aplicar el mètode per trobar el valor de l'altra incògnita.

Aleshores es diu que s'ha aplicat el **mètode de doble reducció**.

ACTIVITATS

17. Resol aquests sistemes fent servir el mètode de reducció:

a) $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 27 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 6y = -3 \\ 5x + 2y = 43 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 3y = 26 \\ 7x + 8y = 40 \end{cases}$

3.4 Mètode d'igualació

Per resoldre un sistema d'equacions utilitzant el **mètode d'igualació** cal seguir aquests passos:

1. S'aïlla la mateixa incògnita a les dues equacions.
2. S'igualen les expressions obtingudes per a la incògnita aïllada, de manera que s'obté una equació de primer grau amb una sola incògnita.
3. Es resol l'equació resultant.
4. Se substitueix el valor de la incògnita obtinguda en alguna de les equacions on aparegui aïllada l'altra incògnita i se'n calcula el valor.

Atenció

Quan es fa servir aquest mètode cal aïllar inicialment la incògnita que tingui els coeficients més senzills.

EXEMPLE

Resol el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ x - y = 3 \end{cases}$ pel mètode d'igualació.

1. Aïllem x en les dues equacions: $x = \dfrac{16 - 3y}{2}$; $x = 3 + y$
2. Igualem les expressions obtingudes per a x. Així, en resulta una equació de primer grau amb la incògnita y: $\dfrac{16 - 3y}{2} = 3 + y$
3. Resolem aquesta equació:

$$\frac{16 - 3y}{2} = 3 + y \Rightarrow 16 - 3y = 2(3 + y) \Rightarrow 16 - 3y = 6 + 2y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3y - 2y = 6 - 16 \Rightarrow -5y = -10 \Rightarrow y = \frac{-10}{-5} \Rightarrow y = 2$$

4. Substituïm y per 2 en una de les equacions aïllades, per exemple $x = 3 + y$:

$$x = 3 + 2 \Rightarrow x = 5$$

La solució del sistema és $x = 5$, $y = 2$. Comprova-ho.

RECURSOS TIC

Amb la calculadora WIRIS podem resoldre sistemes d'equacions.

Per fer-ho, fes clic sobre la instrucció resol sistema que trobaràs a la *Barra d'eines* a la pestanya d'*Operacions*. Apareixerà una finestra a la pantalla. Escriu el nombre d'equacions del sistema que vols resoldre i fes clic a Acceptar. Introdueix les equacions del sistema. En fer clic sobre $\boxed{=}$ apareix la solució:

resol $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow$ {{x = 5, y = 2}}

ACTIVITATS

18. Resol aquests sistemes fent servir el mètode d'igualació:

a) $\begin{cases} 6x + y = 25 \\ 7x - y = 14 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 9x + y = 11 \\ 4x + 2y = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2(x + 1) + 5y = 28 \\ 5(x - 2) - y = 1 \end{cases}$

19. Troba la solució d'aquests sistemes d'equacions lineals:

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 6y = 16 \\ 3x + 12y = -12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 11x + y = 42 \\ 4x + y = 28 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 6x + 7y = 12 \\ 5x + 4y = 10 \end{cases}$

4. Representació gràfica d'una equació lineal

Les solucions de qualsevol equació lineal amb dues incògnites es poden representar gràficament. El resultat sempre és una recta.

EXEMPLE

Representa gràficament les solucions de l'equació $5x + y = 10$.

Seguim aquests passos:

1. Aïllem una de les incògnites:

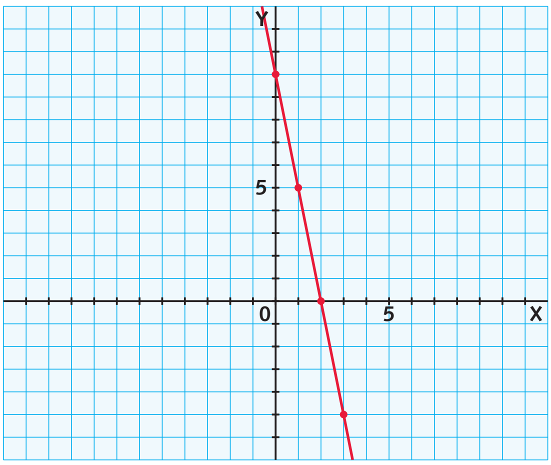
$$5x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - 5x$$

2. Donem valors senzills a l'altra incògnita i calculem els que corresponen a la incògnita aïllada.

   Organitzem els valors obtinguts en forma de taula.

x	y
0	10
1	5
2	0
3	−5
...	...

