

# 1 Nombres racionals

Els nombres naturals i els nombres enters formen part d'un conjunt més ampli de nombres, els nombres racionals, que són els que poden ser expressats en forma de fracció.

A més, hi ha nombres que no poden ser expressats com a fracció: són els nombres irracionals.



Els antics egipcis ja feien servir fraccions per calcular repartiments de terres i diners.



Les harmòniques proporcions d'aquest dibuix del cos humà, fet per Leonardo da Vinci, es basen en un nombre irracional, el nombre d'or: 1,6180...

# 1. Nombres naturals, enters i fraccionaris

## Els nombres naturals

Els nombres naturals són:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$$

Els nombres naturals es fan servir per comptar, ordenar o identificar.

Escrivim  $\mathbb{N}$  quan ens volem referir al conjunt de tots els nombres naturals. S'escriu  $\mathbb{N}^*$  quan ens volem referir a tots els nombres naturals menys el zero.

## Els nombres enters

Els nombres enters són:

$$\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

El conjunt de tots els nombres enters es representa per  $\mathbb{Z}$  i es forma afegint als nombres naturals els enters negatius, és a dir, els nombres naturals, llevat del 0, precedits del signe  $-$ .

## Els nombres fraccionaris

Els nombres fraccionaris són els que poden ser expressats com a fraccions  $\frac{m}{n}$ , essent  $m$  i  $n$  nombres enters i  $n \neq 0$ .

Per exemple, són nombres fraccionaris  $\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{4}{1}, \frac{-6}{9}, \dots$

Fixa't que tots els nombres naturals també són enters, i que tots els nombres enters es poden considerar fraccionaris, atès que es poden expressar com a fraccions de denominador 1.

Així doncs:

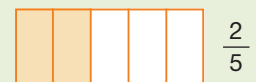
$$2 = \frac{2}{1} ; -5 = \frac{-5}{1} ; 0 = \frac{0}{1}$$

## Concepte de fracció

Qualsevol fracció  $\frac{a}{b}$  es pot considerar com a:

- Part de la unitat

La fracció  $\frac{2}{5}$  s'utilitza per representar que hem dividit la unitat en cinc parts i que n'hem agafat dues.



- Quocient indicat de dos nombres

La fracció  $\frac{2}{5}$  representa el quocient  $2 : 5$ .

- Operador

Una fracció es pot considerar com un operador que actua multiplicant:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \text{ de } 30 &= \frac{2}{5} \cdot 30 = \\ &= \frac{2 \cdot 30}{5} = 12 \end{aligned}$$

## ACTIVITATS

1. Copia i completa aquesta taula:

	4	0,4	$\frac{1}{4}$	-4	4,0
natural					
enter				<del></del>	
fraccionari	<del></del>				

2. Copia al quadern aquestes frases i completa-les:

- El resultat de restar dos nombres naturals no és sempre un nombre ...
- El resultat de dividir dos nombres enters no és sempre un nombre ...
- El resultat de multiplicar dos nombres enters és sempre un nombre ...

## 2. Fraccions equivalents

Dues fraccions  $\frac{a}{b}$  i  $\frac{c}{d}$  són **equivalents** si representen la mateixa part del total. Per comprovar si dues fraccions són equivalents, se'n multipliquen els termes en creu i es comprova si els dos resultats són iguals. Així doncs:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si i només si } a \cdot d = b \cdot c$$

Una altra manera de comprovar si dues fraccions són equivalents és fer la divisió del numerador entre el denominador de totes dues fraccions i fixar-nos si obtenim el mateix resultat.

Per exemple,  $\frac{3}{4}$  i  $\frac{6}{8}$  són equivalents, ja que  $3 : 4 = 0,75$  i  $6 : 8 = 0,75$ .

### 2.1 Obtenció de fraccions equivalents

Obtenim fraccions equivalents per *amplificació* o per *simplificació*.

#### Amplificació d'una fracció

Quan es multipliquen els dos termes d'una fracció per un mateix nombre enter (diferent de 0, 1 i -1), s'obté una altra fracció equivalent. Hem **amplificat** la fracció. Per exemple:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

#### Simplificació d'una fracció

Quan es divideixen els dos termes d'una fracció per un mateix nombre enter (diferent de 0, 1 i -1), s'obté una altra fracció equivalent. Hem **simplificat** la fracció. Per exemple:

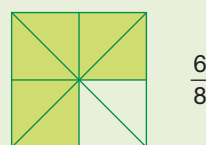
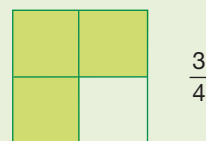
$$\frac{24}{60} = \frac{24 : 12}{60 : 12} = \frac{2}{5}$$

### Etimologia

El terme **fracció** procedeix del llatí *fractio*, "porció".

### Fixa-t'hi

Les fraccions  $\frac{3}{4}$  i  $\frac{6}{8}$  són equivalents, ja que representen la mateixa part del total:

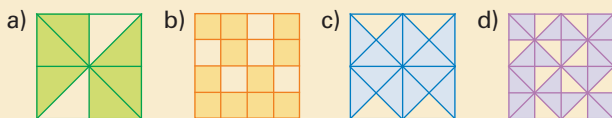


Fixa't que quan en multipliquem en creu els termes obtenim el mateix resultat:

$$3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 \rightarrow 24 = 24$$

## ACTIVITATS

3. Quines d'aquestes fraccions són equivalents?



4. Troba  $x$  per tal que siguin equivalents:

a)  $\frac{3}{8}$  i  $\frac{9}{x}$     b)  $\frac{x}{4}$  i  $\frac{16}{x}$     c)  $\frac{5}{x}$  i  $\frac{2}{4}$     d)  $\frac{16}{x}$  i  $\frac{x}{9}$

5. Troba tres fraccions que siguin el resultat d'amplificar cadascuna de les següents:

a)  $\frac{2}{7}$     b)  $\frac{3}{5}$     c)  $\frac{4}{9}$     d)  $\frac{1}{2}$     e)  $\frac{8}{11}$

6. Troba tres fraccions simplificades d'aquestes:

a)  $\frac{64}{256}$     b)  $\frac{126}{210}$     c)  $\frac{225}{360}$     d)  $\frac{378}{504}$     e)  $\frac{162}{729}$

## 2.2 Fracció irreductible

Anomenem **fracció irreductible** una fracció el numerador i el denominador de la qual no tenen cap divisor comú diferent de 1.

Les fraccions irreductibles no es poden simplificar. Per exemple, la fracció  $\frac{2}{5}$  és una fracció irreductible.

Per buscar la fracció irreductible equivalent a una fracció donada dividim el numerador i el denominador pel m.c.d. de tots dos.

### EXEMPLE

Troba la fracció irreductible equivalent a la fracció  $\frac{72}{108}$ .

1. Calculem el m.c.d. de 72 i 108:

$$72 = 2^3 \cdot 3^2 \text{ i } 108 = 2^2 \cdot 3^3 \Rightarrow \text{m.c.d.}(72 \text{ i } 108) = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

2. Dividim els dos termes de la fracció per 36:  $\frac{72}{108} = \frac{72 : 36}{108 : 36} = \frac{2}{3}$

La fracció  $\frac{2}{3}$  és la fracció irreductible equivalent a  $\frac{72}{108}$ .

