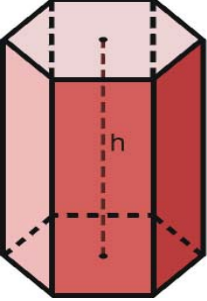
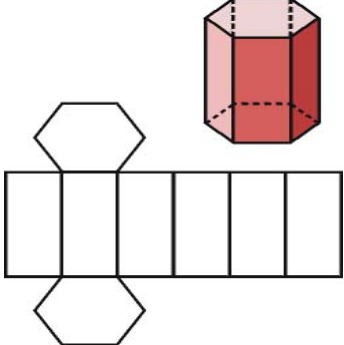
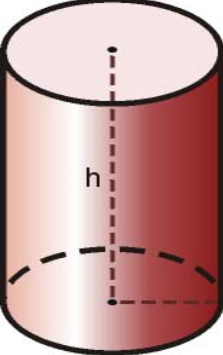
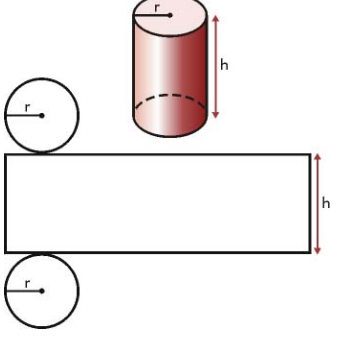
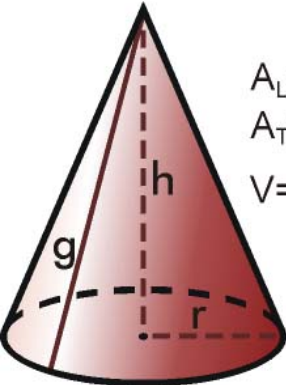
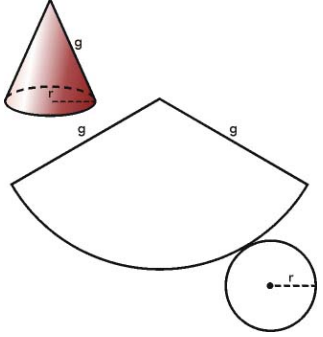




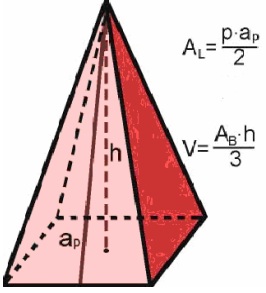
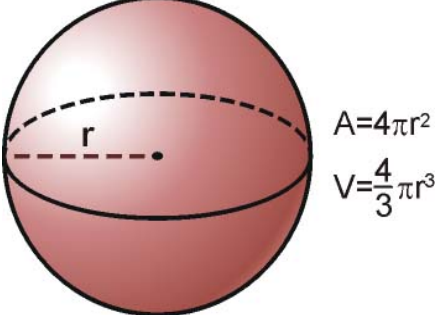
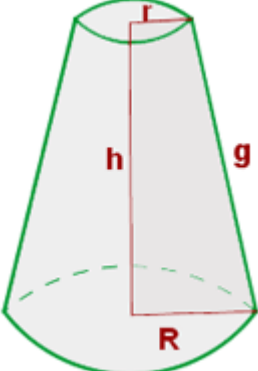
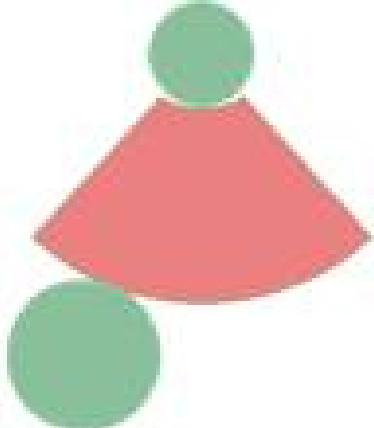
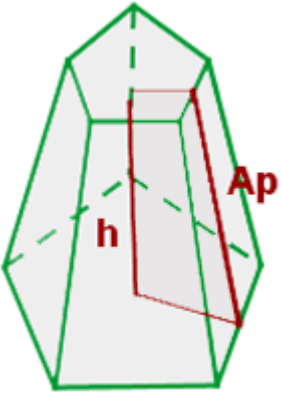
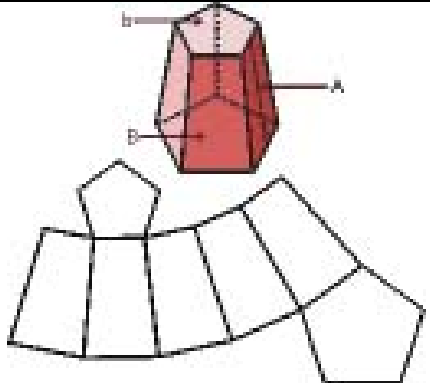
## SUPERFÍCIES I VOLUMS DE COSSOS GEOMÈTRICS