3. Els parells de valors obtinguts, (0, 10), (1, 5), (2, 0), (3, −5), ..., es representen com a punts del pla sobre uns eixos de coordenades i s'uneixen traçant una recta.



CALCULADORA

Algunes calculadores programables ofereixen la possibilitat de representar gràficament equacions lineals amb dues incògnites de la forma $y = ax + b$ només introduint-hi els coeficients.

Equació de la recta

Quan s'uneixen els punts que s'obtenen a la taula de valors corresponent a una equació lineal en resulta una recta.

Per això, l'equació lineal rep el nom d'**equació de la recta**.

ACTIVITATS

20. Fes una taula de valors i representa gràficament les solucions d'aquestes equacions:

a) $2x - y = 0$

b) $2x + y = 0$

c) $3x - 2y = 0$

d) $2x + 3y = 15$

e) $4 + x = y + 5$

f) $3y - x = 3$

21. Representa les solucions d'aquestes equacions:

a) $x + y = 3$

b) $y - x = 2$

c) $4x + 2y = 12$

d) $-2x + y = 1$

e) $-x + \frac{y}{2} = 4$

f) $2x + y = 5$

5. Resolució gràfica d'un sistema d'equacions

Per resoldre gràficament un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites hem de representar les dues equacions sobre uns mateixos eixos de coordenades. Si les rectes que s'obtenen es tallen en un punt, les coordenades d'aquest punt són la solució del sistema.

EXEMPLE

Resol gràficament el sistema $\begin{cases} -x + 2y = 0 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$.

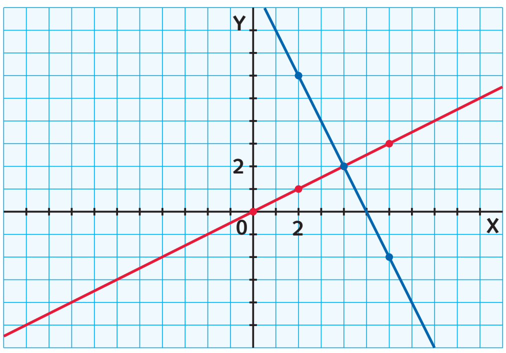
1. Aïllem y en les dues equacions: $y = \dfrac{x}{2}$; $y = 10 - 2x$

2. Construïm les taules de valors:

x	$y = \dfrac{x}{2}$
0	0
2	1
4	2
6	3
…	…

x	$y = 10 - 2x$
0	10
2	6
4	2
6	−2
…	…

3. Representem les rectes:

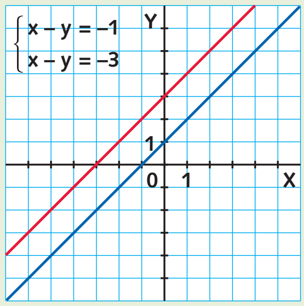


La solució del sistema és $x = 4$, $y = 2$, ja que les dues rectes es tallen en el punt (4, 2).

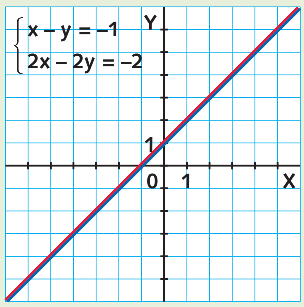
Com que només hi ha una solució, el sistema és compatible determinat.

Atenció

- Si les gràfiques de les dues equacions són rectes paral·leles, el sistema no té solució, perquè no hi ha cap punt que pertanyi a les dues rectes. El sistema és **incompatible**.



- Si les gràfiques de les dues equacions són la mateixa recta, el sistema té infinites solucions, atès que qualsevol punt d'una de les rectes també pertany a l'altra. El sistema és **compatible indeterminat**.



ACTIVITATS

22. Resol gràficament els sistemes d'equacions lineals següents:

a) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$

23. Troba gràficament la solució d'aquests sistemes d'equacions:

a) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 7y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + \dfrac{y}{2} = 6 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$

6. Resolució de problemes

Els sistemes d'equacions s'utilitzen per resoldre problemes. Els passos que has de seguir són els habituals:

1. **Comprensió de l'enunciat.**
   Llegim l'enunciat amb atenció, identificant les quantitats conegudes i fixant-nos en el que pregunta el problema, alhora que triem les incògnites.
2. **Planificació de la resolució.**
   A partir de les condicions del problema, establim un sistema d'equacions.
3. **Execució de la resolució.**
   Resolem el sistema d'equacions.
4. **Resposta.**
   Hem de verificar la solució del sistema obtinguda i donar la resposta, tot comprovant en l'enunciat del problema que es tracta d'una solució vàlida.