## 2.3 Reducció de fraccions a comú denominador

**Reduir diverses fraccions a comú denominador** és transformar-les en unes altres d'equivalents que tinguin el mateix denominador.

Si triem com a denominador comú el m.c.m. dels denominadors, es diu que hem reduït les fraccions al **mínim comú denominador**.

### EXEMPLE

Redueix  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{6}{15}$  i  $\frac{14}{24}$  al mínim comú denominador.

1. Calculem el m.c.m. (9, 15 i 24):  $9 = 3^2$ ;  $15 = 3 \cdot 5$ ;  $24 = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \text{m.c.m.}(9, 15 \text{ i } 24) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$


2. Dividim el m.c.m. trobat, 360, entre cada denominador i multipliquem cada resultat pel numerador corresponent:

$$360 : 9 = 40 \rightarrow 40 \cdot 4 = 160 \rightarrow \text{s'obté } \frac{160}{360} = \frac{4}{9}$$

$$360 : 15 = 24 \rightarrow 24 \cdot 6 = 144 \rightarrow \text{s'obté } \frac{144}{360} = \frac{6}{15}$$

$$360 : 24 = 15 \rightarrow 15 \cdot 14 = 210 \rightarrow \text{s'obté } \frac{210}{360} = \frac{14}{24}$$

## Una mica d'història

Els antics egipcis feien servir el símbol  per representar algunes fraccions.

Aquest símbol, escrit damunt d'un nombre, representava una fracció de numerador 1 i denominador aquest nombre.

### Exemple

$$\frac{\text{Símbol}}{5} = \frac{1}{5}$$

## ACTIVITATS

7. Determina les fraccions irreductibles equivalents a aquestes:

a)  $\frac{175}{450}$                       d)  $\frac{768}{1024}$

b)  $\frac{36}{288}$                         e)  $\frac{420}{625}$

c)  $\frac{105}{250}$                         f)  $\frac{72}{576}$

8. Redueix al mínim comú denominador aquestes fraccions:

a)  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{7}{10}$  i  $\frac{9}{25}$

b)  $\frac{5}{18}$ ,  $\frac{13}{15}$  i  $\frac{11}{45}$

c)  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{15}{20}$  i  $\frac{4}{9}$

# 3. Comparació i representació de fraccions

## 3.1 Comparació i ordenació de fraccions positives

- Si les fraccions tenen el mateix numerador, és menor la que té el denominador més gran. Per exemple,  $\frac{12}{8}$ ,  $\frac{12}{6}$  i  $\frac{12}{9}$  s'ordenen així:

$$\frac{12}{9} < \frac{12}{8} < \frac{12}{6}$$

- Si les fraccions tenen el mateix denominador, és menor la que té el numerador més petit. Per exemple,  $\frac{8}{12}$ ,  $\frac{5}{12}$  i  $\frac{11}{12}$  s'ordenen així:

$$\frac{5}{12} < \frac{8}{12} < \frac{11}{12}$$

- Si les fraccions tenen diferent denominador, s'han de reduir a d'altres amb el mateix denominador. Tot seguit, es comparen les fraccions equivalents trobades.

Per exemple, de  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{6}{15}$  i  $\frac{14}{24}$ , n'obtenim:  $\frac{160}{360}$ ,  $\frac{144}{360}$  i  $\frac{210}{360}$ , que s'ordenen així:

$\frac{144}{360} < \frac{160}{360} < \frac{210}{360}$ . Per tant:

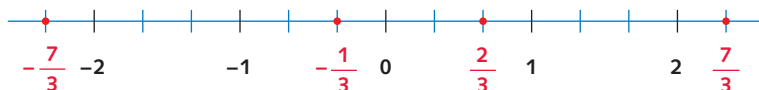
$$\frac{6}{15} < \frac{4}{9} < \frac{14}{24}$$

## 3.2 Representació de fraccions a la recta numèrica

Com s'esdevé amb els nombres naturals i els enters, a cada fracció li correspon un punt de la recta numèrica. Per fer la representació, seguim aquests passos:

1. Es dibuixen sobre la recta els punts corresponents a 0 i 1.
2. Tot seguit, es divideix el segment d'extremes 0 i 1 en tantes parts com indica el denominador de la fracció que s'ha de representar.
3. Si la fracció és positiva, s'avança cap a la dreta del zero tantes parts com indica el numerador.  
Si la fracció és negativa, s'avança cap a l'esquerra del zero tantes parts com indica el numerador.

Així, per exemple:



## Un altre mètode

Una altra manera de comparar i ordenar fraccions consisteix a buscar els nombres decimals corresponents i comparar-los i ordenar-los.

### Exemple

$$\frac{12}{8} = 1,5 \text{ i } \frac{4}{9} = 0,444\dots$$

Com que  $1,5 > 0,444\dots$ , tenim que  $\frac{12}{8} > \frac{4}{9}$ .

## ACTIVITATS

9. Ordena aquestes fraccions de més petita a més gran:

a)  $\frac{12}{17}$ ,  $\frac{2}{17}$  i  $\frac{9}{17}$

b)  $\frac{15}{9}$ ,  $\frac{15}{6}$  i  $\frac{15}{8}$

c)  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{7}{22}$  i  $\frac{8}{25}$

10. Intercala dues fraccions entre  $\frac{9}{11}$  i  $\frac{10}{11}$ .

11. Representa a la recta numèrica els nombres següents:

$$0, 1, 2, \frac{1}{2}, -\frac{5}{6} \text{ i } \frac{7}{3}$$

## 4. Operacions amb fraccions

### 4.1 Suma i resta

#### Suma i resta de fraccions amb el mateix denominador

La **suma** (resta) de dues fraccions amb el **mateix denominador**, és la fracció que té el mateix denominador i el numerador de la qual és la suma (resta) dels numeradors.

Així, per exemple:

$$\frac{3}{20} + \frac{1}{20} + \frac{7}{20} = \frac{3+1+7}{20} = \frac{11}{20} \quad ; \quad \frac{9}{13} - \frac{5}{13} = \frac{9-5}{13} = \frac{4}{13}$$

#### Suma i resta de fraccions amb diferent denominador

Per **sumar** (restar) fraccions amb **diferent denominador**, es redueixen a comú denominador i, tot seguit, se sumen (resten).

Per exemple, per calcular  $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10}$ , reduïm les tres fraccions a comú denominador i fem les operacions indicades. Així doncs:

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10} = \frac{15}{60} + \frac{50}{60} - \frac{18}{60} = \frac{15+50-18}{60} = \frac{47}{60}$$

### 4.2 Multiplicació

El **producte** de dues o més fraccions és la fracció que té com a numerador el producte dels numeradors i com a denominador el producte dels denominadors:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Així, per exemple:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35} \quad ; \quad 2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{7} \quad ; \quad \frac{-5}{8} \cdot \frac{7}{2} = \frac{(-5) \cdot 7}{8 \cdot 2} = \frac{-35}{16}$$


#### Fraccions inverses

Dues fraccions són **inverses** si el seu producte és 1. Per obtenir la inversa d'una fracció s'intercanvien els seus termes.

Per exemple, la fracció inversa de  $\frac{3}{4}$  és  $\frac{4}{3}$ , ja que  $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$ .



#### CALCULADORA

Algunes calculadores disposen de la tecla , que es fa servir per expressar fraccions i operar-hi.

