

TEMA 4: TRIGONOMETRIA

1. Figures planes. Àrees.
2. Cossos geomètrics. Volums.
3. Trigonometria.
4. Escales.

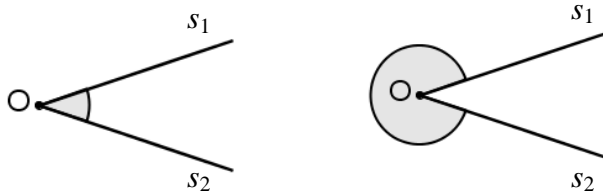
FIGURES PLANES

2. FIGURES PLANES

Angles

Dues semirectes del pla, s_1 i s_2 , d'origen comú O divideixen el pla en dues regions. Cadascuna d'aquestes regions s'anomena **angle**.

Així, un **angle** és una regió del pla limitada per dues semirectes d'origen comú.

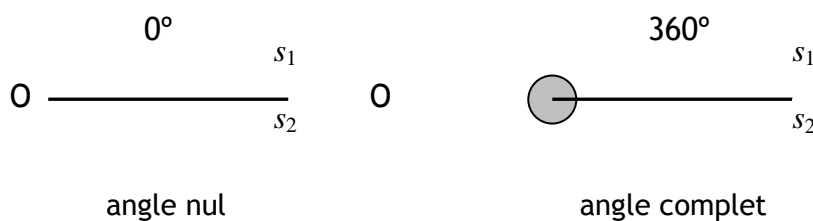


- s_1 i s_2 s'anomenen costats de l'angle.
- O s'anomena vèrtex de l'angle.

Mesura d'angles. Graus sexagesimals

Normalment, per mesurar angles, es fan servir els **graus sexagesimals** i els seus divisors, els minuts i els segons.

Quan les dues semirectes són coincidents (una sobre l'altra) formen un angle nul i un angle complet.



En el sistema sexagesimal un angle complet mesura 360° .

Es defineix:

1 grau sexagesimal = $1^\circ = \frac{1}{360}$ part d'un angle complet.

1 minut = $1' = \frac{1}{60}$ part d'un grau.

1 segon = $1'' = \frac{1}{60}$ part d'un minut.

$1^\circ = 60'$
$1' = 60''$

La mesura d'un angle també s'anomena **amplitud** de l'angle.

FIGURES PLANES

Tipus d'angles

Angle recte: Angle que mesura 90° . És determinat per dues semirectes perpendiculars.

Angle agut: Angle més petit que un angle recte ($< 90^\circ$).


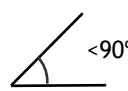
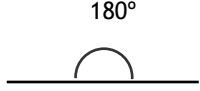
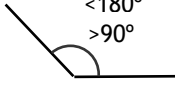
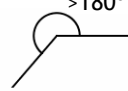
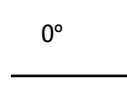
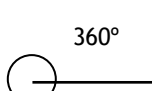
Angle pla: Angle que mesura 180° . És determinat per dues semirectes oposades.

Angle obtús: Angle més gran que un angle recte ($>90^\circ$) i més petit que l'angle pla ($<180^\circ$).

Angle còncau: Angle més gran que un angle pla ($>180^\circ$).

Angle nul: Angle que mesura 0° . És determinat per dues semirectes coincidents.

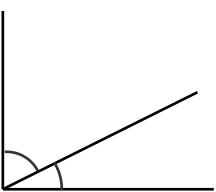
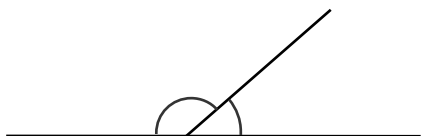
Angle complet: Angle que mesura 360° . És determinat per dues semirectes coincidents.

Angle recte	Angle agut	Angle pla	Angle obtús	Angle còncau	Angle nul	Angle complet
						

Angles complementaris i suplementaris

Dos angles són **complementaris** si la suma de les seves mesures és igual a 90° .