Zon@web
www.vicensvives.net/zonaweb
Resol més problemes utilitzant sistemes d'equacions. 5a

EXEMPLE

En un cinema, les entrades per a adults i per a infants tenen preus diferents. Un dia, en el qual van anar al cinema 56 adults i 22 infants, la recaptació va ser de 580 €. L'endemà, hi van assistir 72 adults i 35 infants, i la recaptació va ser de 786 €. Quin és el preu de l'entrada d'adult i el de l'entrada d'infant?

1. S'ha d'esbrinar el preu de l'entrada d'adult i el de l'entrada d'infant.

   Anomenem x el preu de l'entrada d'adult, i y, el preu de l'entrada d'infant.
2. Plantegem el sistema d'equacions:

   El primer dia es van recaptar $56x + 22y$ euros $\Rightarrow$ $56x + 22y = 580$

   El segon dia es van recaptar $72x + 35y$ euros $\Rightarrow$ $72x + 35y = 786$

   Per tant, hem de resoldre el sistema: $\begin{cases} 56x + 22y = 580 \\ 72x + 35y = 786 \end{cases}$
3. Resoldrem aquest sistema d'equacions fent servir el mètode de reducció. Per fer-ho, multipliquem la primera equació per 72 i la segona per 56:

$$\left.\begin{array}{l} 56x + 22y = 580 \\ 72x + 35y = 786 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot\, 72} 4032x + 1584y = 41\,760 \\ \xrightarrow{\cdot\, 56} 4032x + 1960y = 44\,016 \end{array}$$

Tingues-ho en compte

- Alguns dels problemes que es resolen fent servir dues incògnites es poden resoldre utilitzant una sola equació amb una incògnita.

  Però acostuma a ser més fàcil plantejar un sistema de dues equacions amb dues incògnites i resoldre'l.
- La solució d'un sistema d'equacions no depèn del mètode que es triï per resoldre'l. Per tant, triarem en cada cas el que ens sembli més senzill.

Restem les dues últimes equacions obtingudes i resolem l'equació resultant:

$$-376y = -2256 \Rightarrow y = \frac{-2256}{-376} \Rightarrow y = 6$$

Per calcular el valor de x substituïm y per 6 en la primera equació del sistema inicial:

$$56x + 22 \cdot 6 = 580 \Rightarrow 56x + 132 = 580 \Rightarrow 56x = 580 - 132 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 56x = 448 \Rightarrow x = \frac{448}{56} \Rightarrow x = 8$$

4. Per comprovar la solució obtinguda, substituïm en les dues equacions inicials x per 8 i y per 6:

$$\left.\begin{array}{l} 56 \cdot 8 + 22 \cdot 6 = 580 \\ 72 \cdot 8 + 35 \cdot 6 = 786 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Rightarrow 448 + 132 = 580 \\ \Rightarrow 576 + 210 = 786 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l} a \\ b \end{array}}\right\} \begin{array}{l} \Rightarrow 580 = 580 \\ \Rightarrow 786 = 786 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l} a \\ b \end{array}}\right\}$$

Les dues equacions es verifiquen, per tant la solució obtinguda és correcta.

Finalment, responem la pregunta de l'enunciat: el preu de l'entrada d'adult és de 8 € i el preu de l'entrada d'infant és de 6 €.

La solució del sistema ens proporciona el preu de les entrades d'adult i d'infant.

ACTIVITATS

24. En Manel compra 2 kg de pomes i 3 kg de plàtans, i paga 11,5 €. A la mateixa fruiteria, l'Andrea compra 3 kg de pomes i 2 kg de plàtans, i paga 11 €. Quin és el preu per kilogram de cada fruita?

25. En Joan diu a la seva germana Laura: "Si em dónes 2 €, tindrem la mateixa quantitat de diners". La Laura respon a en Joan: "Si em dónes 2 €, tindré el triple que tu". Quants diners té cadascú?

26. Les edats d'en Carles i de la Laia sumen 24 anys. Si a l'edat d'en Carles li restessis 5 anys i els afegissis a l'edat de la Laia, aleshores l'edat de la Laia seria el doble de la d'en Carles. Quina edat té cadascú?

27. Dos nombres sumen 75 i la seva diferència és igual al triple del més petit. Esbrina els nombres.

28. Un pare té 80 anys i el seu fill 38. Quants anys han passat des que l'edat del pare era el quàdruple de l'edat del fill?

29. En una classe hi ha 25 alumnes. La relació entre el nombre de nois i el de noies és 2/3. Calcula quants nois i quantes noies hi ha.