### ACTIVITATS

12. Calcula i simplifica:

a)  $\frac{3}{8} + \frac{5}{16} - \frac{13}{32}$

b)  $\frac{12}{25} + \frac{4}{5} - \frac{7}{10}$

c)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{15}$

13. Escriu la fracció inversa de  $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}$ .

## 4.3 Divisió

Per **dividir** dues fraccions, es multiplica la primera per la inversa de la segona:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Així, per exemple:  $\frac{3}{8} : \frac{5}{9} = \frac{3}{8} \cdot \frac{9}{5} = \frac{3 \cdot 9}{8 \cdot 5} = \frac{27}{40}$

Per dividir dues fraccions també pots multiplicar en creu els termes de les dues fraccions.

$$\frac{3}{8} : \frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9}{8 \cdot 5} = \frac{27}{40}$$

## 4.4 Potenciació

Per elevar una fracció a una potència, s'eleva el numerador i el denominador a l'exponent de la potència.

### Potències d'exponent positiu

Si  $b$  és un nombre enter diferent de zero i  $n$  un nombre enter positiu, es verifica:  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Per exemple:

- $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^3}{5^3} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{64}{125}$
- $\left(\frac{-2}{3}\right)^4 = \frac{(-2)^4}{3^4} = \frac{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{16}{81}$

### Potències d'exponent zero

Si  $a$  i  $b$  són dos nombres enters diferents de zero, es verifica:  $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

Efectivament:  $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = \frac{a^0}{b^0} = \frac{1}{1} = 1$

### Potències d'exponent negatiu

Si  $a$  i  $b$  són dos nombres enters diferents de zero i  $n$  un nombre enter positiu, es verifica:  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n}$ .

Per tant:  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n}$ . Per exemple:  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

## Fixa-t'hi

Les operacions amb fraccions tenen les mateixes propietats que les operacions amb nombres enters.

## Recorda-ho

- $0^0$  no està definit, és a dir, aquesta operació no té significat matemàtic.
- Si  $a$  és un nombre enter diferent de zero i  $n$ , un nombre enter positiu, es verifica:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

## ACTIVITATS

14. Calcula:

a)  $\frac{5}{8} : \frac{25}{12}$     d)  $\frac{7}{16} : \frac{35}{40}$

b)  $\frac{22}{16} : \frac{55}{8}$     e)  $\frac{5}{8} : \frac{25}{12}$

c)  $\frac{5}{8} : 2$     f)  $\left(4 : \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{8}$

15. Fes aquestes operacions:

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3$     c)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4$     d)  $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}$

## 4.5 Arrel quadrada

Per calcular l'arrel quadrada d'una fracció s'extreu l'arrel del numerador i del denominador.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Si  $a$  i  $b$  tenen arrel quadrada exacta, el resultat són dues fraccions oposades:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

## 4.6 Operacions combinades

Quan en una expressió hi ha diverses operacions combinades, has de fer els càlculs seguint aquest ordre:

1. Per començar, es fan les operacions entre parèntesis, operant des de dins cap a fora.
2. Es calculen les potències i les arrels.
3. Es fan les multiplicacions i les divisions en l'ordre en què apareixen.
4. Es fan les sumes i les restes, també en l'ordre en què apareixen.

### EXEMPLE

Calcula  $\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 4\right] : \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot 10\right)$ .

$$\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 4\right] : \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot 10\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{9} \cdot 4\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{20}{5}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{16}{9}\right) : \frac{-50}{15} = \frac{41}{18} : \frac{-50}{15} = \frac{41 \cdot 15}{18 \cdot (-50)} = \frac{615}{-900} = -\frac{41}{60}$$

## Atenció

Encara que  $\sqrt{\frac{9}{64}}$  tingui dos resultats,  $+\frac{3}{8}$  i  $-\frac{3}{8}$ , si surt en una sèrie d'operacions només se'n considera el valor positiu.

### Exemple

$$\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$



## RECURSOS TIC

Si disposes de connexió a Internet, pots fer servir la calculadora WIRIS, eina de càlcul matemàtic en línia d'accés lliure. Investiga les possibilitats d'aquesta eina.

Per introduir una fracció, pots utilitzar la barra / del teclat o bé el símbol  $\frac{\square}{\square}$  que es troba a la pestanya *Operacions* de la *Barra d'eines*.

També pots escriure les fraccions prement a la vegada les tecles **Ctrl** i **/**.

## ACTIVITATS

16. Calcula:

a)  $\sqrt{\frac{64}{81}}$     b)  $\sqrt{\frac{144}{100}}$     c)  $\sqrt{\frac{121}{169}}$     d)  $\sqrt{\frac{1225}{1600}}$

17. Fes aquestes operacions combinades:

a)  $\frac{2}{5} \cdot 3 + \frac{7}{10} + \frac{3}{2}$     b)  $4 - \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$

18. Fes aquestes operacions:

a)  $\frac{5}{16} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{6}\right)$     c)  $\frac{1}{4} : \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)$

b)  $\frac{5}{12} - \frac{7}{18} + \frac{2}{9}$   
 $\frac{1}{1} + \frac{15}{15}$

d)  $2 - \frac{4}{5}$   
 $\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{5}{6} + 1\right)$



## 5. Nombres decimals exactes i periòdics

Quan s'efectua el quocient indicat en una fracció qualsevol  $\frac{m}{n}$ , s'obté com a resultat un nombre decimal, que pot ser exacte o periòdic.

### 5.1 Nombres decimals exactes

Els **nombres decimals exactes** són els que tenen un nombre finit de xifres decimals.

Així, per exemple, 3,7; 45,57 i 68,825 són nombres decimals exactes.

Els nombres enters són nombres decimals exactes, ja que es poden expressar com a tals. Per exemple:  $2 = 2,0$

S'arriba a un nombre decimal exacte quan el denominador de la fracció irreductible equivalent a la de partida només té factors primers 2 i 5.

### 5.2 Nombres decimals periòdics

Els **nombres decimals periòdics** són els que tenen un nombre infinit de xifres decimals, de manera que hi ha una xifra o un grup de xifres que es repeteixen indefinidament. El grup de xifres que es repeteix s'anomena **període**.

Per indicar quin és el període se situa un arc al damunt de les xifres que es repeteixen. Per exemple:  $3,666... = 3,\widehat{6}$  i  $17,2343434... = 17,2\widehat{34}$

Els punts suspensius serveixen per indicar que el nombre té infinites xifres decimals.

S'arriba a un nombre decimal periòdic quan al denominador de la fracció irreductible equivalent a la de partida hi ha altres factors primers que no són 2 ni 5.

### Classificació dels nombres decimals periòdics

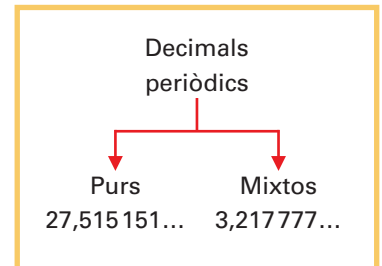
Els nombres decimals periòdics es classifiquen en *periòdics purs* i *periòdics mixtos*:

- **Nombre decimal periòdic pur** és el nombre decimal periòdic el període del qual comença immediatament després de la coma. Per exemple:

$$14,333... = 14,\widehat{3} \quad 7,585858... = 7,\widehat{58}$$

- **Nombre decimal periòdic mixt** és el nombre decimal periòdic el període del qual no comença immediatament després de la coma. És a dir, entre la coma i la primera xifra del període hi ha una xifra o un grup de xifres que no es repeteixen.

