

Comencem

- Expressa en hores i minuts 1,6 h.

$$1,6 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,6 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,6 \text{ h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 1 \text{ h} + 36 \text{ min} \rightarrow 1 \text{ h } 36 \text{ min}$$

- En calcular les tres quartes parts d'un nombre s'obté de resultat 24. Quin és aquest nombre?

$x \rightarrow$ nombre

$$\frac{3x}{4} = 24 \rightarrow 3x = 96 \rightarrow x = 32$$

- En període de rebaixes es paga per un article els $\frac{4}{5}$ del seu preu sense rebaixar. Quin és el tant per cent de descompte que s'aplica?

Paguem $\frac{4}{5}$ del preu $\rightarrow$ ens descomptem $\frac{1}{5}$ del preu

$$\frac{1}{5} \cdot 100 = 20 \rightarrow 20 \% \text{ de descompte}$$

- Un municipi té 2 450 habitants amb dret a vot. Si en les últimes eleccions municipals van exercir aquest dret 1 750 ciutadans i ciutadanes, quin va ser el percentatge de participació?

$$\frac{1\,750}{2\,450} \cdot 100 = 71,43 \% \text{ de participació}$$

Exercicis

- Determina el valor de la lletra en cadascuna d'aquestes fraccions per tal que representin el mateix nombre racional que la fracció $\frac{4}{9}$:

a) $\frac{r}{63}$

b) $\frac{68}{s}$

c) $\frac{52}{t}$

d) $\frac{u}{-171}$

a) $\frac{r}{63} = \frac{4}{9} \rightarrow r = \frac{63 \cdot 4}{9} = 28$

b) $\frac{68}{s} = \frac{4}{9} \rightarrow s = \frac{68 \cdot 9}{4} = 153$

c) $\frac{52}{t} = \frac{4}{9} \rightarrow t = \frac{52 \cdot 9}{4} = 117$

d) $\frac{u}{-171} = \frac{4}{9} \rightarrow u = \frac{-4 \cdot 171}{9} = -76$

- Són equivalents les fraccions $\frac{17}{13}$ i $\frac{323}{247}$?

Sí, perquè $17 \cdot 247 = 13 \cdot 323 = 4\,199$

- Simplifica les fraccions següents:

a) $\frac{52}{91}$

b) $-\frac{121}{77}$

c) $\frac{350}{300}$

d) $-\frac{138}{174}$

a) $\frac{52}{91} = \frac{52 : 13}{91 : 13} = \frac{4}{7}$

b) $-\frac{121}{77} = -\frac{121 : 11}{77 : 11} = -\frac{11}{7}$

c) $\frac{350}{300} = \frac{350 : 50}{300 : 50} = \frac{7}{6}$

d) $-\frac{138}{174} = -\frac{138 : 6}{174 : 6} = -\frac{23}{29}$

- Determina el valor de x sabent que les fraccions $\frac{4}{x}$ i $\frac{x}{9}$ representen el mateix nombre racional.

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{9} \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6$$

- Calcula l'expressió decimal d'aquestes fraccions i classifica els nombres decimals que obtinguis en exactes, periòdics purs o periòdics mixtos:

a) $\frac{17}{6}$

b) $-\frac{7}{11}$

c) $\frac{117}{50}$

d) $-\frac{45}{7}$

a) $\frac{17}{6} = 2,8\overline{3}$ nombre decimal periòdic mixt.

b) $-\frac{7}{11} = -0,6\overline{3}$ nombre decimal periòdic pur.

c) $\frac{117}{50} = 2,34$ nombre decimal exacte.

d) $-\frac{45}{7} = -6,4\overline{28571}$ nombre decimal periòdic pur.