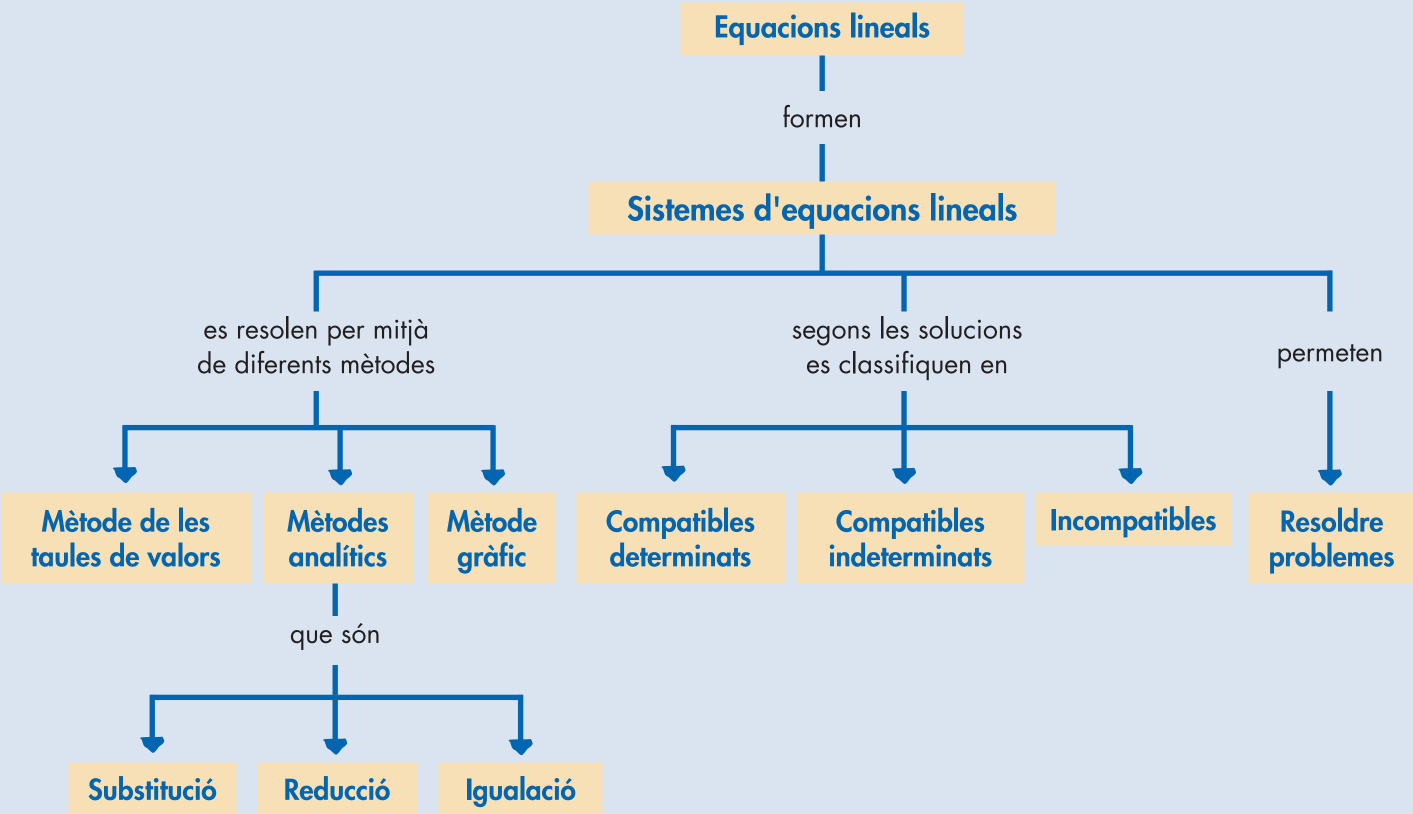
30. En un partit de bàsquet, la suma dels punts aconseguits per en Marc i l'Antoni és 40. Si en Marc hagués marcat 2 punts més i l'Antoni hagués marcat 2 punts menys, els punts de l'Antoni triplicarien els d'en Marc. Esbrina quants punts ha anotat cadascun d'ells.

31. Una empresa envasa 3600 kg de sabó per a rentadores en recipients de 3 kg i de 8 kg. Si s'han fet servir en total 700 recipients, quants envasos de cada tipus s'han utilitzat?

32. La suma de les amplituds de dos angles és de 98° i la diferència és de 32°. Esbrina quant fa cadascun dels angles.

33. Calcula la mida de les diagonals d'un rombe, sabent que difereixen en 4 unitats i la seva raó és 3/4.

Resum



Preguntes clau

1. Què és una equació lineal amb dues incògnites? Posa'n exemples.

2. Considera una equació lineal amb dues incògnites expressada en la forma $ax + by = c$.

Identifica les incògnites, els coeficients i el terme independent.