Per exemple,  $7,23818181... = 7,23\widehat{81}$  és un nombre decimal periòdic mixt.



## ACTIVITATS

**19.** Classifica els nombres decimals següents:

- a) 2,6                      c)  $2,0\widehat{6}$   
b)  $2,\widehat{6}$                       d) 0,26

**20.** Ordena de més petit a més gran:

0,75; 7,05; 0,075; 75; 7,5;  
0,750;  $0,7\widehat{5}$  i  $0,\widehat{75}$ .

**21.** Classifica els nombres decimals que verifiquen aquestes condicions:

a) El denominador de la seva fracció irreductible equivalent només té factors primers 2 i 5.

b) El denominador de la seva fracció irreductible equivalent té factors primers que no són ni 2 ni 5.

c) Després de la coma, hi ha dues xifres que no es repeteixen seguides d'una xifra que es repeteix indefinidament.

## 6. Obtenció de fraccions generatrius

A cada fracció li correspon un nombre decimal exacte o periòdic. El recíproc també és cert: qualsevol nombre decimal exacte o periòdic es pot expressar en forma de fracció.

**Fracció generatriu** és aquella que s'obté en expressar un nombre decimal exacte o periòdic en forma de fracció.

Distingirem aquests casos:

- **Nombre decimal exacte**

Per obtenir la fracció generatriu d'un nombre decimal exacte, es multiplica i es divideix per la unitat seguida de tants zeros com xifres decimals tingui el nombre. Així doncs,  $15,37 = \frac{15,37 \cdot 100}{100} = \frac{1537}{100}$ .

- **Nombre decimal periòdic pur**

Per exemple, per obtenir la fracció generatriu del nombre  $2,4\overline{1}$ , la suposem coneguda i l'anomenem  $x$ , i per tant  $x = 2,4\overline{1}$ .

Multipliquem tots dos membres d'aquesta igualtat per la unitat seguida de tants zeros com xifres decimals tingui el període:  $100x = 241,4\overline{1}$

Restem membre a membre la primera igualtat de la segona i aïllem  $x$ :

$$\begin{array}{r} 100x = 241,4\overline{1} \\ - \quad x = 2,4\overline{1} \\ \hline 99x = 241 - 2 \Rightarrow x = \frac{241 - 2}{99} \Rightarrow x = \frac{239}{99} \end{array}$$

- **Nombre decimal periòdic mixt**

Per exemple, per trobar la fracció generatriu de  $5,4\overline{16}$ , la suposem coneguda i l'anomenem  $x$ , i per tant  $x = 5,4\overline{16}$ .

Multipliquem tots dos membres d'aquesta igualtat per la unitat seguida de tants zeros com xifres decimals no periòdiques tingui el nombre:

$$10x = 54,1\overline{6}$$

Multipliquem tots dos membres de la igualtat obtinguda per la unitat seguida de tants zeros com xifres decimals tingui el període:

$$1000x = 5416,1\overline{6}$$

Restem la segona igualtat de la tercera i aïllem  $x$ :

$$\begin{array}{r} 1000x = 5416,1\overline{6} \\ - \quad 10x = 54,1\overline{6} \\ \hline 990x = 5416 - 54 \Rightarrow x = \frac{5416 - 54}{990} = \frac{5362}{990} \end{array}$$

Zon@web

[www.vicensvives.net/zonaweb](http://www.vicensvives.net/zonaweb)

Aprèn més coses sobre fraccions i decimals.

1a

### ACTIVITATS

**22.** Esbrina les fraccions generatrius dels nombres decimals següents:

- |          |           |
|----------|-----------|
| a) 5,7   | e) 0,618  |
| b) 2,19  | f) 0,04   |
| c) 7,154 | g) 0,0057 |
| d) -2,4  | h) 9,99   |

**23.** Esbrina les fraccions generatrius dels nombres decimals següents:

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| a) $3,1\overline{9}$   | e) $2,5\overline{8}$  |
| b) $0,7\overline{5}$   | f) $9,12\overline{3}$ |
| c) $7,8\overline{}$    | g) $8,61\overline{7}$ |
| d) $15,30\overline{7}$ | h) $0,024\overline{}$ |

# 7. Nombres racionals i nombres irracionals

## 7.1 Nombres racionals

Anomenem **nombre racional** el conjunt format per totes les fraccions que són equivalents entre si.

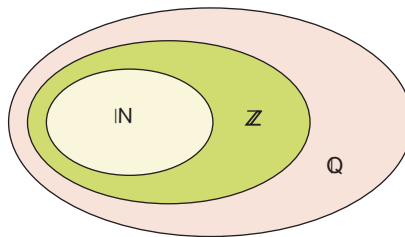
Anomenem **representant** d'un nombre racional qualsevol de les fraccions equivalents que el formen.

Per exemple, el conjunt de fraccions equivalents  $\left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{-4}{-6}, \frac{6}{9}, \dots \right\}$  és un nombre racional.

Cada fracció és un representant d'aquest nombre racional i la fracció irreductible de denominador positiu n'és el **representant canònic**.

El conjunt de tots els nombres racionals es representa amb  $\mathbb{Q}$ .

Escriuim  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$  per indicar que el conjunt  $\mathbb{N}$  dels nombres naturals es troba contingut en el conjunt  $\mathbb{Z}$  dels nombres enters, i que el conjunt  $\mathbb{Z}$  dels nombres enters es troba contingut en el conjunt  $\mathbb{Q}$  dels nombres racionals.



## 7.2 Nombres irracionals

Els nombres decimals no periòdics amb un nombre il·limitat de xifres s'anomenen **nombres irracionals**.

Aquests nombres no es poden escriure en forma de fracció.

Per exemple, aquests nombres són irracionals:

$$\begin{aligned} \pi &= 3,14159\dots & \sqrt{2} &= 1,4142\dots \\ 0,123456789101112\dots & & 0,101100111000\dots & \end{aligned}$$

Els nombres irracionals no pertanyen a cap dels conjunts de nombres que hem estudiat: naturals, enters i racionals.

Per tant, sorgeix la necessitat de tornar a ampliar el concepte de nombre, i definir un nou conjunt que inclogui tots els tipus de nombres anteriors, però que també contingui els nombres irracionals.

Aquest nou conjunt és el conjunt dels **nombres reals**, que estudiarem detalladament a la unitat següent.

### Etimologia

El terme raó procedeix del llatí *ratio*.

Així doncs, els nombres racionals són aquells que poden ser expressats com a raó entre dos enters, és a dir, com a fracció, mentre que en els irracionals això no és possible.

### Tingues-ho en compte

Els nombres enters es poden considerar com a nombres racionals amb denominador 1.