### COSSOS GEOMÈTRICS

<p><b>PRISMA</b></p>  <p> <math>A_L = p \cdot h</math>  <math>A_T = p \cdot h + 2A_B</math>  <math>V = A_B \cdot h</math> </p>	
<p><b>CILINDRE</b></p>  <p> <math>A_L = 2\pi r \cdot h</math>  <math>A_T = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2</math>  <math>V = \pi r^2 \cdot h</math> </p>	
<p><b>CON</b></p>  <p> <math>A_L = \pi r \cdot g</math>  <math>A_T = \pi r \cdot g + \pi r^2</math>  <math>V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h</math> </p>	
<p><b>PIRÀMIDE</b></p>	<p><b>ESFERA</b></p>



*superfície i volum*

	
<p><b>TRONC DE CON</b></p>  $A_L = \frac{(P + p)g}{2}$ $A_T = A_L + B + b$ $V = \frac{1}{3}(B + b + \sqrt{Bb})h$	
<p><b>TRONC DE PIRÀMIDE</b></p>  $A_L = \frac{(P + p)A_p}{2}$ $A_T = A_L + B + b$ $V = \frac{1}{3}(B + b + \sqrt{Bb})h$	

**EXERCICIS**

1

Trobeu la superfície i el volum dels cossos següents si la unitat de longitud es mesura en centímetres.