3. Copia aquestes frases al quadern i completa-les:

a) Un ... de dues equacions lineals està format per dues equacions ... amb dues incògnites.

b) S'anomena ... d'un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites un parell de ... que és solució de cadascuna de les equacions.

c) Dos sistemes són equivalents si tenen les mateixes ... .

4. Aquestes afirmacions són falses. Localitza els errors i, a continuació, escriu al quadern les afirmacions correctes:

a) Un sistema és compatible determinat si té infinites solucions.

b) Un sistema és compatible indeterminat si no té solució.

c) Un sistema és incompatible si té solució única.

5. Enumera els passos que cal seguir per resoldre un sistema d'equacions lineals pels mètodes següents:

a) Substitució.

b) Reducció.

c) Igualació.

– Com es resol gràficament un sistema?

Practica competències bàsiques

EQUACIONS LINEALS

1 ●○○ Troba cinc solucions de l'equació lineal amb dues incògnites $4x + y = 16$.

2 ●○○ Esbrina cinc solucions de l'equació lineal amb dues incògnites $5x - y = 18$.

3 ●○○ Comprova que $x = 3$, $y = 4$ és una solució de l'equació lineal $2x + 7y = 34$.

4 ●○○ Troba tres solucions de l'equació $5x + 2y = 40$.

SOLUCIONS D'UN SISTEMA D'EQUACIONS

5 ●○○ Comprova que $x = 2$, $y = -4$ és la solució d'aquests sistemes d'equacions:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ x - y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - 6y = 26 \end{cases}$$

Són sistemes equivalents?

6 ●●○ Explica què són sistemes d'equacions lineals equivalents i escriu dos sistemes d'equacions lineals amb dues incògnites, x i y, que tinguin com a solució $x = 5$, $y = 3$.

7 ●●○ Escriu al quadern dos sistemes d'equacions lineals amb dues incògnites, x i y, que tinguin com a solució $x = 1$, $y = -2$.

8 ●●○ Escriu un sistema d'equacions lineals amb dues incògnites que només tingui una solució.

9 ●●○ Escriu un sistema d'equacions lineals amb dues incògnites que tingui infinites solucions.

10 ●●○ Escriu un sistema d'equacions lineals amb dues incògnites que no tingui solució.

MÈTODES DE RESOLUCIÓ

11 ●○○ Fes una taula de valors per resoldre el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 18 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases}$$

12 ●○○ Resol aquests sistemes pel mètode de les taules de valors:

a) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 4y = 7 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

13 ●○○ Construeix una taula de valors per a cadascuna de les equacions del sistema $\begin{cases} 7x + y = 25 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$ i troba'n la solució.

14 ●○○ Determina la solució dels sistemes d'equacions lineals següents fent servir el mètode de les taules de valors:

a) $\begin{cases} 0{,}5x + 7 = 6 \\ y - 3x = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 2y = 21 \end{cases}$

15 ●○○ Explica per què resulta poc pràctic el mètode de les taules de valors per resoldre un sistema d'equacions lineals.

16 ●○○ Resol aquests sistemes utilitzant el mètode de substitució:

a) $\begin{cases} 11x - 2y = 5 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 8x + y = 25 \\ 7x - y = 5 \end{cases}$

17 ●○○ Utilitza el mètode de substitució per resoldre aquests sistemes d'equacions lineals:

a) $\begin{cases} x + 2 = y + 3 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x - 12y = -3 \\ 4x + 2y = 16 \end{cases}$

18 ●○○ Resol aquests sistemes fent servir el mètode de reducció:

a) $\begin{cases} 7x - 2y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x - 4y = 10 \\ 11x + 2y = 23 \end{cases}$

19 ●○○ Troba la solució d'aquests sistemes d'equacions lineals utilitzant el mètode de reducció:

a) $\begin{cases} x - 8y = 0 \\ -2x + 14y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ 3x + y = 21 \end{cases}$

20 ●●○ Esbrina la solució d'aquests sistemes recorrent al mètode de substitució:

a) $\begin{cases} 3(x - 3) = y + 1 \\ y - x = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 9x + y = 21 \\ 3(x - 2) + 4y = 12 \end{cases}$

21 ●●○ Troba la solució d'aquests sistemes utilitzant el mètode de substitució:

a) $\begin{cases} \dfrac{y}{3} + 1 = x - 2 \\ 2x - 3(y - 7) = 18 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{2y}{3} = x - 4 \\ \dfrac{x + y}{2} = x - 1 \end{cases}$