Dos angles són **suplementaris** si la suma de les seves mesures és igual a 180° .

Angles complementaris	Angles suplementaris
	

Polígons

Una **línia poligonal** és una línia formada per diversos segments rectilinis.

Un **polígon** és la porció del pla limitada per una **línia poligonal tancada**.

Línia poligonal



FIGURES PLANES

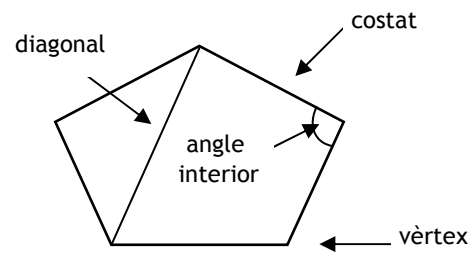
Elements d'un polígon:

Costats: Segments que limiten el polígon.

Vèrtexs: Punts d'unió dels costats.

Angles interiors: Angles determinats per dos costats consecutius a l'interior del polígon.

Diagonal: Segment que uneix dos vèrtexs no consecutius.



Polígons regulars

Un polígon és **regular** si té tots els costats i angles iguals. Si no té tots els costats i angles iguals, es diu que el polígon és **irregular**.

Exemples	
<p>Són regulars:</p>	<p>No són regulars:</p> <p>(té els angles iguals, però els costats desiguals)</p> <p>(té els costats iguals, però els angles desiguals)</p> <p>(té costats i angles desiguals)</p>

Elements d'un polígon regular

Centre: Punt equidistant de tots els vèrtexs.

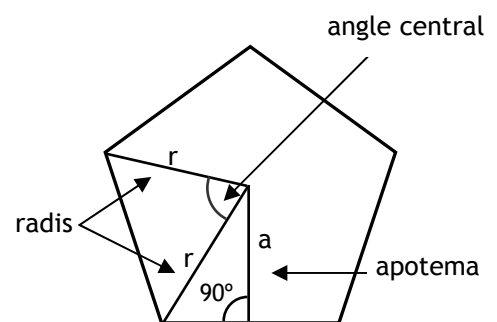
Radi (r): Segment que uneix el centre del polígon amb un vèrtex.

Hi ha tants radis com vèrtexs.

Apotema (a): Segment traçat des del centre del polígon fins a un costat i que és perpendicular al costat.

Angle central: Angle determinat per dos radis consecutius.

$$\text{Mesura: } \frac{360^\circ}{\text{Nre. de costats}}$$



Perímetre i àrea d'un polígon

Anomenem **perímetre** d'un polígon la longitud del seu contorn, és a dir, la suma de les mides de tots els seus costats. El representarem amb la lletra **P**.

FIGURES PLANES

Anomenem àrea del polígon la mesura de la superfície (porció del pla) que ocupa. La representarem amb la lletra A .

Classificacions dels polígons

Hem vist que podem classificar els polígons en **regulars** i **irregulars**.

També els podem classificar:

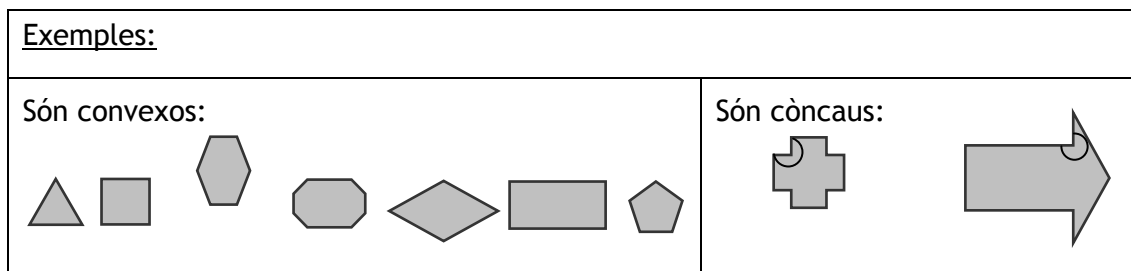
Segons els angles

- **Polígon convex:** Polígon en què tots els angles interiors mesuren menys de 180°

Si prolonguem un costat qualsevol d'un polígon convex, la prolongació no passa per l'interior del polígon.