a)	b)
----	----

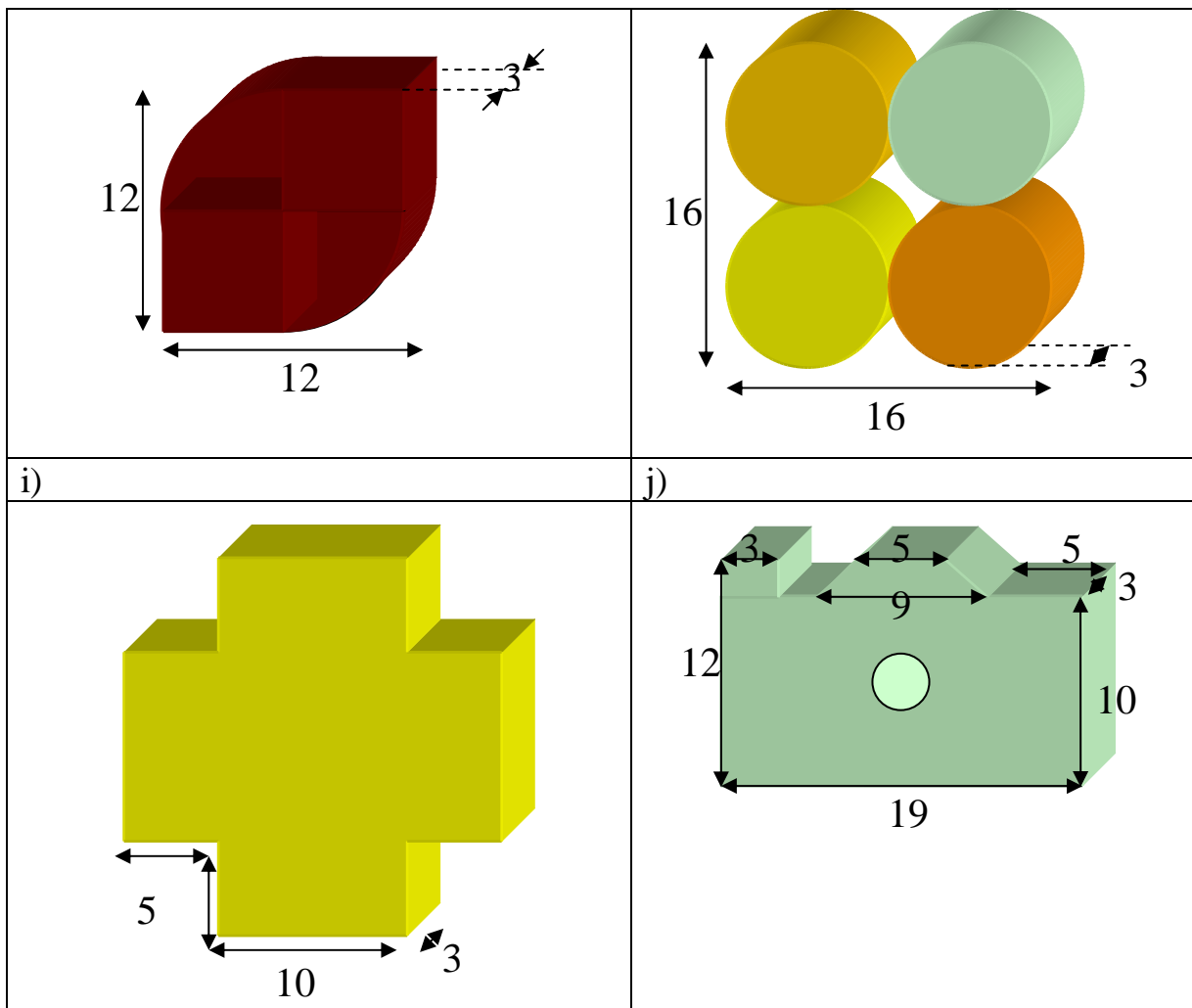


superfície i volum

<p>Diagram c) shows a yellow composite shape. It consists of a cylinder with a diameter of 12 and a height of 10, topped with a hemispherical cap of radius 6.</p>	<p>Diagram d) shows a 3D perspective view of a brown cylindrical shell with an outer radius of 8 and an inner radius of 8, and a height of 10. A green cylinder with a diameter of 26 is shown inside it.</p>
<p>c)</p> <p>Diagram e) shows a blue composite shape. It consists of a cylinder with a diameter of 12 and a height of 10, topped with a hemispherical cap of radius 6, and a conical bottom with a height of 4.</p>	<p>d)</p> <p>Diagram f) shows a 3D perspective view of a red rectangular prism with dimensions 16 by 6 by 6, and a green cylinder with a diameter of 8 and a height of 10 attached to its top surface.</p>
<p>e)</p> <p>Diagram g) shows a green rectangular prism with dimensions 12 by 12 by 12, and a yellow rectangular prism with dimensions 6 by 6 by 6 attached to its side.</p>	<p>f)</p> <p>Diagram h) shows a brown composite shape consisting of a cylinder with a diameter of 3 and a length of 23, and a rectangular prism with a height of 10 attached to its side.</p>
<p>g)</p>	<p>h)</p>



superfície i volum



Sol.

a	$S = 264\pi \text{ cm}^2$	$V = 648\pi \text{ cm}^3$
b	$S = 626\pi \text{ cm}^2$	$V = 1552\pi \text{ cm}^3$
c	$S = \pi \cdot (6 \cdot \sqrt{52} + 192) \text{ cm}^2$	$V = \frac{46}{3} \cdot \pi \text{ cm}^3$
d	$S = (76 + 80 \cdot \pi) \text{ cm}^2$	$V = (1536 + 200\pi) \text{ cm}^3$
e	$S = 1008 \text{ cm}^2$	$V = 1944 \text{ cm}^3$
f	$S = 2(180 + \frac{25 \cdot \pi}{2}) + 2(46 + \pi \cdot 5) \text{ cm}^2$	$V = 2(180 + \frac{25 \cdot \pi}{2}) \text{ cm}^3$
g	$S = 2(72 + \frac{\pi \cdot 6^2}{2}) + 3(\pi \cdot 6 + 24) \text{ cm}^2$	$V = 3(72 + \frac{\pi \cdot 6^2}{2}) \text{ cm}^3$
h	$S = 4(2 \cdot \pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 3) \text{ cm}^2$	$V = 4(\pi \cdot 4^2 \cdot 3) \text{ cm}^3$
i	$S = 2(20^2 - 4 \cdot 5^2) + 3 \cdot 80 \text{ cm}^2$	$V = (20^2 - 4 \cdot 5^2) \cdot 3 \text{ cm}^3$



j  $S = 2(19 \cdot 12 - 18) + 3(58 + 4\sqrt{2})$   $V = 2(19 \cdot 12 - 18) \cdot 3$