#### Exemples

$$\begin{aligned} 5 &= \frac{5}{1} \\ -8 &= \frac{-8}{1} \\ 0 &= \frac{0}{1} \end{aligned}$$

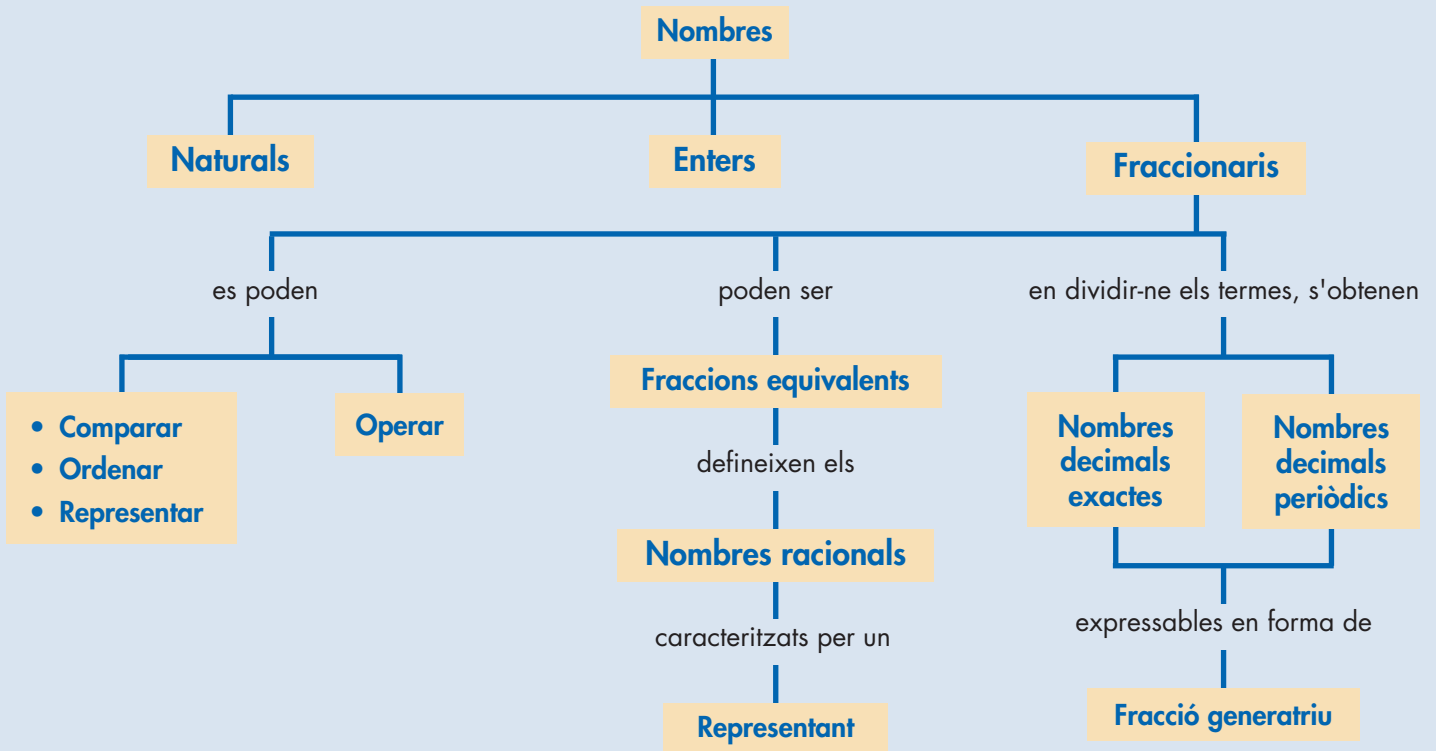
## ACTIVITATS

**24.** Donades les fraccions següents, escriu quatre representants més del mateix nombre racional:

- |                    |                  |
|--------------------|------------------|
| a) $\frac{4}{7}$   | c) $\frac{5}{9}$ |
| b) $\frac{11}{15}$ | d) $\frac{3}{8}$ |

**25.** Escriu cinc nombres irracionals.

# Resum



## Preguntes clau

1. Quins són els nombres naturals? I els enters? I els fraccionaris?
2. Copia i completa aquestes frases:
  - a) Dues fraccions són ... si representen la mateixa part del total.
  - b) S'anomena fracció irreductible una fracció el ... i el ... de la qual no tenen cap divisor comú diferent de 1.
  - c) Reduir diverses fraccions a comú denominador és transformar les fraccions donades en altres ... que tinguin el mateix ...
3. Explica com es representen fraccions a la recta numèrica.
4. Descriu les operacions de suma, resta, multiplicació i divisió de fraccions.
5. Defineix:
  - a) Nombres decimals exactes.
  - b) Nombres decimals periòdics purs.
  - c) Nombres decimals periòdics mixtos.
6. Què és una fracció generatriu?
7. Copia al quadern aquestes frases i completa-les:
  - a) S'anomena nombre racional el conjunt format per totes les ... que són equivalents entre si.
  - b) S'anomena representant d'un nombre racional qualsevol de les fraccions ... que el formen.
  - c) S'anomenen nombres ... els nombres decimals no periòdics amb un nombre il·limitat de xifres.

# Practica competències bàsiques

## NOMBRES NATURALS I NOMBRES ENTERS

**1** ●○○ Calcula:

- a)  $9 - 4 - 2$       d)  $11 - 8 + 4$       g)  $2 - 8 + 3$   
 b)  $5 - (4 - 9)$       e)  $(9 - 5) + (4 - 6)$       h)  $(3 - 7) - 6$   
 c)  $3 - 4 \cdot 2$       f)  $(4 - 5) \cdot (5 - 3)$       i)  $5 + 2 \cdot 5$

**2** ●○○ Copia aquesta taula i senyala amb una creu els conjunts als quals pertanyen els nombres de la primera fila:

	7	0,3	$\frac{3}{5}$	-6	3,00
$\mathbb{N}$					
$\mathbb{Z}$					
$\mathbb{Q}$					

**3** ●○○ Expressa com a potència de base 10 el resultat d'aquestes operacions:

- a)  $10^3 \cdot 10^5$       c)  $0,001 \cdot 10^4$       e)  $0,01 \cdot 0,001$   
 b)  $100 \cdot 100000$       d)  $10^5 \cdot 10^{-2}$       f)  $10000 \cdot 10^{-4}$

**4** ●○○ Canvia el sentit d'una desigualtat si multipliques tots dos membres per un nombre positiu? I si els multipliques per un nombre negatiu? Fes la comprovació amb aquestes desigualtats:

- a)  $3 < 7$       b)  $-2 < 5$       c)  $-4 < -1$

**5** ●○○ Calcula:

- a) La tercera part de 90, 180, 240, 270 i 360.  
 b) La meitat de 500, 1000, 2500, 5800 i 9000.  
 c) La quarta part de 500, 1000 i 60000.

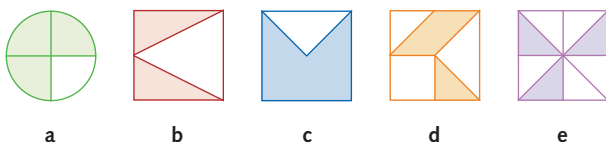
**6** ●●○ Un nombre d'una xifra s'eleva al quadrat i el resultat s'eleva al cub. En quines xifres no pot acabar el nombre obtingut així?