- **Polígon còncav:** Polígon que té almenys un angle interior còncav (que mesura més de 180°).

En un polígon còncav, almenys una prolongació d'un costat passa per l'interior del polígon.



Segons el nombre de costats

- **Triangle:** Polígon que té 3 costats.
- **Quadrilàter:** Polígon que té 4 costats.
- **Pentàgon:** Polígon que té 5 costats.
- **Hexàgon:** Polígon que té 6 costats.
- **Heptàgon:** Polígon que té 7 costats.
- **Octàgon:** Polígon que té 8 costats.
- **Enneàgon:** Polígon que té 9 costats.
- **Decàgon:** Polígon que té 10 costats.

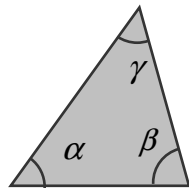
Triangles

Els triangles són polígons de tres costats.

FIGURES PLANES

Propietats dels triangles

- La suma dels angles interiors d'un triangle és 180°



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Si dibuixes en un full un triangle, el retalles i en doblegues els vèrtexs, unint-los tots en un mateix punt, comprovaràs que els tres angles sumen 180° .

- La longitud d'un costat qualsevol és sempre més petita que la suma de les longituds dels altres dos costats.

Si hi hagués un costat més gran que dos, no es podria tancar el triangle, dibuix següent:



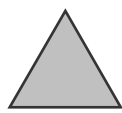

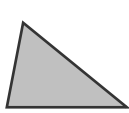
la suma dels altres tal com es veu en el

Classificació de triangles

Els triangles es poden classificar segons els costats i segons els angles:

Segons els costats


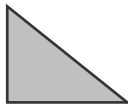

- **Triangle equilàter:** Triangle que té els tres costats iguals (de la mateixa longitud). També té els tres angles iguals (de 60°).
- **Triangle isòsceles:** Triangle que té dos costats iguals (de la mateixa longitud). També té dos angles iguals.
- **Triangle escalè:** Triangle que té els tres costats diferents (de diferent longitud). També té els tres angles diferents.

Triangle equilàter	Triangle isòsceles	Triangle escalè
		

FIGURES PLANES

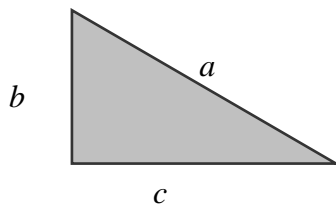
Segons els angles

- **Triangle acutangle:** Triangle que té els tres angles aguts.
- **Triangle rectangle:** Triangle que té un angle recte (90°). Els costats que formen l'angle recte s'anomenen catets i l'altre costat, l'oposat a l'angle recte, s'anomena hipotenusa.
- **Triangle obtusangle:** Triangle que té un angle obtús.

Triangle acutangle	Triangle rectangle	Triangle obtusangle
		

Teorema de Pitàgores

El **teorema de Pitàgores** estableix que en un triangle rectangle, el quadrat de la longitud hipotenusa és igual a la suma dels quadrats de les longituds dels catets.



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$\text{hipotenusa}^2 = \text{catet}_1^2 + \text{catet}_2^2$$

Aïllant cadascun dels costats obtenim les fórmules següents:

$$\text{hipotenusa} = \sqrt{\text{catet}_1^2 + \text{catet}_2^2}$$

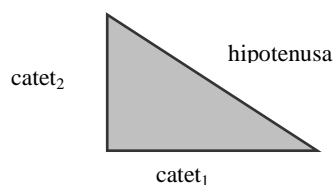
$$(a = \sqrt{b^2 + c^2})$$

$$\text{catet}_1 = \sqrt{\text{hipotenusa}^2 - \text{catet}_2^2}$$

$$(b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2})$$

$$\text{catet}_2 = \sqrt{\text{hipotenusa}^2 - \text{catet}_1^2}$$

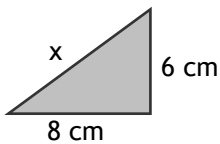
$$(c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2})$$