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-bottom: 10px;">2</div> <p>Trobeu la superfície i el volum dels cossos següents si la unitat de longitud es mesura en cm.</p>	
<p>a)</p>	<p>b)</p>
<p>c)</p>	<p>d)</p>
<p>e)</p>	<p>f)</p>
<p>g)</p>	<p>h)</p>

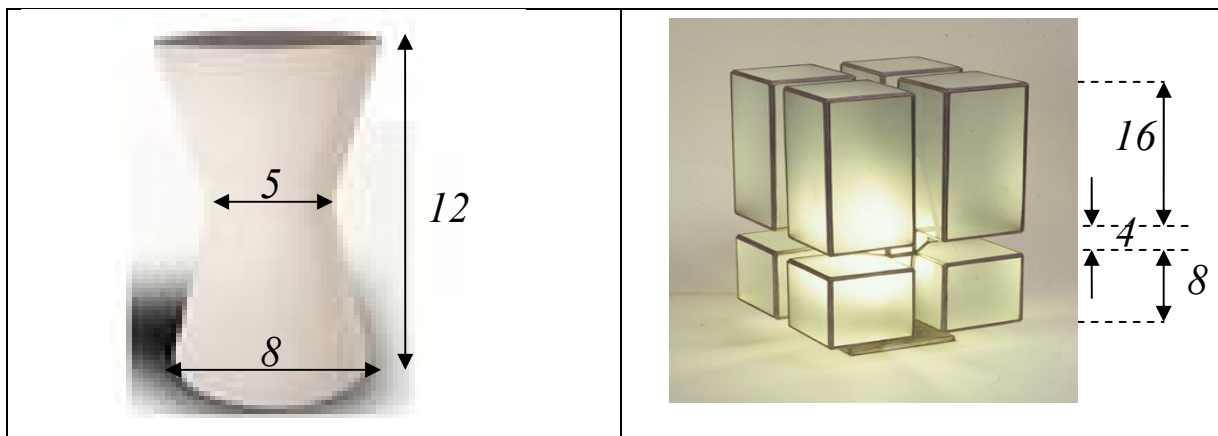


*superfície i volum*

<p>i)</p>	<p>j)</p>
<p>k)</p>	<p>l)</p>
<p>m)</p>	<p>n)</p>

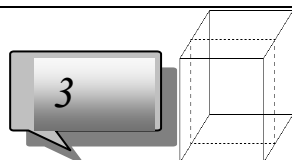


superfície i volum



Sol.

a	$B = 100 \text{ cm}^2 \quad S_L = 260 \text{ cm}^2 \quad S_T = 360 \text{ cm}^2$	$V = 40 \text{ cm}^3$
b	$B = 9\pi \text{ cm}^2 \quad S_L = 15\pi \text{ cm}^2 \quad S_T = 24\pi \text{ cm}^2$	$V = 12\pi \text{ cm}^3$
c	$B = 25\pi \text{ cm}^2 \quad S_L = 100\pi \text{ cm}^2 \quad S_T = 125\pi \text{ cm}^2$	$V = 250\pi \text{ cm}^3$
d	$B = 125 \text{ cm}^2 \quad S_L = 195 \text{ cm}^2 \quad S_T = 320 \text{ cm}^2$	$V = 300 \text{ cm}^3$
e	$S = 144\pi \text{ cm}^2$	$V = 288\pi \text{ cm}^3$
f	$B = 6'25\pi \quad S_L = 240\pi \text{ cm}^2 \quad S_T = 246'25\pi \text{ cm}^2$	$V = 309\pi \text{ cm}^3$
g	$S = (288 + 32\sqrt{2}) \text{ cm}^2$	$V = 441 \text{ cm}^3$
h	$S = 600 \text{ cm}^2$	$V = 875 \text{ cm}^3$
i	$S = 1120 \text{ cm}^2$	$V = 2304 \text{ cm}^3$
j	$B = 25\pi \text{ cm}^2 \quad S_L = 100\pi \text{ cm}^2 \quad S_T = 150\pi \text{ cm}^2$	$V = 250\pi \text{ cm}^3$
k	$S = (142'5\pi + 300) \text{ cm}^2$	$V = (112'5\pi + 375\sqrt{3}) \text{ cm}^3$
l	$S = 360 \text{ cm}^2$	$V = 504 \text{ cm}^3$
m	$S_L = 156\pi \text{ cm}^2$	$V = 129 \text{ cm}^3$
n	$S = 4096 \text{ cm}^2$	$V = 6144 \text{ cm}^3$