**7** ●●● Esbrina en quina xifra acaben aquests nombres:

- a)  $2^{15}$       b)  $3^{27}$       c)  $7^{215}$       d)  $9^{111}$       e)  $11^{121}$

## FRACCIONS

**8** ●○○ Quina és la fracció que representa la part de color de cada una d'aquestes figures?



**9** ●○○ Troba tres fraccions que siguin el resultat d'amplificar cadascuna de les següents:

- a)  $\frac{2}{5}$       b)  $\frac{5}{8}$       c)  $\frac{6}{13}$       d)  $\frac{7}{12}$

**10** ●○○ Escriu tres fraccions simplificades de cadascuna de les següents:

- a)  $\frac{153}{255}$       b)  $\frac{180}{315}$       c)  $\frac{144}{324}$       d)  $\frac{110}{198}$

**11** ●○○ Troba les fraccions irreductibles equivalents a les següents:

- a)  $\frac{420}{1008}$       b)  $\frac{72}{264}$       c)  $\frac{246}{328}$       d)  $\frac{660}{935}$

**12** ●○○ Redueix al mínim comú denominador aquestes fraccions:

- a)  $\frac{5}{8}, \frac{3}{4}$  i  $\frac{11}{16}$       c)  $\frac{5}{12}, \frac{4}{15}$  i  $\frac{8}{21}$

- b)  $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}$  i  $\frac{11}{15}$       d)  $\frac{3}{10}, \frac{8}{15}$  i  $\frac{13}{20}$

**13** ●○○ Ordena aquestes fraccions de més petita a més gran:

- a)  $\frac{15}{21}, \frac{17}{21}$  i  $\frac{8}{21}$       c)  $\frac{6}{9}, \frac{6}{7}$  i  $\frac{6}{8}$

- b)  $\frac{5}{12}, \frac{15}{22}$  i  $\frac{16}{27}$       d)  $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$  i  $\frac{5}{6}$

**14** ●○○ Representa a la recta numèrica aquestes sèries de nombres:

- a) 0, 1, 4, -5, 7, -9      b) 0, 1, 3,  $-\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$

**15** ●○○ Representa a la recta numèrica aquestes fraccions:

$$\frac{2}{5}, -\frac{3}{4}, \frac{7}{4} \text{ i } -\frac{3}{2}$$

**16** ●●○ Troba  $x$  per tal que les dues fraccions siguin equivalents:

- a)  $\frac{18}{6}$  i  $\frac{9}{x}$       c)  $\frac{x}{45}$  i  $\frac{5}{x}$

- b)  $\frac{15}{x}$  i  $\frac{3}{4}$       d)  $\frac{4}{x}$  i  $\frac{x}{9}$

**17** ●●○ Intercala dues fraccions entre:

- a)  $\frac{11}{15}$  i  $\frac{12}{15}$       b)  $\frac{1}{3}$  i  $\frac{1}{2}$       c)  $\frac{9}{12}$  i  $\frac{10}{12}$



## OPERACIONS AMB FRACCIONS

**18** ●○○ Calcula:

a)  $\frac{4}{9} + \frac{7}{18} - \frac{13}{15}$

d)  $\frac{8}{15} - \frac{17}{27} + \frac{2}{5}$

b)  $\frac{3}{14} + \frac{13}{15} - \frac{9}{21}$

e)  $\frac{4}{5} - \frac{40}{15} + 2$

c)  $\frac{3}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

f)  $\frac{1}{5} + \frac{5}{6} - \frac{6}{5}$

**19** ●○○ Calcula i simplifica:

a)  $\frac{12}{9} \cdot \frac{72}{48}$

d)  $3 \cdot \frac{49}{63} \cdot \frac{16}{21}$

b)  $\frac{45}{24} \cdot \frac{18}{55}$

e)  $\frac{33}{36} \cdot 4 \cdot \frac{27}{88}$

c)  $\frac{30}{75} \cdot \frac{65}{104}$

f)  $\frac{25}{70} \cdot \frac{40}{75} \cdot \frac{90}{16}$

**20** ●○○ Calcula i simplifica:

a)  $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{4}$

c)  $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{16}{10} \cdot \frac{6}{8}$

b)  $\frac{9}{11} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{22}{14} \cdot \frac{3}{4}$

d)  $\frac{15}{32} \cdot \frac{34}{20} \cdot \frac{16}{17} \cdot \frac{5}{4}$

**21** ●○○ Escriu la fracció inversa del resultat de l'operació

$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{3}{4}$

**22** ●○○ Calcula i simplifica:

a)  $\frac{4}{9} : \frac{9}{12}$

c)  $\frac{9}{14} : 3$

e)  $\frac{13}{18} : \frac{39}{42}$

b)  $\frac{3}{16} : \frac{75}{96}$

d)  $\frac{15}{24} : \frac{45}{48}$

f)  $\left(5 : \frac{5}{6}\right) : \frac{2}{9}$

**23** ●○○ Fes les potències següents:

a)  $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

c)  $\left(\frac{3}{4}\right)^4$

e)  $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

b)  $\left(\frac{-3}{4}\right)^3$

d)  $\left(\frac{-5}{7}\right)^2$

f)  $\left(\frac{-6}{5}\right)^3$

**24** ●○○ Calcula aquestes potències:

a)  $\left(\frac{2}{9}\right)^{-2}$

c)  $\left(\frac{5}{4}\right)^{-2}$

e)  $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3}$

b)  $\left(\frac{-1}{6}\right)^{-3}$

d)  $\left(\frac{-3}{7}\right)^{-1}$

f)  $\left(\frac{-9}{5}\right)^{-2}$

**25** ●○○ Calcula el resultat d'aquestes potències:

a)  $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2$

b)  $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}\right]^3$

c)  $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-1}$

d)  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-3}$

**26** ●●○ Expressa en forma de fracció irreductible:

a)  $\frac{3^3}{3^5}$

b)  $\frac{3^{-2}}{3^2}$

c)  $7^{-2}$

d)  $\left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2^2\right)^3$

**27** ●●○ Expressa en forma de fracció:

a)  $\left(\frac{1}{4}\right)^2$

b)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

c)  $\left(\frac{1}{4^2}\right)^{-1}$

d)  $\left(\frac{-1}{4}\right)^3$

**28** ●●○ Expressa com una potència d'una fracció:

a)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{27}{125}$

d)  $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^2$

b)  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

e)  $\left(\frac{3}{5^3} \cdot \frac{3^3}{5}\right)^2$

c)  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$

f)  $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4\right]^{-1}$

**29** ●●○ Fes les operacions indicades:

a)  $\left(\frac{3}{8} + \frac{6}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)$

d)  $\left(\frac{3}{7} + 1\right) - \frac{5}{14} \cdot 3$

b)  $\frac{3}{8} \cdot \frac{6}{9} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$

e)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{20} - \frac{3}{4}$

c)  $\left(3 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{3}\right)$

f)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) : \frac{2}{3}$

**30** ●●○ Fes aquestes operacions:

a)  $\left(\frac{21}{33} \cdot \frac{65}{27}\right) : \left(\frac{9}{16} \cdot \frac{6}{18}\right)$

d)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8}\right) : \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{10}\right)$

b)  $\left(\frac{4}{9} : \frac{2}{7}\right) \cdot \left(\frac{2}{27} : \frac{1}{9}\right)$

e)  $\frac{6}{15} : 3 - \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$

c)  $\frac{1}{8} \cdot \frac{5}{12} + \frac{3}{24} \cdot \frac{4}{28}$

f)  $\left(\frac{4}{9} + \frac{5}{12}\right) : \left(\frac{10}{18} - \frac{1}{6}\right)$