FIGURES PLANES

Exemples:

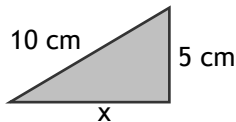
1. Calcula la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual mesuren 6 i 8 cm:



$$\text{hipotenusa} = \sqrt{\text{catet}_1^2 + \text{catet}_2^2}$$

$$x = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

2. Sabem que la hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 10 cm i que un dels seus catets mesura 5 cm. Quant mesura l'altre catet?

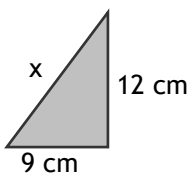


$$\text{catet}_1 = \sqrt{\text{hipotenusa}^2 - \text{catet}_2^2}$$

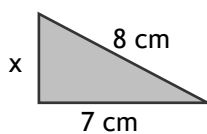
$$x = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

Exercici: Calcula el valor de x :

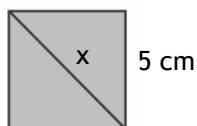
a)



b)



c)



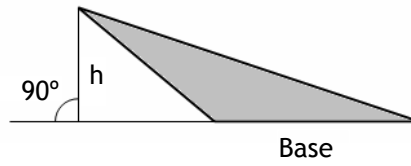
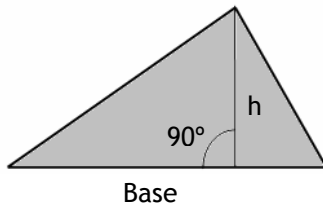
Sol.: a) $x = 15 \text{ cm}$ b) $x = 3,87 \text{ cm}$ c) $x = 7,07 \text{ cm}$

Altres d'un triangle

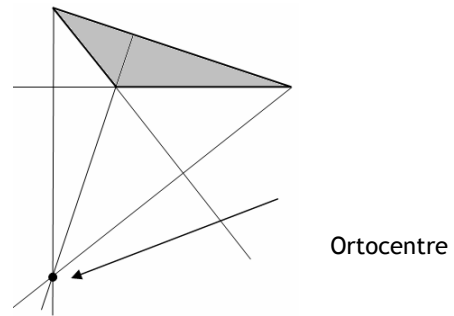
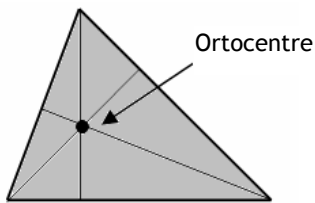
La **base** d'un triangle és qualsevol dels seus costats. Si hi ha un costat horitzontal, aquest se sol triar com a base. Es representa amb la lletra ***b***.

L'**altura** d'un triangle respecte a una base donada és el segment perpendicular a la base traçat des del vèrtex oposat a la base fins a la base o la seva prolongació. Es representa amb la lletra ***h***.