6. Determina la fracció generatriu dels nombres decimals següents:

a) $2,\overline{63}$ b) $1,\overline{023}$

c) $-0,48$ d) $1,\overline{441}$

$$\begin{aligned} \text{a) } f &= 2,\overline{63} = 2,6363... \\ 100f &= 263,63... \\ -f &= -2,63... \\ \hline 99f &= 261 \rightarrow f = \frac{261}{99} = \frac{29}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f &= 1,\overline{023} = 1,0233... \\ 1000f &= 1023,3... \\ -100f &= -102,3... \\ \hline 900f &= 921 \rightarrow f = \frac{921}{900} = \frac{307}{300} \end{aligned}$$

$$\text{c) } f = -0,48 \rightarrow 100f = -48 \rightarrow f = -\frac{48}{100} = -\frac{12}{25}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } f &= 1,\overline{441} = 1,441441... \\ 1000f &= 1441,441... \\ -f &= -1,441... \\ \hline 999f &= 1440 \rightarrow f = \frac{1440}{999} = \frac{160}{111} \end{aligned}$$

7. Sense realitzar cap càlcul, escriu el nombre decimal exacte que correspon a cadascun dels nombres decimals periòdics:

a) $1,\overline{69}$ b) $1,\overline{009}$

c) $4,\overline{8769}$ d) $-2,\overline{119}$

a) 1,7

b) 0,01

c) 4,877

d) -2,12

8. El $63,\overline{63}\%$ dels 88 alumnes de 1r de batxillerat d'un institut van aprovar totes les matèries. A quants alumnes els va quedar alguna matèria pendent?

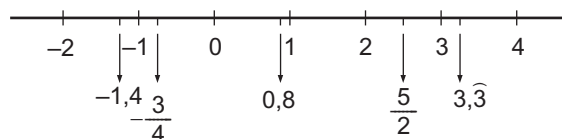
$$\begin{aligned} f &= 63,\overline{63} = 63,6363... \\ 100f &= 6363,63... \\ -f &= -63,63... \\ \hline 99f &= 6300 \rightarrow f = \frac{6300}{99} = \frac{700}{11} \end{aligned}$$

$$\text{El } 63,\overline{63}\% \text{ és el } \frac{700}{11}\%$$

$$\begin{aligned} \text{Van aprovar: } \frac{700}{100} \text{ de } 88 &= \frac{7}{11} \text{ de } 88 = \\ &= \frac{7 \cdot 88}{11} = 56 \text{ alumnes.} \end{aligned}$$

A $88 - 56 = 32$ alumnes els va quedar alguna matèria pendent.

9. Representa a la recta numèrica els següents nombres racionals. Un cop els hagis representat, ordena'ls del més petit al més gran:



10. Indica entre quins nombres enters consecutius es troba cadascun d'aquests nombres racionals:

a) $-1,68$

b) $\frac{35}{17}$

c) $\frac{-78}{23}$

d) $-0,\overline{78}$

e) $\frac{179}{3}$

f) $\frac{-11}{33}$

a) -2 i -1

b) 2 i 3

c) -4 i -3

d) -1 i 0

e) 59 i 60

f) -1 i 0

11. Troba cinc nombres racionals compresos entre $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$.

Resposta oberta. Per exemple: $0,34$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{9}$; $0,45$ i $\frac{5}{12}$.

12. Quina fracció és més gran, $\frac{-11}{12}$ o $\frac{-12}{13}$?

$$-\frac{11}{12} > -\frac{12}{13}, \text{ perquè:}$$

$$-11 \cdot 13 > -12 \cdot 12 \quad (-143 > -144)$$

13. Tres recipients contenen aigua: el primer $\frac{7}{8}$

de litre, el segon $\frac{8}{9}$ de litre i el tercer $\frac{9}{10}$ de litre. Quin recipient conté menys aigua de tots tres? Quin dels tres recipients conté més aigua?

$$\frac{7}{8} < \frac{8}{9} < \frac{9}{10} \rightarrow \text{El primer recipient és el que conté menys aigua, i el tercer és el que en conté més.}$$

14. Ordena del més gran al més petit els nombres racionals següents:

$$\frac{6}{5}, 0, -1,89, -2, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, -1,8\overline{9}, \frac{3}{100}$$

$$\frac{6}{5} > \frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{3}{100} > 0 > -1,89 > -1,8\overline{9} > -2$$

15. Calcula el resultat de les operacions següents:

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{6} \left(1 - \frac{1}{7}\right) - \frac{3}{14}$

c) $2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ d) $\frac{4}{3} : \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2}\right)^3$

e) $\frac{0,36 - 0,227}{1 - \frac{17}{22}}$

f) $\frac{3\left(2 - \frac{1}{6}\right) - \frac{11}{17} : \frac{12}{17} - 1}{\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{12}}$