**31** ●●○ Calcula i simplifica si és possible:

a)  $1 - \left[\frac{1}{3} - \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right] : \left[\left(4 - \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} + 2\right)\right]$

b)  $2 + \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right) : \left(3 + \frac{1}{2}\right)$

c)  $3 + 1 - \left[\left(\frac{7}{5} - 1\right) - \left(1 - \frac{5}{7}\right)\right]$

# Practica competències bàsiques

**32** ●●○ Fes aquestes operacions:

$$a) \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} \quad b) \frac{\left(\frac{3}{5} - \frac{5}{8}\right) \cdot \frac{7}{20}}{\frac{5}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{2}} \quad c) \frac{3 - \frac{1}{3}}{\frac{7}{9} + 2}$$

**33** ●●○ Fes aquestes operacions:

$$a) \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \quad b) \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right)^2 \quad c) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

**34** ●●○ Obtén el resultat d'aquestes operacions:

$$a) \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2 \quad e) \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^{-2}$$

$$b) \left(2 - \frac{2}{5}\right)^3 \quad f) \left(\frac{3}{5} + \frac{5}{8} - 1\right)^{-1}$$

$$c) \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}\right)^2 \quad g) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1\right)^{-3}$$

$$d) \left[\left(1 + \frac{1}{5}\right)^2\right]^{-2} \quad h) \left[\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2\right]^3$$

**35** ●●○ Calcula i simplifica:

$$a) \left(4 - \frac{3}{5}\right)^2 : \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right)^{-1} : \frac{2}{3}$$

$$b) \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{15}\right)^2 : \left(5 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$c) \left(7 - \frac{19}{3}\right)^3 : \left(1 + \frac{2}{9}\right)^{-2}$$

**36** ●●○ Fes aquestes operacions:

$$a) \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \quad c) \left(\frac{5}{8}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

$$b) \left(\frac{\frac{4}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}\right)^{-2} \quad d) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

**37** ●●○ Fes les operacions següents:

$$a) \sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{49}{64}} \quad d) \sqrt{\frac{225}{400}} - \sqrt{\frac{324}{1000}}$$

$$b) \sqrt{\frac{4}{25}} : \sqrt{\frac{36}{64}} \quad e) \left(\sqrt{\frac{1}{64}}\right)^3$$

$$c) \sqrt{\frac{16}{25}} + \sqrt{\frac{64}{81}} \quad f) \left(\sqrt{\frac{1}{64}}\right)^4$$

**38** ●●○ Fes aquestes operacions:

$$a) \sqrt{\left(\frac{21}{4} - 5\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)} + 8$$

$$b) \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{7}{9}} : \sqrt{\frac{3}{36} + \left(\frac{1}{6}\right)^2}$$

$$c) \sqrt{15 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}} - 3$$

**39** ●●○ Calcula la mitjana aritmètica de  $\frac{3}{4}$  i  $\frac{5}{6}$ .

**40** ●●● Fes aquestes operacions:

$$a) \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \quad d) \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$$

$$b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - \frac{1}{c} \quad e) \frac{1}{a} : \frac{1}{a^2}$$

$$c) \frac{1}{x} + \frac{1}{xy} - \frac{1}{x^2y} \quad f) a : \frac{1}{a}$$

**41** ●●● Calcula:

$$a) \frac{1 - \frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{b}} \quad b) \frac{\left(a + \frac{1}{b}\right)^2}{\left(a + \frac{1}{c}\right)^2} \quad c) \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + \left(\frac{1}{b}\right)^2}$$

## NOMBRES DECIMALS

**42** ●○○ Classifica aquests nombres decimals:

$$a) 1,75 \quad b) 3,\widehat{6} \quad c) 14,0\widehat{6} \quad d) 0,76$$

**43** ●○○ Ordena aquests nombres de més petit a més gran:

$$0,48 ; 4,85 ; 48 ; 4,8 ; 0,480 ; 0,4\widehat{8} ; 0,\widehat{48}$$

**44** ●○○ Calcula el nombre decimal que s'obté quan fem la divisió:

$$a) \frac{1}{4} \quad c) \frac{3}{8} \quad e) \frac{3}{6}$$

$$b) \frac{3}{10} \quad d) \frac{3}{20} \quad f) \frac{3}{5}$$

**45** ●○○ Troba les fraccions generatrius d'aquests nombres decimals:

$$a) 3,7 \quad c) 4,19 \quad e) 7,169 \quad g) 2,608$$

$$b) 1,06 \quad d) 0,0038 \quad f) -12,3 \quad h) 8,88$$



**46** ●○○ Esbrina les fraccions generatrius d'aquests nombres decimals:

- a)  $5,\overline{24}$                       d)  $9,\overline{123}$                       g)  $15,\overline{307}$   
 b)  $5,\overline{1}$                               e)  $32,\overline{8}$                               h)  $0,\overline{174}$   
 c)  $2,\overline{75}$                               f)  $9,\overline{217}$                               i)  $4,\overline{723}$

**47** ●○○ Troba tres representants més del nombre racional  $\frac{5}{6}$ .

**48** ●●○ Sense fer les divisions, indica quines d'aquestes fraccions es transformen en nombres decimals exactes i quines es transformen en nombres decimals periòdics:

- a)  $\frac{10}{256}$                               c)  $\frac{15}{200}$                               e)  $\frac{20}{81}$   
 b)  $\frac{73}{125}$                               d)  $\frac{225}{300}$                               f)  $\frac{56}{1000}$

**49** ●●● Demuestra que  $1,999\dots$  és igual a 2.

### PROBLEMES

**50** ●●○ Una figura es descompon en un triangle de base 2 i altura  $\frac{3}{4}$  i un rectangle de base  $\frac{2}{3}$  i altura  $\frac{1}{4}$ .

Busca l'àrea total de la figura.

**51** ●●○ Quan la Diana se'n va anar de viatge, va perdre la maleta. La Diana ha comprat vestuari i altres coses, a fi de reposar el que s'havia extraviat, per valor de 840 €. La companyia aèria paga una indemnització del 40% d'aquesta quantitat. Quant rebrà la Diana?

**52** ●●○ En Tomeu té estalviats 1200 €. En un viatge es gasta  $\frac{5}{8}$  d'aquesta quantitat, i de la resta se'n gasta  $\frac{2}{9}$  per convidar els amics pel seu aniversari. Quant li queda al final?

**53** ●●○ En un centre escolar de 1200 alumnes, el 60% són de nacionalitat espanyola, el 20% procedeixen d'Amèrica del Sud, el 12% són del nord d'Àfrica i la resta vénen de diversos països europeus. Esbrina:

- a) Quants espanyols hi ha?  
 b) Quants llatinoamericans hi ha?  
 c) Quants alumnes procedeixen del nord d'Àfrica?  
 d) Quants n'hi ha d'altres països europeus?

**54** ●●○ Una empresa té 72 cavalls de curses, dels quals  $\frac{5}{24}$  estan lesionats o malalts i  $\frac{7}{36}$  estan en període de descans. Quants en queden per córrer?

**55** ●●○ A les festes del poble, la Carme s'ha gastat  $\frac{3}{4}$  de 120 €, i la seva amiga Rita,  $\frac{5}{6}$  dels 132 € que tenia. Quina ha gastat més diners? Quant els queda a l'una i a l'altra?