FIGURES PLANES



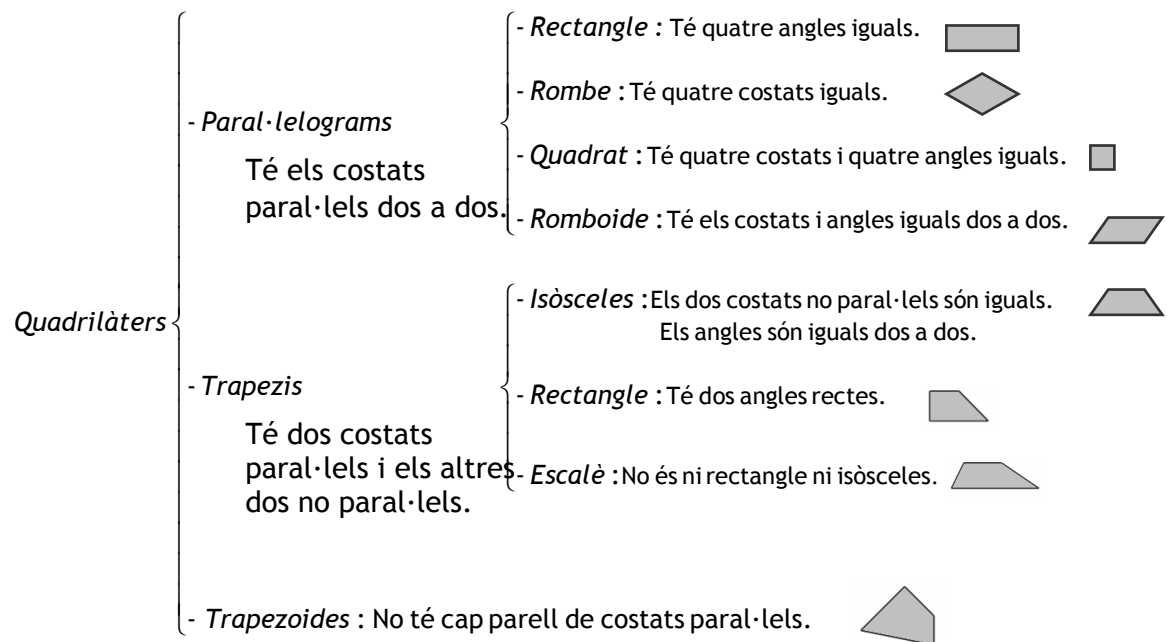
Un triangle té tres bases i tres altures. El punt d'intersecció de les tres altures (o les seves prolongacions) s'anomena **ortocentre**.



Quadrilàters

Els quadrilàters són polígons de quatre costats.

Classificació dels quadrilàters



FIGURES PLANES

Circumferència i cercle

Circumferència

Una circumferència és una corba plana i tancada els punts de la qual equidisten (són a la mateixa distància) d'un altre punt anomenat centre.

Elements d'una circumferència

Centre (O): Punt equidistant de tots els punts de la circumferència.

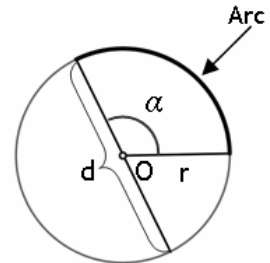
Radi (r): Qualsevol segment que uneix el centre amb un punt de la circumferència.

Hi ha infinits radis.

Diàmetre (d): Qualsevol segment que uneix dos punts de la circumferència passant pel centre. El diàmetre mesura el doble del radi ($d = 2r$).

Arc: Qualsevol porció de la circumferència. Cada arc és determinat per dos radis.

Angle central (α): Angle que té el vèrtex en el centre de la circumferència.



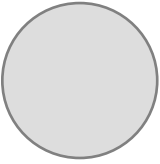
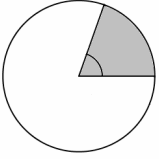
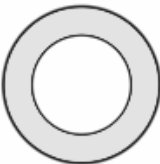
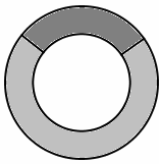
Cercle

Un cercle és la porció del pla limitada per una circumferència. Està format per la circumferència i l'interior de la circumferència. Així, la circumferència és el contorn del cercle. El radi, el diàmetre i el centre de la circumferència també ho són del cercle.

Un sector circular és la porció del cercle limitada per un arc i els radis que el determinen.

Una corona circular és la porció del pla compresa entre dues circumferències concèntriques (que tenen el mateix centre i radi diferent).

El trapezi circular és la porció de corona circular limitada per dos radis.