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{19}{15}$

b) $\frac{5}{6} \left(1 - \frac{1}{7}\right) - \frac{3}{14} = \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} - \frac{3}{14} =$
 $= \frac{5}{7} - \frac{3}{14} = \frac{1}{2}$

c) $2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

d) $\frac{4}{3} : \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2 - \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$

e) $\frac{0,36 - 0,227}{1 - \frac{17}{22}} = \frac{\frac{4}{11} - \frac{5}{22}}{\frac{5}{22}} = \frac{3}{22} : \frac{5}{22} = \frac{3}{5}$

f) $\frac{3\left(2 - \frac{1}{6}\right) - \frac{11}{17} : \frac{12}{17} - 1}{\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{12}} =$
 $= \frac{3 \cdot \frac{11}{6} - \frac{11}{12} - 1}{1} = \frac{43}{12}$

16. Quin és el nombre que multiplicat per $\frac{2}{3}$ dóna $\frac{7}{4}$? I el que sumat a $\frac{4}{5}$ dóna $\frac{1}{2}$?

$$\frac{2}{3}x = \frac{7}{4} \rightarrow x = \frac{7}{4} : \frac{2}{3} = \frac{21}{8}$$

$$\frac{4}{5} + y = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2} - \frac{4}{5} = -\frac{3}{10}$$

17. Es venen els $\frac{2}{3}$ d'una peça de roba i després, la meitat del que quedava. Quina fracció de peça s'ha venut? Quina fracció en queda encara per vendre?

Es venen $\frac{2}{3}$ de la peça $\rightarrow$ queda per vendre'n $\frac{1}{3}$.

Es ven $\frac{1}{2}$ del que queda $\rightarrow$ es ven $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3} =$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

En total s'ha venut $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ de la peça de roba. Encara queda per vendre $\frac{1}{6}$.

18. Amb una ampolla que conté $\frac{3}{4}$ de litre de vi, quants gots de $\frac{1}{20}$ L de capacitat podem omplir?

$$\frac{3}{4} \text{ L} \cdot \frac{1 \text{ got}}{\frac{1}{20} \text{ L}} = 15 \text{ gots}$$

19. Una aixeta omple un dipòsit en 3 hores i una altra l'omple en 4. Quina part del dipòsit omplen en una hora les dues aixetes obertes alhora? Si el dipòsit està buit i s'obren simultàniament les dues aixetes, quant trigaran a omplir-lo?

En una hora les dues aixetes omplen $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$
 $= \frac{7}{12}$ del dipòsit. Trigaran a omplir-lo $\frac{12}{7}$ h, que és 1 h 42 min 51 s.

20. Calcula els $\frac{2}{3}$ dels $\frac{3}{5}$ de 755.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot 755 = 302$$

21. Una pastilla conté un 20 % d'aspirina, un 40 % de vitamina C i la resta és excipient. Si pesa 2,5 grams, quants mil·ligrams conté de cada component?

$$2,5 \text{ g} = 2500 \text{ mg}$$

$$20 \% \text{ de } 2500 \text{ mg} = 500 \text{ g d'aspirina}$$

$$40 \% \text{ de } 2500 \text{ mg} = 1000 \text{ mg de vitamina C}$$

$$2500 - (500 + 1000) = 1000 \text{ mg d'excipient}$$

22. Un tipus de llet produeix $\frac{4}{15}$ del seu pes en

nata, i la nata els $\frac{7}{25}$ del seu pes en mantega. Quina fracció del pes de la llet representa la mantega? Quants quilograms de mantega es poden obtenir a partir de 175 kg d'aquesta llet?

La mantega representa $\frac{7}{25} \cdot \frac{4}{15} = \frac{28}{375}$ del pes de la llet.

Els $\frac{28}{375}$ de 175 kg = $\frac{28 \cdot 175}{375} = 13,07$ kg de mantega.

23. El cafè perd $\frac{1}{5}$ del seu pes en el procés de torrefacció. Quin serà el pes de 75 kg de cafè després de sotmetre'ls a aquest procés?

