

EXERCICIS DE CONSOLIDACIÓ DE MATES CCSS

BLOC 3 : FUNCIONS EXPONENCIAL I LOGARÍTMICA

1. Representeu gràficament les següents funcions exponencials i indiqueu les propietats de cadascuna (feu només una gràfica per a cada apartat) :

a) $f(x) = 2^x$ amb $g(x) = 2^{x-1}$

b) $f(x) = 3^x$ amb $g(x) = 1 + 3^{x-5}$

2. Representeu gràficament les següents funcions logarítmiques i indiqueu les propietats de cadascuna (feu només una gràfica per a cada apartat) :

a) $f(x) = \log_2 x$ amb $g(x) = \log_2(x+3)$

b) $f(x) = \log x$ amb $g(x) = 2 + \log x$

3. Resol les equacions exponencials següents :

a) $2^{3x-5} = 1024$

c) $7^{x+1} = 1$

b) $5^{x-1} = 625$

d) $3^{3x-2} = 9^{x^2-2}$

4. Idem amb les equacions exponencials següents :

a) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 112$

d) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 14$

b) $9^{x-1} - 2 \cdot 3^x - 27 = 0$

e) $5^x + 5^{1-x} = 6$

c) $25^x - 5^{x+1} + 6 = 0$

f) $9^x - 6 \cdot 3^{x+1} + 81 = 0$

5. Idem amb les equacions exponencials següents :

a) $7^x = 2$

c) $6^{x-2} = 12$

b) $4^{2x+3} = 50$

d) $5^{x^2-1} = 35$

6. Resoleu les següents operacions logarítmiques sense fer ús de la calculadora :

a) $\log_2 512$

b) $\log \frac{1000 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{10}}$

c) $\log_5 \sqrt[4]{125}$

d) $\log_3 \sqrt{\frac{9 \cdot 3^{-3}}{27}}$

e) $\log_2 \left(\frac{1}{16} \right)$

f) $\log_7 \frac{\sqrt[3]{49}}{7}$

7. Resoleu els següents càlculs logarítmics, sabent que $\log 2 = 0,30$ i que $\log 3 = 0,48$:
- a) $\log 72$ b) $\log\left(\frac{12}{64}\right)$ c) $\log\left(\frac{1}{48}\right)$
- d) $\log 36^5$ e) $\log(24 \cdot \sqrt{6})$ f) $\log 432$
8. Si $\log a = 3$, $\log b = 5$ i $\log c = -2$, calcula :
- a) $\log(a^3 \cdot b \cdot c^2)$ b) $\log \frac{b^2}{\sqrt{c}}$ c) $\log \frac{\sqrt{a} \cdot b}{c}$
9. Resoleu les següents equacions logarítmiques :
- a) $\log(3x + 2) + \log 5 = \log 60$ b) $\log(x^2 - 6) - \log 3 = 1$
- c) $\log(6x - 1) - \log(x + 4) = \log x$ d) $2 \cdot \log(x + 2) - \log(5x + 6) = 0$
10. La massa bacteriana d'un cultiu ve donada per :
- $$C = \frac{600}{1 + 52 \cdot e^{-0,4t}}$$
- Amb quina massa hem començat ?
11. Sabem que la concentració d'un fàrmac en sang ve donada per l'expressió :
- $$Y = 100 \cdot 0,94^t$$
- (Y són mg de fàrmac, t és el temps en minuts)
- a) Representeu gràficament la funció en l'evolució durant la primera hora.
b) Quina quantitat d'aquest fàrmac té el pacient al cap d'1 hora? I de 2 hores?
c) Si volem que la concentració no baixi de 30 mg, al cap de quant temps haurem de subministrar el fàrmac al pacient?
12. Un rumor es propaga segons la fórmula $P = 2^t$, on P és el nombre de persones que coneixen la notícia i t és el temps en hores.
- a) Dibuixa la funció en un interval de temps que consideris real.
b) Quantes persones coneixeran la notícia al cap de 5 hores que algú hagi començat a propagar el rumor?
13. Una població d'insectes creix d'acord amb la llei $Y = 1 + 2 \cdot e^x$, on Y és el nombre d'insectes, comptats per milers, i x és el temps en mesos.
- a) Dibuixa la gràfica d'aquesta funció.
b) En quant temps es duplicarà la població inicial?
c) I la població existent el primer mes?

- 14.** Una colònia de bacteris creix seguint la funció : $F = k \cdot a^t$ (t en dies).
- a) Determinar k i a sabent que la colònia conté 200.000 bacteris al cap de 3 dies, i 1.600.000 al cap de 4,5 dies.
 - b) Quin és el nombre de bacteris al cap de 5 dies?
 - c) Al cap de quant temps hi haurà 800.000 bacteris?
- 15.** Fa sis anys es va repoblar un llac amb una nova espècie de peixos. Llavors es van introduir 800 exemplars d'aquesta nova espècie. Actualment s'estima que hi ha 409.600 exemplars. S'estima que el nombre N de peixos ve donat en funció del temps t per la funció : $N = A \cdot 2^{B \cdot t}$, on A i B són dues constants. El temps t es considera expressat en anys des del moment de la repoblació. Quant temps haurem d'esperar perquè hi hagi 26.214.400 exemplars?