Cercle	Sector circular	Corona circular	Trapezi circular
			

FIGURES PLANES

Càlcul d'àrees

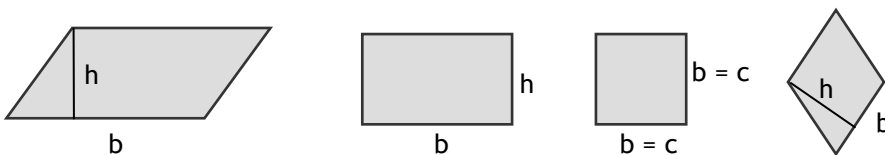
L'àrea d'una figura plana és la mesura de la superfície (porció del pla) que ocupa.

Nota: Per estudiar aquest apartat cal conèixer les unitats de mesura del **sistema mètric decimal** i els procediments per fer canvis d'unitats.

Base i altura d'un paral·lelogram

La **base**, b , d'un paral·lelogram és qualsevol dels seus costats. Si hi ha dos costats horitzontals, se sol triar com a base el costat horitzontal inferior.

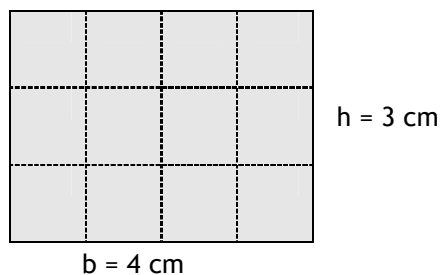
L'**altura**, h , d'un paral·lelogram és un segment perpendicular a la base traçat des de la base fins del seu costat paral·lel.



En els rectangles i quadrats, la base i l'altura coincideixen amb dos costats.
En els quadrats, la base i l'altura mesuren el mateix: el costat (c).

Àrea del rectangle

Tal com es dedueix fàcilment en el dibuix següent, l'àrea del rectangle es calcula multiplicant la base (b) per l'altura (h):



$$A_{\text{rectangle}} = b \cdot h$$

En l'exemple de la figura:

$$A = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$$

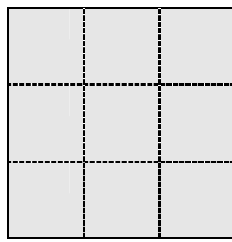
(Hi ha 12 quadrats d'1 cm² d'àrea).

Àrea del quadrat

L'àrea del quadrat es calcula igual que la del rectangle: multiplicant la base (b) per l'altura (h).

Com que la base i l'altura mesuren el mateix (la mida del costat), l'àrea es calcula multiplicant el costat per ell mateix (costat·costat), és a dir, elevant el costat al quadrat.

FIGURES PLANES



$$h = c = 3 \text{ cm}$$

$$b = c = 3 \text{ cm}$$

$$A_{\text{quadrat}} = b \cdot h = c^2$$

En l'exemple de la figura:

$$A = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

Àrea del romboide

Fixem-nos en les figures següents. Si retallem el triangle gris del romboide (Figura 1) i el col·loquem a la dreta, obtenim un rectangle (Figura 2) amb la mateixa àrea i les mateixes mides de base i altura que el romboide inicial.



b
Figura 1

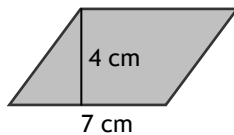


b
Figura 2

$$A_{\text{romboide}} = b \cdot h$$

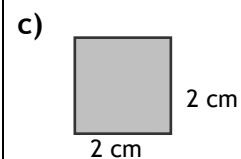
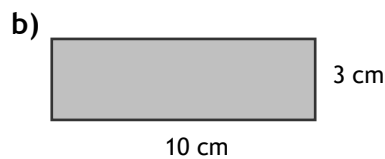
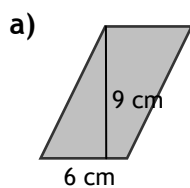
Així, la fórmula per calcular l'àrea del romboide és la mateixa que la del rectangle.