Si el cafè perd $\frac{1}{5}$ del seu pes, en conserva els

$$\frac{4}{5}.$$

$$\frac{4}{5} \text{ de } 75 = \frac{4 \cdot 75}{5} = 60 \text{ kg}$$

24. Quatre nombres naturals a , b , c i d , de manera que $a > b > c > d$, compleixen la relació següent: cadascun és igual als $\frac{2}{3}$ del que el precedeix. Quina fracció de a és d ? Quin és el valor més petit que pot tenir a ?

$$a; b = \frac{2}{3}a; c = \frac{2}{3}b = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}a = \frac{4}{9}a$$

$$d = \frac{2}{3}c = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9}a = \frac{8}{27}a; d = \frac{8}{27}a$$

El valor més petit que pot tenir a és 27, ja que d ha de ser un nombre natural i, per tant, a ha de ser necessàriament múltiple de 27.

25. Realitza les operacions següents i simplifica'n els resultats:

$$a) \frac{1}{2x+2y} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \quad b) \frac{3x}{x+2y} : \frac{xy}{2x+4y}$$

$$a) \frac{1}{2x+2y} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = \frac{1}{2(x+y)} \cdot \frac{y+x}{xy} = \frac{1}{2xy}$$

$$b) \frac{3x}{x+2y} : \frac{xy}{2x+4y} = \frac{3x \cdot 2(x+2y)}{(x+2y)xy} = \frac{6}{y}$$

26. Una aixeta omple un dipòsit en 5 hores i el desguàs el buida en 4. El dipòsit està ple i s'obren al mateix temps l'aixeta i el des-

guàs. Quina fracció del dipòsit es buida en una hora? Quant trigarà a buidar-se del tot?

En una hora es buida $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ del dipòsit.

El dipòsit trigarà 20 h a buidar-se del tot.

27. En una classe de 30 alumnes, 12 són noies. Quin percentatge del total d'alumnes de la classe representen les noies?

Representen el $\frac{12}{30} \cdot 100 = 40\%$ del total d'alumnes.

28. Per retard en el pagament, es van haver d'abonar 50,01 € per un rebut l'import del qual era de 47,18 €. Quin percentatge de recàrrec es va aplicar?

Es van pagar de més $50,01 - 47,18 = 2,83$ €.

Representa el recàrrec del $\frac{2,83}{47,18} \cdot 100 = 6\%$

29. La factura de la reparació d'un cotxe és de 184,40 €. Si sabem que l'IVA que s'hi aplica és del 16 %, quin era l'import de la factura sense IVA?

L'import de la factura sense IVA era:

$$184,40 : 1,16 = 158,97 \text{ €}$$

30. El 6 % dels assistents a un concert va entrar sense invitació i l'1,5 % va aconseguir entrar sense pagar. Quin tant per cent dels assistents va adquirir la seva entrada?

Va entrar de franc el $6\% + 1,5\% = 7,5\%$ dels assistents.

Aleshores, van pagar l'entrada el 92,5 %.

31. El 40 % dels habitants d'una ciutat són homes i, d'aquests, el 15 % són fumadors. Quin percentatge d'homes fumadors hi ha a la ciutat?

El 15 % del 40 % són $\frac{15}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{6}{100}$. Per tant, a la ciutat hi ha el 6 % d'homes que fumen.

32. Les accions d'una empresa que cotitza a la borsa van pujar un 2,5 % dilluns i un 4,8 % dimarts. Si quan va començar la sessió borsària de dilluns una acció d'aquesta empresa costava 12,84 €, quin era el seu preu quan es va tancar la sessió de dimarts? Quants diners va guanyar en aquests dos dies un accionista que tenia títols de l'empresa per valor de 10 000 €?

En tancar la sessió de dimarts, una acció d'aquesta empresa costava:

$$12,84 \cdot 1,025 \cdot 1,048 = 13,79 \text{ €}$$

En aquests dos dies, els 10 000 € invertits es van transformar en:

$$10\,000 \cdot 1,025 \cdot 1,048 = 10\,742 \text{ €}$$

L'accionista va guanyar:

$$10\,742 - 10\,000 = 742 \text{ €}$$

- 33. Catalunya té aproximadament 6,2 milions d'habitants. Suposant que la taxa anual de creixement de la població catalana durant els pròxims cinc anys sigui constant i igual al 2%, quants habitants hi haurà en el nostre país quan hagi finalitzat aquest període de temps?**

A Catalunya hi haurà $6,2 \cdot 1,02^5 = 6,85$ milions d'habitants.