22 ●●○ Resol aquests sistemes fent servir el mètode d'igualació:

a) $\begin{cases} 2(x - 2) + y = 15 \\ 2y - x = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + \dfrac{y}{2} = 4 \\ 8x - y = 2 \end{cases}$

Practica competències bàsiques

23 ●●○ Resol aquests sistemes utilitzant el mètode de resolució que prefereixis:

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - y = 1 \\ x + 3y = 27 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 0{,}5y = 15 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x + y = 20 \\ 6x + 4y = 14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 8x + 9y = 6 \\ 3x - 5y = 19 \end{cases}$

24 ●●● Troba la solució d'aquests sistemes fent servir el mètode d'igualació:

a) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}x + \dfrac{y}{4} = 1{,}9 \\ 4{,}5x + \dfrac{y}{2} = 15{,}5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{5}{22}x + \dfrac{3}{11}y = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{19}{51}x - \dfrac{12}{17}y = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$

25 ●●● Troba la solució d'aquests sistemes utilitzant el mètode de reducció:

a) $\begin{cases} x - 5 - 4(y - 3) = 26 \\ 3(x - 4) + 2(y + 2) = -9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3(x - y + 2) + 7x - y = 16 \\ 2(2x + 2y - 3) + 3x - 5y = 0 \end{cases}$

26 ●●● Troba la solució d'aquests sistemes fent servir el mètode de substitució:

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{5}x - \dfrac{1}{4}y = \dfrac{5}{8} \\ 4(x - 2) + 5(3 - y) = -\dfrac{11}{2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x + \dfrac{3}{4}y = -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{5}{2}y = -12 \end{cases}$

27 ●●● Troba la solució d'aquests sistemes fent servir el mètode d'igualació:

a) $\begin{cases} \dfrac{x - \dfrac{1}{2}}{5} = \dfrac{y - 3}{14} \\ 3(y - 3) - 8\left(x - \dfrac{1}{2}\right) = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{4}{5}(x - 3) - 3y = -4\dfrac{2}{5} \\ \dfrac{2}{3}(x - 4) + 2y = 8\dfrac{2}{3} \end{cases}$

28 ●●● Troba la solució d'aquests sistemes utilitzant el mètode que prefereixis:

a) $\begin{cases} \dfrac{x + 1}{2} - \dfrac{x - y}{6} = \dfrac{y - 1}{3} \\ \dfrac{y + 1}{6} - \dfrac{2x - y}{3} = \dfrac{x - 3}{3} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{2x - y}{6} - \dfrac{2x + 15y}{21} = \dfrac{8x + 17y}{14} - 1 \\ \dfrac{8x - 5y}{12} = 1 - \dfrac{1}{2}(x + y) \end{cases}$

29 ●●● Troba la solució d'aquest sistema utilitzant el mètode que prefereixis:

$$\begin{cases} \dfrac{x + 1}{x} = \dfrac{y}{y - 1} \\ \dfrac{2x + 1}{y - 1} = \dfrac{2x - 1}{y + 1} \end{cases}$$

RESOLUCIÓ GRÀFICA

30 ●○○ Fes una taula de valors i representa gràficament les solucions d'aquestes equacions:

a) $2x + y = 7$

b) $x + 2y = 12 + x$

c) $x + \dfrac{2y}{3} = 4$

d) $y - 2x = 1$

e) $-2x + y = 1$

f) $\dfrac{x}{2} + y = 8$

31 ●○○ Representa gràficament les solucions d'aquestes equacions:

a) $-3x + y = 2$

b) $3x - y = 9$

c) $5 + 2x = y + 4$

d) $y = 0{,}2x + 0{,}8$

e) $5x + y = 14$

f) $-3x + 2y = 1$

g) $4y - 3x = -1$

h) $x + 5y = 15$

32 ●●○ Resol gràficament aquests sistemes:

a) $\begin{cases} x + \dfrac{y}{3} = 0 \\ -2x + y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + y = -2 \\ x - y = -6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 3y = 14 \\ 3x - y = 12 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + \dfrac{y + 1}{2} = 7 \\ y - x = 1 \end{cases}$

PROBLEMES

33 ●●○ En Xavier té 30 anys menys que el seu pare. Esbrina quants anys han de passar perquè l'edat del pare sigui sis vegades l'edat d'en Xavier. Interpreta la solució.

34 ●●○ En un examen tipus test hi ha 20 preguntes. Per cada resposta correcta s'obté 1 punt. Si la resposta és incorrecta es disminueix la nota en 0,2 punts. Si la qualificació de l'Alexandre ha estat 12,8 punts, quantes preguntes ha respost correctament i quantes n'ha fallat?