Exemple: Calcula l'àrea del paral·lelogram següent:



$$A = b \cdot h = 7 \cdot 4 = 28 \text{ cm}^2$$

Exercici: Calcula l'àrea dels paral·lelograms següents:

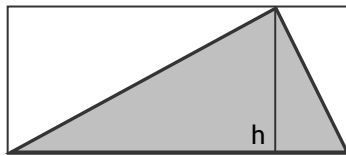


Sol.: a) 54 cm^2 b) 30 cm^2 c) 4 cm^2

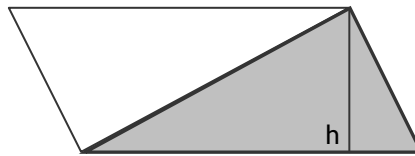
Àrea del triangle

Tal com podem veure en les figures següents, un triangle ocupa la meitat de superfície que un rectangle o un romboide amb la mateixes mides de base i altura:

FIGURES PLANES



b



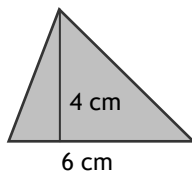
b

$$A_{\text{triangle}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Aleshores, l'àrea del triangle és la meitat de l'àrea d'un rectangle o un romboide, és a dir, la meitat de la base per l'altura.

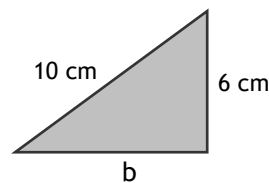
Exemples: Calcula l'àrea dels triangles següents:

1.



$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

2.



La base i l'altura d'un triangle rectangle són els dos catets. En aquest cas, coneixem l'altura, però no coneixem la base. Haurèm d'aplicar el teorema de Pitàgores per calcular la base:

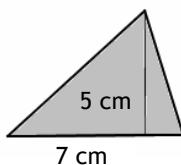
$$b = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

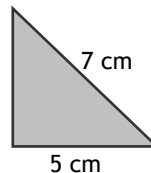
Exercici: Calcula l'àrea dels triangles següents:

Sol.: a) 17,5 cm² b) 12,25 cm²

a)



b)



Àrea del rombe

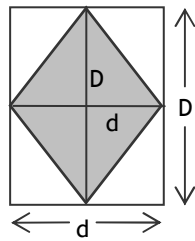
L'àrea del rombe es pot calcular utilitzant la fórmula de l'àrea del romboide.

Tanmateix, en moltes ocasions no coneixem les mides de la base i l'altura del rombe i sí que coneixem les mides de les seves diagonals.

Representem la **diagonal gran** amb la lletra **D** i la **diagonal petita** amb la lletra **d**.

FIGURES PLANES

Vegem com es calcula l'àrea del rombe a partir de les seves diagonals. En la figura següent veiem que l'àrea d'un rombe és la meitat de l'àrea d'un rectangle que té per base i altura les diagonals del rombe:

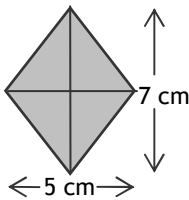


$$A_{\text{rombe}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Així, l'àrea del rombe és la meitat del producte de les seves diagonals.

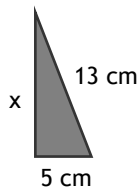
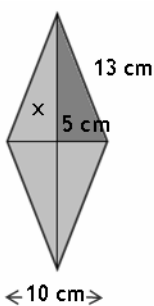
Exemples:

1. Calcula l'àrea d'un rombe les diagonals del qual mesuren 7 cm i 5 cm:



$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2} = \frac{35}{2} = 17,5 \text{ cm}^2$$

2. Calcula l'àrea d'un rombe de 13 cm de costat i 10 cm de diagonal menor:



- Apliquem el teorema de Pitàgores per calcular la ~~meitat diagonal major~~ **meitat diagonal major (x)**:

$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

- Calculem la diagonal major: $D = 2x = 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$

- Calculem l'àrea: $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{10 \cdot 24}{2} = \frac{240}{2} = 120 \text{ cm}^2$

Exercicis:

1. Calcula l'àrea d'un rombe les diagonals del qual mesuren 10,5 cm i 3 cm:

FIGURES PLANES

2. Calcula l'àrea d'un rombe de 10 cm de costat i 16 cm de diagonal major:

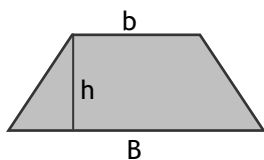
Sol.: 1. $A = 15,75 \text{ cm}^2$ 2. $A = 96 \text{ cm}^2$

Àrea del trapezi

Un trapezi té dos costats paral·lels i dos de no paral·lels. Els dos costats paral·lels s'anomenen **bases del trapezi**. La base major la designarem amb la lletra B i la menor, amb la lletra b .