- 34. Es col·loquen 2 500 € en una llibreta a termini que garanteix un 4,2 % de rèdit anual durant 3 anys. Si en cap moment se'n retiren els interessos, quants diners hi haurà a la llibreta un cop hagin transcorregut 3 anys des que es va fer la imposició?**

A la llibreta hi haurà $2\,500 \cdot 1,042^3 = 2\,828,42 \text{ €}$

Acabem

- 1. Expressa com una fracció irreductible de la unitat que apareix entre parèntesis:**

a) 15 min (1h) b) 30 h (1 dia)
c) 75 cm (1 m) d) 73 dies (1 any)

a) $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{30}{24} = \frac{5}{4}$

c) $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{73}{365} = \frac{1}{5}$

- 2. Troba la fracció generatriu dels nombres decimals següents:**

a) 1,083 b) 0,225
c) -2,85 d) 5,06

a) $f = 1,08\overline{3} = 1,0833\ldots$

$$1\,000f = 1\,083,3\ldots$$

$$\frac{-100f = -108,3\ldots}{900f = 975 \rightarrow f = \frac{975}{900} = \frac{13}{12}}$$

b) $f = 0,22\overline{5} = 0,225225\ldots$

$$1\,000f = 225,225\ldots$$

$$\frac{-f = -0,225\ldots}{999f = 225 \rightarrow f = \frac{225}{999} = \frac{25}{111}}$$

c) $f = -2,85 \rightarrow 100f = -285 \rightarrow$

$$\rightarrow f = \frac{-285}{100} = -\frac{57}{20}$$

d) $f = 5,0\overline{6} = 5,066\ldots$

$$100f = 506,6\ldots$$

$$\frac{-10f = -50,6\ldots}{90f = 456 \rightarrow f = \frac{456}{90} = \frac{76}{15}}$$

- 3. S'han presentat 40 alumnes a un examen i només l'han aprovat 25. Quin percentatge d'alumnes no ha superat la prova?**

No han superat l'examen $40 - 25 = 15$ alumnes.

Representen el $\frac{15}{40} \cdot 100 = 37,5 \%$ del total.

- 4. Efectua les operacions següents:**

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{27} + \frac{9}{4} : \frac{3}{2}$ b) $\frac{0,6 - 0,54}{1 - 0,72}$

c) $2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ d) $\frac{2^{-1} - 2^{-2}}{3^0 - 3^{-1}}$

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{27} + \frac{9}{4} : \frac{3}{2} = \frac{2}{9} + \frac{3}{2} = \frac{31}{18}$

b) $\frac{0,6 - 0,54}{1 - 0,72} = \frac{\frac{3}{5} - \frac{6}{11}}{1 - \frac{8}{11}} = \frac{3}{55} : \frac{3}{11} = \frac{1}{5}$

c) $2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = 2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2 - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}$

d) $\frac{2^{-1} - 2^{-2}}{3^0 - 3^{-1}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{8}$

- 5. Si $p = \frac{2}{3}$, $q = -\frac{1}{2}$ i $r = \frac{3}{5}$, determina el valor numèric de les expressions algebraïques següents:**

a) $(p+q)^2$ b) $(p-q)^2$
c) $(q+r)(q-r)$ d) $3p - 2q : 5r$

a) $(p+q)^2 = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

b) $(p-q)^2 = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36}$

c) $(q+r)(q-r) = q^2 - r^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{9}{25} = -\frac{11}{100}$

d) $3p - 2q : 5r = 2 + 1 : 3 = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

6. Durant un partit de bàsquet, el jugador A va aconseguir encistellar 5 dels 11 triples que va llançar, mentre que el jugador B va encistellar-ne 4 de 7 intents. Quin dels dos jugadors va aconseguir un millor percentatge en aquest tipus de llançaments?