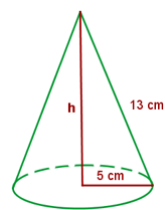
Una capsa en forma de prisma recte té per base un rombe de diagonals 24 i 18cm respectivament i l'altura mesura 30cm.  
 Calculeu: a) la seva superfície. b) el seu volum. c) la màxima



distància entre dos vèrtexs fent el recorregut pel seu interior i en línia recta.

Sol.  $S=(1800+432)cm^2$   $V=6480cm^3$   $d=6\sqrt{41}cm$

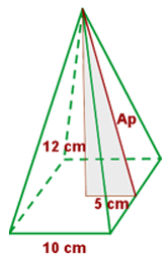
4



La generatriu d'un con mesura 13cm i el seu radi 5cm. Calculeu: a) la superfície lateral i total, b) el seu volum.

Sol. a)  $S_L = 65\pi cm^2$   $S_T = 90\pi cm^2$  b)  $V = 100\pi cm^3$

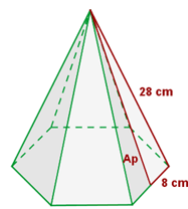
5



Una piràmide de base quadrada té per altura 12cm i per costat o aresta de la base 10cm. Calculeu: a) l'apotema i l'aresta lateral, b) el seu volum, c) la superfície lateral i total, d) La distància mínima entre dos vèrtexs oposats de la base fent el recorregut sobre la superfície de la piràmide.

Sol. a) 13cm i 14cm b)  $400cm^3$  c)  $S_L = 260 cm^2$   $S_T = 360 cm^2$   
d) 18'73cm

6



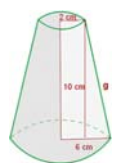
Una piràmide de base un hexàgon regular, té una aresta lateral de 28cm i per costat de la base 16cm. Calculeu: a) l'apotema lateral, b) el seu volum, c) la superfície lateral i total, d) La distància mínima entre dos vèrtexs oposats de la base fent el recorregut sobre la superfície



de la piràmide.

Sol. a)  $A_p = 26'83 \text{ cm}$  b)  $H = 22'97 \text{ cm}$   $B = 665'1 \text{ cm}^2$   $V = 5092'5 \text{ cm}^3$   
 c)  $S_L = 1287'84 \text{ cm}^2$   $S_T = 1952'94 \text{ cm}^2$  d)  $d = 42'77 \text{ cm}$

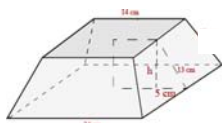
7



En un tronc de con els seus radis mesuren 2 i 6 cm respectivament i la seva altura 10 cm. Calculeu: a) la seva superfície lateral i total, b) el seu volum.

Sol. a)  $g = 10'77 \text{ cm}$   $S_L = 270'65 \text{ cm}^2$   $S_T = 396'31 \text{ cm}^2$   
 b)  $V = 1633'6 \text{ cm}^3$

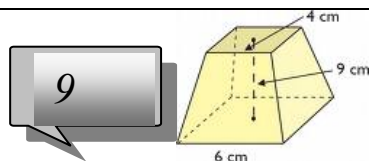
8



Una piràmide de base quadrada de costat 24 cm, es talla per un pla paral·lel a la base formant un tronc de piràmide on el costat de la base menor mesura 14 cm i l'apotema lateral del tronc 13 cm. Calculeu: a) Superfície lateral i total del tronc, b) volum del tronc.