35 ●●○ En una classe de 28 alumnes, la professora ha qualificat els seus alumnes en un examen amb notes 3 o 7. Si la nota mitjana de la classe és 6, quants alumnes han obtingut 3 com a nota? Quants han obtingut 7?

36 ●●○ El cost de producció d'un article s'expressa per $y = 8x$ i els ingressos s'expressen com a $y = 14x - 24$, essent x el nombre d'unitats fabricades i venudes. Calcula a partir de quantes unitats venudes té beneficis l'empresa.

37 ●●○ S'han comprat 36 kg de safrà de dues classes, la primera a 14,60 €/kg i la segona a 15,80 €/kg. Sabent que el cost total de la compra puja a 543,60 €, calcula quants kilograms de cada tipus de safrà s'han comprat.

38 ●●○ Fa cinc anys l'edat d'un pare triplicava l'edat del seu fill. Quines són les seves edats, si d'aquí a cinc anys tan sols la duplicarà?

39 ●●○ Un cotxe miniatura juntament amb la seva capsa val 4 €. Si la relació entre el preu de la capsa i el del cotxe és com 3 és a 5, quin és el preu de cadascun?

40 ●●● Un botiguer fa una compra per valor de 585 €, que consta de caixes de conserves, a 65 € la caixa, i caixes de refrescos, a 25 € cadascuna. Dues de les caixes de conserves i cinc de les de refrescos van patir algun tipus de deteriorament de manera que si ven cada caixa de refrescos 3 € més cara i cada caixa de conserves 5 € més cara que el preu de compra, calcula que les seves pèrdues es reduiran a 221 €. Quina quantitat va comprar de cada article?

41 ●●● Si a un nombre de dues xifres li restes el nombre que s'obté en invertir l'ordre de les xifres, el resultat és 9. Troba les dues xifres del nombre sabent que sumen 11.

42 ●●● Un tren surt de la ciutat A cap a la ciutat B a una velocitat constant de 120 km/h. Al mateix temps, un altre tren surt de B cap a A amb velocitat constant de 90 km/h. Sabent que les ciutats A i B estan separades per 420 km, esbrina el temps que triguen a trobar-se i la distància que queda a cada tren per arribar a l'estació de destinació.

Recorda que l'espai recorregut és igual a la velocitat multiplicada pel temps.

43 ●●● Des d'una nau orbital s'ha llançat, a les 8.00 hora local, una sonda cap a l'interior d'un planeta gasós a una velocitat constant de 50 m/s. Si la seva velocitat de tornada ha estat de 20 m/s i ha entrat a l'hangar a les 16.10, quina ha estat la màxima separació que hi ha hagut entre la sonda i la nau?

44 ●●● Una certa quantitat de diners es reparteix entre diverses ONG. Si el nombre d'aquestes augmentés en tres, cadascuna rebria 25 000 € menys i si disminuís en dues, la situació s'invertiria, és a dir, cadascuna rebria 25 000 € més. Esbrina:

a) La quantitat de diners que s'han de repartir.

b) El nombre d'ONG implicades.

45 ●●● Si sumes les edats de tres nens de dues en dues, donen 8, 10 i 14. Esbrina l'edat de cada nen. Planteja aquest problema amb tres incògnites i resol-lo utilitzant el mètode de substitució.

46 ●●● Després del darrer descobriment de l'accelerador de partícules europeu situat al CERN, s'ha convocat, amb caràcter d'urgència, quaranta-nou savis per a una reunió en la qual es pretén establir la manera de fer públics els resultats obtinguts. Sabem que hi assisteixen el doble nombre de físics que de matemàtics i que el nombre d'aquests és quadruplicat pel de filòsofs. Calcula quants savis de cada branca han assistit a la reunió.

Practica competències bàsiques

PROBLEMES D'ESTRATÈGIA

Raonament invers

Aquesta estratègia s'aplica en la resolució de problemes en què es coneix el resultat d'aplicar un seguit d'operacions a la incògnita.

Per fer-ho, es parteix del resultat que es coneix i, aplicant les operacions inverses, retrocedim fins arribar a la situació inicial.

PROBLEMA RESOLT

Troba el costat d'un quadrat l'àrea del qual excedeixi en 36 cm² l'àrea d'un altre quadrat de costat 8 cm.

Comprensió de l'enunciat

Hem de trobar un nombre tal que en elevar-lo al quadrat i restar-li el quadrat de 8 doni com a resultat 36.

Planificació de la resolució

Recorrem a l'estratègia del raonament invers. Partirem del resultat, 36, i farem les operacions inverses a les descrites a l'enunciat del problema fins arribar al nombre que cerquem.