El jugador B, perquè $\frac{4}{7} > \frac{5}{11}$

7. El novembre de 1998 el gasoil A es venia a 0,51 €/L i al cap d'un any, a 0,63 €/L. Quin va ser l'increment percentual del preu d'aquest combustible durant aquest període?

Increment del preu d'1 L de gasoil A:

$$0,63 - 0,51 = 0,12 \text{ €}$$

$$\frac{0,12}{0,51} \cdot 100 = 23,53 \%$$

8. L'IPC previst pel govern per a l'any 2000 era del 2%. En canvi, l'IPC real va ser del 3,9%. Suposant que es va produir un augment del 3,9% en el preu de tots els articles, quin era el preu el gener de 2000 d'una camisa que el gener de 2001 costava 49,47 €?

El preu era de $49,47 : 1,039 = 47,61 \text{ €}$.

9. El cap de família va repartir 39 vaques entre els seus quatre fills. Al primer volia deixar-li la meitat de les vaques; al segon, la quarta part; al tercer, la vuitena part, i al quart, la desena part. No sabia com fer-ho fins que un dels seus veïns li va donar la solució: li va deixar una vaca més. Ara, amb 40 vaques, en va poder donar 20 al primer dels seus fills, 10 al segon, 5 al tercer i 4 al quart i, fins i tot, va poder tornar la vaca al veí. Podries explicar el que succeeix?

Succeeix que no reparteix totes les vaques que té, ja que:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{39}{40} < 1$$

10. Comprova que es verifica:

$$0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,75 \cdot 0,8 \cdot 0,83 \cdot 0,857142 \cdot$$

$$\cdot 0,875 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,1$$

Si trobes les fraccions generatrius dels primers factors i verifiques que la seqüència és la que sembla, et resultarà molt senzill.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} =$$

$$= \frac{1}{10} = 0,1$$

11. Realitza aquestes operacions i simplifica'n els resultats:

$$a) \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{y^2 - x^2} \quad b) xy \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{y} \right)$$

$$a) \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{y^2 - x^2} = \frac{\frac{y-x}{xy}}{(y+x)(y-x)} = \frac{1}{xy(y+x)(y-x)} = \frac{1}{xy(x+y)}$$

$$b) xy \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{y} \right) = xy \cdot \left(\frac{4}{x^2} - \frac{4}{y^2} \right) = xy \cdot \frac{4(y^2 - x^2)}{x^2 y^2} = \frac{4(y^2 - x^2)}{xy}$$

12. Un trajecte es divideix en tres etapes. A la primera es recorren $\frac{2}{5}$ del total; a la segona, $\frac{1}{2}$ del que queda, i a la tercera, els 22,5 km que encara resten. Quina és la longitud del trajecte? Quants quilòmetres es van recórrer a la primera etapa? I a la segona?

Primera etapa $\rightarrow \frac{2}{5}$ del total (queden $\frac{3}{5}$ del trajecte).

Segona etapa $\rightarrow \frac{1}{2}$ de $\frac{3}{5} = \frac{3}{10}$ del total.

Primera etapa + segona etapa $\rightarrow$

$$\rightarrow \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \text{ del total}$$

A la tercera etapa es recorren 22,5 km que representen els $\frac{3}{10}$ del total

$$\frac{3}{10} \rightarrow 22,5 \text{ km}; \frac{1}{10} \rightarrow 7,5 \text{ km}; \frac{10}{10} \rightarrow 75 \text{ km}.$$

La longitud del trajecte és de 75 km.

A la primera etapa es van recórrer: $\frac{2}{5}$ de 75 km = $= \frac{2 \cdot 75}{5} = 30 \text{ km}$, i a la segona, $\frac{3}{10}$ de 75 km = $= \frac{3 \cdot 75}{10} = 22,5 \text{ km}$, els mateixos que a la tercera.

13. Disposem de 50 € per comprar un regal. Si el comprem en una botiga en què tots els productes estan rebaixats un 20 %, quin és el preu màxim que pot tenir el regal per poder-lo adquirir?

El preu màxim del regal que podem adquirir és de $50 : 0,8 = 62,5 \text{ €}$.