Sol. a)  $h = 12 \text{ cm}$   $S_L = 988 \text{ cm}^2$   $S_T = 1760 \text{ cm}^2$  b)  $V = 4432 \text{ cm}^3$

9



Un tronc de piràmide d'altura 9 cm i bases quadrades té per arestes bàsiques 6 i 4 cm respectivament. Calculeu: a) l'apotema lateral, b) la superfície lateral i total, c) el volum.

Sol. a)  $A_p = 9'055 \text{ cm}$   $S_L = 180 \text{ cm}^2$   $S_T = 232 \text{ cm}^2$  b)  $V = 228 \text{ cm}^3$



10

Un llum té una pantalla en forma de tronc de con d'altura 9cm i radis 3 i 5cm respectivament. Calculeu la seva superfície.

Sol.  $g=9'22cm$   $S_L = 231'7cm^2$

11

Un motllo de pastisseria obert per la part més ampla, té forma de tronc de con de generatriu 15cm i radis 12 i 10cm respectivament. Calculeu: a) la seva superfície, b) el seu volum.

Sol. a)  $h = 14'86cm$ ,  $S_L = 1036'72cm^2$   $S_T = 1489'11cm^2$   
 b)  $V=1803cm^3$

12

Quina és la relació entre el volum del tetraedre i el volum del ortòedre circumscribit?



Sol. 1/3

13

Una piràmide es talla per la meitat de l'altura mitjançant un pla paral·lel a la base formant un tronc de piràmide. Es demana: a) quina és la relació entre el volum del tronc i el de la piràmide inicial? b) quina és la relació entre l'àrea lateral del tronc i la de la piràmide inicial?

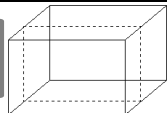
Sol. a) 7/8 b) 3/4



14  

Un carro de supermercat té forma de tronc de piràmide amb bases rectangulars de dimensions  $30 \times 40 \text{ cm}$  i  $50 \times 80 \text{ cm}$  respectivament i una llargada o alçada de  $120 \text{ cm}$ . Si es pot omplir un  $20\%$  mes del seu volum, calculeu la seva capacitat en litres.

Sol.  $V=336 \text{ litres}$   $C=1'2 \cdot 336=403'2 \text{ litres}$

15 

Les dimensions d'un dipòsit obert de base rectangular venen donades per tres nombres enters consecutius que sumen  $18$  on l'altura és la mesura més gran. Calculeu la seva capacitat en litres i la seva superfície total.

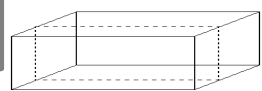
**RAONAMENT**

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 18 \quad 3x = 15 \quad x = 5$$

dimensions:  $a = 5$   $b = 6$   $c = 7$

a) volum =  $5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \text{ m}^3 = 210.000 \text{ Litres}$

b) àrea total =  $2 ( 5 \cdot 7 + 6 \cdot 7 ) + 5 \cdot 6 = 184 \text{ m}^2$

16 

Una capsa tancada de llautó té forma d'ortòedre on les seves dimensions sumen  $36 \text{ cm}$  i són directament proporcionals als valors  $4$ ,  $3$  i  $2$ , a) calculeu les seves dimensions, la seva superfície total i la seva capacitat, b) si ha plogut i la capsa s'ha omplert fins la meitat, quants litres per metre quadrat ha plogut?

Sol: a)  $16 \times 12 \times 8 \text{ cm}$   $S=832 \text{ cm}^2$   $V=1536 \text{ cm}^3$  b)  $40 \text{ litres/m}^2$

17 



## superfície i volum

Una escultura de ferro té forma de prisma ortogonal on la seva base és un triangle rectangle de catets 12 i 8dm i la seva altura fa 5m; a) calculeu la seva superfície lateral i el seu volum b) si la densitat del ferro és de  $7'86 \text{ g/cm}^3$  calculeu el seu pes.

Sol: a)  $S=17'5 \text{ m}^2$   $V=2400\text{dm}^3=2'4\text{m}^3$  b) 18.864kg



18

Un dipòsit en forma de con invertit té una generatriu de 13m i un radi de 5m, a) calculeu la seva capacitat en litres. b) si aboquem al dipòsit 400.000litres d'aigua, a quina altura arribarà l'aigua.