**56** ●●○ La Itziar té  $\frac{5}{8}$  i la Mònica  $\frac{7}{12}$  del capital de l'empresa de la qual són sòcies. Quina té una part més gran de l'empresa?

**57** ●●○ En Joan i la Maria Lluïsa recorren per etapes el camí de Sant Jaume. El primer dia van caminar  $\frac{1}{5}$  del recorregut que pensaven fer, el segon dia en van recórrer  $\frac{1}{6}$ , i el tercer dia,  $\frac{1}{4}$ . Al començament de la quarta jornada de camí, encara els quedaven 46 km per arribar a Santiago de Compostel·la. A quina distància es trobaven d'aquesta ciutat quan van començar el viatge el primer dia?



**58** ●●● Un granger va vendre  $\frac{2}{3}$  dels pollastres que tenia. Més endavant en va vendre  $\frac{7}{12}$  dels 120 que li quedaven. Quants pollastres tenia al començament? I al final? Quants pollastres va vendre en total?

**59** ●●● Una fàbrica de galetes gasta diàriament  $\frac{1}{11}$  de la farina que té emmagatzemada. Si cada dia en reposa  $\frac{1}{12}$  de la mateixa quantitat, quants dies passaran fins que es quedi sense farina?

**60** ●●● Una llanxa ha recorregut 72 km en 48 min i una altra ha recorregut 65 km en 40 min. Quina d'aquestes llanxes ha anat a més velocitat?



# Practica competències bàsiques

## PROBLEMES D'ESTRATÈGIA

En aquest apartat introduïrem, al llarg del llibre, un seguit d'**estratègies de resolució** que t'ajudaran a enfrontar-te a nombrosos problemes.

Tant aquestes estratègies com el mètode general de resolució de problemes que et presentem són deguts al famós matemàtic hongarès Polya. Pots trobar més informació sobre el seu treball a la referència:

Polya, G., *Cómo plantear y resolver problemas*, Ed. Trillas, Ciudad de México, 1956 (successives reimpressions).

Com veuràs, algunes d'aquestes estratègies són específiques per resoldre un determinat tipus de problemes, i d'altres són més generals.

L'elecció de l'estratègia més adequada dependrà de la teva habilitat. No et desanimis si el camí triat no et porta a la solució. Modifica el pla de resolució i persevera en la cerca de la solució correcta.

### Com resoldre un problema

Els passos que et proposem per resoldre un problema són:

1. Comprensió de l'enunciat.
2. Planificació de la resolució.
3. Execució del pla de resolució.
4. Resposta.

Analitzem detalladament cadascun d'aquests passos.

#### 1. Comprensió de l'enunciat

Abans d'abordar la resolució d'un problema és molt important comprendre'n l'enunciat.

- No continuis la lectura de l'enunciat si trobes paraules o conceptes matemàtics que no entens: consulta el significat dels termes dubtosos.
- Determina les dades i les incògnites i expressa les relacions que hi hagi entre elles.

#### 2. Planificació de la resolució

Dissenya un pla per resoldre el problema:

- Reflexiona sobre si pots utilitzar una estratègia determinada de resolució de problemes.
- Esbrina les operacions que has de fer i l'ordre.

#### 3. Execució del pla de resolució

Du a terme el pla de resolució que has dissenyat.

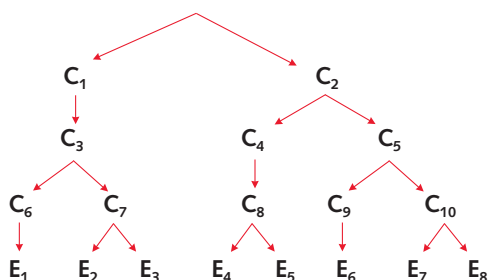
#### 4. Resposta

Expressa la solució del problema:

- Sigues clar i precís en la resposta.
- No t'oblidis de comprovar que les operacions que has fet són correctes i que la solució satisfà les condicions de l'enunciat.

## PREPARA'T PER A LES PROVES PISA

**61** Des d'una central solar es reparteix l'energia captada a vuit empreses situades a 10 km de la central per mitjà d'un sistema de distribució, reflectit en aquesta xarxa, que disposa de deu punts de control del flux, indicats per mitjà d'una C.



- a) Classifica les empreses per grups segons el seu consum energètic.
- b) En quin tant per cent les de més consum superen les de menys consum?
- c) Quin percentatge d'energia es perd si s'avaria el punt de control C<sub>5</sub>?
- d) Si E<sub>6</sub> no rep energia, quins controls podrien haver fallat? Algun dels casos possibles afectaria altres empreses?

Zon@web

[www.vicensvives.net/zonaweb](http://www.vicensvives.net/zonaweb)

Fes més activitats per preparar-te bé.

1b

**1** Indica el menor conjunt ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ) al qual pertany cada un d'aquests nombres:  $-1$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $0,75$ ;  $79$

**2** Escriu:

a) Tres fraccions equivalents a  $\frac{2}{9}$  i els termes de les quals siguin més grans que els d'aquesta.

b) Tres fraccions equivalents a  $\frac{100}{250}$  i els termes de

les quals siguin més petits que els d'aquesta.

c) La fracció irreductible equivalent a  $\frac{105}{225}$ .

**3** Troba  $x$  perquè les dues fraccions siguin equivalents:

a)  $\frac{21}{15}$  i  $\frac{7}{x}$       b)  $\frac{x}{64}$  i  $\frac{9}{4}$       c)  $\frac{x}{48}$  i  $\frac{3}{x}$

**4** Ordena de més petit a més gran:

$\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{4}{5}, \frac{5}{9}$

**5** Representa a la recta les fraccions  $-\frac{3}{4}$  i  $\frac{7}{5}$ .

**6** Fes aquestes operacions:

a)  $\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{4} + \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{2}{5}$       b)  $\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}}$

**7** Opera i simplifica:

a)  $\left[\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^3\right] : \left(\frac{-3}{4}\right)^2$

b)  $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} : \sqrt{\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{15}}$

**8** Indica de quin tipus és cadascun d'aquests nombres decimals i busca'n la fracció generatriu:

a)  $0,\widehat{6}$       b)  $1,0\widehat{34}$       c)  $13,62$

**9** És racional el nombre  $\sqrt{3}$ ? I el nombre  $\pi$ ? Justifica les respostes.

**10** Els  $\frac{2}{5}$  dels alumnes d'una classe fan alguna activitat extraescolar. Si són 25, quants alumnes hi ha que no fan cap activitat extraescolar?

## Jocs matemàtics Jocs matemàtics Jocs matemàtics Jocs matemàtics

### Encreuat numèric

• Copia aquest quadre numèric al quadern i omple'l segons les indicacions:

B ↓	A →	D ↓	F ↓
		E →	
C →			

- A. Les xifres sumen 10.
- B. És D multiplicat per la meitat de E.
- C. És un múltiple de 3.
- D. E n'és un divisor.
- E. És quadrat d'un nombre parell.
- F. És un nombre capicua tal que la xifra de les desenes és el triple de la suma de les altres dues xifres.

### Tres en ratlla

• Dibuixa nou punts disposats com a la figura següent i uneix-los amb quatre línies rectes. No pots aixecar el llapis del paper ni passar dues vegades per la mateixa recta.



• Fes això mateix amb setze punts i sis línies rectes.