- 14.** L'índex de la borsa inicia la setmana en 100 i el seu comportament durant els cinc dies feiners és el següent: dilluns baixa un 15,2 %, dimarts puja un 7,5 %, dimecres puja un 16 %, dijous baixa un 12,4 % i divendres puja un 18,6 %. Amb quin índex tanca la borsa la setmana?

La borsa tanca la setmana amb l'índex:

$$100 \cdot (1 - 0,152) \cdot (1 + 0,075) \cdot (1 + 0,16) \cdot (1 - 0,124) \cdot (1 + 0,186) = 109,86$$

- 15.** Indica quina de les opcions següents és més convenient per al comprador:

- a) Que el venedor li cobri el preu marcat.
b) Que el venedor augmenti un 15 % el preu de l'article i, posteriorment, li apliqui un 15 % de descompte.

- a) Paga el 100 % del preu de mercat.
b) Paga $100 \cdot 1,15 \cdot 0,85 = 97,75$ % del preu de mercat.

L'opció B és més avantatjosa per al comprador.

- 16.** Un inversor diposita 10 000 € en un compte que ofereix un interès anual del 5 %. El banc li reté un 25 % dels interessos en concepte d'impostos. A més, quan faci la declaració de la renda, haurà de pagar un 32 % de la quantitat neta que haurà rebut. Quin és l'interès real que obtindrà de la inversió?

Interès real de la inversió:

$$5 \cdot (1 - 0,25) \cdot (1 - 0,32) = 2,55 \%$$

- 17.** El 70 % dels alumnes matriculats aproven el segon curs de batxillerat. D'aquests, el 85 % es presenten a les proves d'accés a la universitat i, d'aquests, el 90 % les aproven. Quin percentatge d'alumnes matriculats a 2n de batxillerat poden accedir a la universitat?

$$0,7 \cdot 0,85 \cdot 0,9 = 0,5355$$

Poden accedir a la universitat el 53,55 % dels alumnes matriculats a 2n de batxillerat.

- 18.** Si un bitllet senzill d'autobús costa 1 €, i un abonament de 10 viatges costa 5,24 €, quin tant per cent ens estalviem quan comprem l'abonament?

Amb abonament, cada viatge costa 0,524 €. Per cada viatge estalviem $1 - 0,524 = 0,576$ €. Com que el preu de referència és 1 €, estalviem el 57,6 % amb l'abonament.

- 19.** Un comerciant ven els seus articles a les rebaixes de gener pels $\frac{5}{8}$ del seu preu el desembre, i a les rebaixes de febrer els ven pels $\frac{2}{3}$ del seu preu a les rebaixes de gener. Determina:

- a) El preu que té un jersei en els mesos de desembre i de gener sabent que el mes de febrer es ven per 18,03 €.

- b) El preu els mesos de desembre i de febrer d'uns pantalons que el mes de gener es venen per 41,47 €.

a) Preu al desembre $\rightarrow 18,03 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} = 43,27$ €

Preu al gener $\rightarrow 18,03 \cdot \frac{3}{2} = 27,05$ €

b) Preu al desembre $\rightarrow 41,47 \cdot \frac{8}{5} = 66,35$ €

Preu al febrer $\rightarrow 41,47 \cdot \frac{2}{3} = 27,65$ €

- 20.** El 66,6 % dels habitants d'una ciutat tenen menys de 45 anys, i d'aquests, els $\frac{3}{5}$ són menors de 30 anys.

- a) Expressa en tant per cent el nombre d'habitants d'aquesta ciutat que tenen menys de 30 anys.

- b) Si la ciutat té 45 600 habitants, quants en tenen més de 45 anys?

$$66,6\% \rightarrow \frac{200}{3}\% \rightarrow \text{els } \frac{2}{3} \text{ dels habitants.}$$

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot 100 = 40\%$

- b) Tenen més de 45 anys $\frac{1}{3}$ dels habitants de la ciutat. $\frac{1}{3}$ de 45 600 = $\frac{45\,600}{3} = 15\,200$ habitants.

- 21.** Durant una campanya publicitària, el cost dels anuncis de ràdio suposa $\frac{1}{4}$ del que es gasta en anuncis de televisió, i el cost dels anuncis de premsa suposa $\frac{7}{8}$ del que es gasta en televisió. Si el que s'utilitza per a la televisió representa $\frac{2}{5}$ del total de la despesa de la campanya, determina:

- a) El tant per cent de la despesa total de la campanya que representen els anuncis de ràdio.