Execució del pla de resolució

Si anomenem x el nombre que busquem, raonem sobre aquest esquema:

$$x \underset{\text{arrel quadrada}}{\overset{\text{quadrat}}{\rightleftarrows}} x^2 \underset{\text{sumar } 8^2}{\overset{\text{restar } 8^2}{\rightleftarrows}} 36$$

Per tant:

$$x = \sqrt{36 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

Resposta

El quadrat buscat té 10 cm de costat.

PROBLEMES PROPOSATS

47 Troba un nombre el cub del qual excedeix en 20 unitats el quadrat de 14.

48 Troba un nombre el quadrat del qual sigui la meitat del cub de 2.

49 Troba un nombre tal que la cinquena part del seu quadrat disminuïda en 15 unitats doni com a resultat 30.

PREPARA'T PER A LES PROVES PISA

50 Un fabricant de pintures necessita adquirir recipients per emmagatzemar exactament 1 000 L d'un nou producte. L'empresa subministradora disposa de recipients amb capacitats de 400 L, 390 L, 240 L, 230 L, 170 L i 160 L.

Quants recipients de cada tipus haurà d'encarregar el fabricant?

51 Onze municipis d'una comarca decideixen construir una estació solar per a la producció d'energia elèctrica. Cadascun hi contribuirà amb el mateix nombre de panells fotovoltaics. Segons el projecte:

– A l'estiu, els panells fotovoltaics de cada municipi s'agruparan separadament en forma de quadrat.

– A l'hivern, quan el nombre d'hores de radiació disminueix i prenen importància factors d'eficiència energètica, els panells fotovoltaics es reagruparan en un únic quadrat, encara que per a això hauran d'adquirir un nou panell fotovoltaic entre tots.

Quin és el nombre mínim de panells amb què ha de contribuir inicialment cada municipi?

Zon@web www.vicensvives.net/zonaweb
Fes més activitats per preparar-te bé. 5b

Autoavaluació

www.vicensvivesdigital.com/activitatsweb

1 Escriu una equació lineal amb dues incògnites, x i y, que tingui com a solució $x = 2$, $y = -1$.

– Escriu tres solucions més de l'equació que has escrit. Quantes solucions té una equació lineal amb dues incògnites?

2 Aplica el mètode de substitució per resoldre aquest sistema:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

3 Resol pel mètode d'igualació:

$$\begin{cases} 4(x - y) - 3(4x - 7y) = 12 \\ 3(4x - y) - 5(2x + 3y) = -58 \end{cases}$$

4 Resol aquest sistema pel mètode de reducció:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

5 Què s'obté en representar gràficament les solucions d'una equació lineal amb dues incògnites? Posa'n un exemple.

6 Troba gràficament la solució d'aquest sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$

7 Comprova analíticament la solució del sistema de l'activitat anterior per mitjà de qualsevol dels mètodes que coneixes.

8 Afegeix una equació a $2x + y = 4$ per obtenir un sistema que sigui:

a) Compatible indeterminat.

b) Incompatible.

c) Compatible determinat.

9 Dos videojocs costen 84 €. Determina quin és el preu de cada videojoc sabent que un costa 14 € més que l'altre.

10 Un quiosquer vol fer un determinat nombre de lots amb revistes que li sobren. Si fes lots de 8 revistes n'hi faltarien 15, i si els fes de 6 revistes, n'hi sobraria una. Esbrina quantes revistes té i quin és el nombre de lots que vol fer.

Jocs matemàtics Jocs matemàtics Jocs matemàtics Jocs matemàtics

Màgia multiplicativa

- Aquest quadrat màgic és multiplicatiu: el producte dels nombres de cada fila, cada columna i cada diagonal ha de ser el mateix. Copia'l al quadern i completa'l:

10	18	
		2

L'última xifra

- En quina xifra acaba $1 + 9 + 9^2 + \ldots + 9^{2003} + 9^{2004} + 9^{2005}$?

  Fixa't en què acaben les potències de 9 i la suma de dues de consecutives.

Fes d'endeví

- Digues a un company o amic que faci això:

1. Pensa un nombre de més de tres xifres, però que no siguin totes iguals.
2. Forma un altre nombre diferent canviant l'ordre de les xifres.
3. Resta el més petit del més gran.
4. Eleva la diferència al quadrat.
5. Escriu el resultat en un paper i amaga'n una de les xifres.

Ara sorprèn-lo endevinant la xifra que ha amagat: és la diferència entre la suma de les xifres que veus i el següent múltiple de 9. (Per exemple, si la suma és 13, calcules la diferència fins a 18; si és 19, calcules la diferència fins a 27...).