Sol: a) 804.250 litres b) 9'5 m



19

Una cúpula de vidre piramidal de base quadrada, té per aresta bàsica 6m. i per aresta lateral 5m. Si una de les quatre cares laterals s'ha trencat i la seva reparació suposa un cost fix de 300€ més  $200\text{€/m}^2$ , a) calculeu el cost de la seva reparació, b) quant pesa aquesta cara si la densitat del vidre és de  $2'5\text{g/cm}^3$  i el seu gruix de 3cm, c) volum de la piràmide

## RAONAMENT

Apotema lateral =  $\sqrt{25 - 9} = 4 \text{ m}$  Superfície de la cara =  $12 \text{ m}^2$

a) preu vidre =  $300 + 200 \cdot 12 = 2.700\text{€}$ .

b) volum del vidre =  $120.000 \times 3 = 360.000\text{cm}^3$ ,

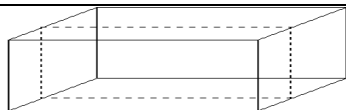
massa =  $360.000 \times 2'5 = 900.000\text{g} = 900\text{kg}$

c) altura de la piràmide =  $\sqrt{16 - 9} = \sqrt{7} = 2'645 \text{ m}$

volum de la piràmide =  $(36 \times 2'645) / 3 = 31'75\text{m}^3$

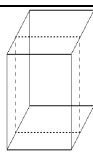
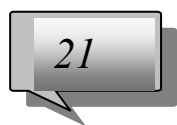


20



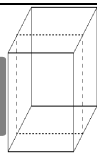
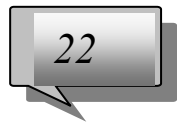
La superfície de les parets laterals d'una piscina de fons rectangular és de  $72\text{m}^2$  i les dimensions de la base fan  $12\text{m}$  i  $6\text{m}$ , calculeu: a) la seva altura. b) la seva capacitat en litres c) si per omplir-la un 20% es tarda 24 hores, quin és el cabdal de la mànega?

Sol: a)  $2\text{m}$       b)  $144.000$  litres      c)  $1200$  litres/hora



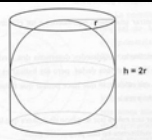
Dues pantalles d'un llum tenen forma de prisma, calcula la seva superfície lateral si: a) la base és un triangle equilàter d'aresta  $4\text{dm}$  i alçada  $10\text{dm}$ . b) si la base és quadrada d'aresta  $5\text{dm}$  i alçada  $8\text{dm}$ .

Sol: a)  $120\text{m}^2$       b)  $200\text{m}^2$



En un contenidor en forma d'ortòedre de base rectangular, la diagonal de la base fa  $5\text{m}$  i la diagonal principal  $13\text{m}$ , si la seva capacitat és de  $144.000$  litres, calculeu: a) les seves dimensions. b) la superfície de les parets laterals.

Sol: a)  $3\text{m} \times 4\text{m} \times 12\text{m}$       b)  $168\text{m}^2$



Una esfera de ferro s'introdueix en un recipient ple d'aigua i aboca  $5$  litres fora del dipòsit. Calculeu el seu radi.

**RAONAMENT**

Volum esfera = volum d'aigua desallotjada =  $5$  litres =  $5000\text{ cm}^3$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 5000 \Rightarrow r^3 = 1193,66\text{ cm}^3 \Rightarrow r = 10,6\text{ cm}$$



24



Calculeu el volum d'un contenidor de deixalleries en forma de tronc de piràmide invertit que té per altura 150cm on les seves bases són dos rectangles de dimensions 4x2m i 2x1m respectivament.

Sol:  $V=21m^3=21.000$  litres

25



Un tetràedre de vidre conté 200 cm<sup>3</sup> de perfum. Trobeu la mesura de la seva aresta,

Sol:  $x=11'92cm$

26



Trobeu el pes del aigua que ocupa tot un dipòsit cilíndric de 2m de diàmetre i 2m d'altura.

Sol:  $V=2000\pi dm^3=6283$  litres = 6283kg

27



Calculeu l'altura d'un dipòsit cilíndric de superfície lateral 60m<sup>2</sup> i radi 3m.

**RAONAMENT**

$$60 = (6\pi)h \quad h=3'18m$$