- b) La fracció de la despesa total que representen els anuncis de premsa.

a) Anuncis de ràdio: $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot 100 = 10\%$

b) Anuncis de premsa: $\frac{7}{8}$ de $\frac{2}{5} = \frac{7}{20}$ de la despesa total.

- 22.** El preu d'un article rebaixat un 12% és de 80,92 €. Quin serà el preu d'aquest mateix article si l'incrementem un 15%?

El preu serà de:

$$(80,92 : 0,88) \cdot 1,15 = 105,75 \text{ €}$$

- 23.** Quan l'aigua es congela, augmenta el seu volum un $\frac{50}{37}$ %. Quants litres d'aigua líquida obtindriem de la fusió de 7,5 m³ de gel?

$$7,5 \text{ m}^3 = 7\,500 \text{ L}$$

Obtindriem: $7\,500 : \left(1 + \frac{50}{37}\right) = 7\,400 \text{ L}$ d'aigua líquida.

- 24.** Un hospital de Tarragona i un altre d'Hamburg han experimentat dues tècniques, A i B, per tal de tractar els malalts afectats pel mateix tipus de virus. A Tarragona, el tractament A va aconseguir curar 2 dels 4 malalts tractats, i el tractament B, 9 de 20. A Hamburg, el tractament A va aconseguir curar 3 malalts dels 11 tractats, mentre que el B en va curar 2 de 10.

a) Quin tractament va aconseguir un percentatge més gran de curacions a Tarragona?

b) I a Hamburg?

c) I en el conjunt dels dos hospitals?

a) El tractament A, ja que $\frac{2}{4} > \frac{9}{20}$.

b) També el tractament A, ja que $\frac{3}{11} > \frac{2}{10}$.

c) El tractament B, ja que $\frac{11}{30} > \frac{5}{15}$.

- 25.** Un agent immobiliari compra un pis per 102 172 € i inverteix 9 015 € a fer-hi millores. A quin preu ha de vendre el pis si vol obtenir un 18% de benefici?

Ha de vendre el pis per:

$$(102\,172 + 9\,015) \cdot 1,18 = 131\,200,66 \text{ €}$$

- 26.** La sanció econòmica per estacionar el cotxe damunt de la vorera és de 90,15 €. Si es fa efectiva en un termini de 15 dies, s'aplica un descompte del 10%, i si encara no s'ha pagat un cop han transcorregut 3 mesos, hi ha un recàrrec del 20%. Calcula els diners que s'estalvia una persona que paga la multa després de 10 dies en relació a una altra que ho fa als tres mesos.

Preu de la multa amb descompte →
→ $90,15 \cdot 0,9 = 81,14 \text{ €}$

Import de la multa amb recàrrec →
→ $90,15 \cdot 1,2 = 108,18 \text{ €}$

Estalvi: $108,18 - 81,14 = 27,04 \text{ €}$

- 27.** El 90% dels habitants d'un poble són catòlics, però només el 25% dels catòlics són practicants.

a) Quin és el percentatge de catòlics practicants que hi ha en aquest poble?

b) Si el poble té 400 habitants, quants catòlics no practicants hi estan censats?

a) $\frac{25}{100}$ del $\frac{90}{100} = \frac{25}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{2\,250}{10\,000} \rightarrow$
→ 22,5% de catòlics practicants.

b) 22,5% catòlics practicants → 77,5% catòlics no practicants.

$$400 \cdot 0,775 = 310$$

Hi ha censats 310 catòlics no practicants.

- 28.** La meitat del 75% dels alumnes d'una classe de primer de batxillerat són noies. Quants alumnes hi ha en aquesta classe sabent que, si en representem per n el nombre, es compleix $20 < n < 25$?

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{75}{100} = \frac{75}{200} = \frac{3}{8}$$

Els $\frac{3}{8}$ dels alumnes de la classe són noies. Si

$20 < n < 25$ i n és múltiple de 8, necessàriament $n = 24$.

A la classe hi ha 24 alumnes: 9 noies i 15 nois.