L'**altura** del trapezi és qualsevol segment que uneix les dues bases i és perpendicular a aquestes.

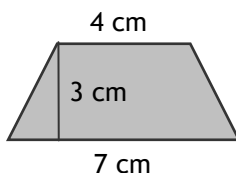
L'**àrea del trapezi** és la semisuma de les bases (la mitjana de les bases) multiplicada per l'altura.



$$A_{\text{trapezi}} = \frac{B+b}{2} \cdot h$$

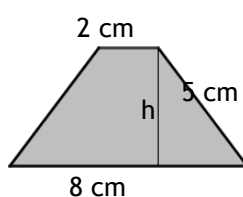
Exemples:

1. Calcula l'àrea del trapezi següent:



$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{7+4}{2} \cdot 3 = \frac{11}{2} \cdot 3 = 16,5 \text{ cm}^2$$

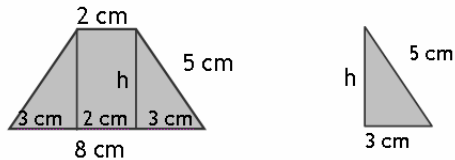
2. Calcula l'àrea del trapezi isòsceles següent:



FIGURES PLANES

Hem de calcular l'altura del trapezi.

Com que és un trapezi isòsceles, el podem dividir en un rectangle i dos triangles rectangles iguals:



Apliquem el teorema de Pitàgores per calcular l'altura, la qual és un catet d'aquests triangles rectangles:

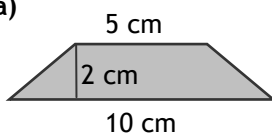
$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

- Una vegada calculada l'altura, ja podem aplicar la fórmula de l'àrea del trapezi:

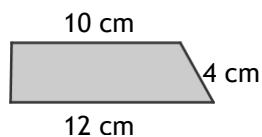
$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{8+2}{2} \cdot 4 = \frac{10}{2} \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$$

Exercici: Calcula l'àrea dels trapezidis següents:

a)



b)



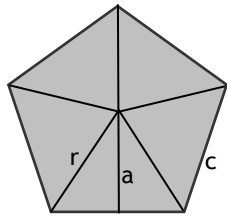
Sol.: a) $A = 15 \text{ cm}^2$ b) $A = 38,06 \text{ cm}^2$

Àrea d'un polígon regular

Si tracem tots els radis d'un polígon regular de n costats, el polígon queda dividit en n triangles iguals. La suma de les àrees d'aquests triangles serà l'àrea del polígon. Per tant, si calculem l'àrea d'un d'aquests triangles i la multipliquem per n (nombre de costats), obtindrem l'àrea del polígon.

La base de cada triangle coincideix amb el costat del polígon i l'altura coincideix amb l'apotema. Així l'àrea serà:

FIGURES PLANES

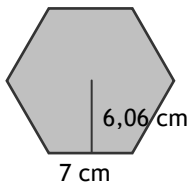


$$A_{\text{polígon regular}} = n \cdot \frac{c \cdot a}{2} = \frac{\overbrace{n \cdot c \cdot a}^P}{2} = \frac{P \cdot a}{2} \quad (n \cdot c \text{ és el perímetre)}$$

$$A_{\text{polígon regular}} = \frac{P \cdot a}{2}$$

Exemples:

1. Calcula l'àrea d'un hexàgon regular de costat 7 cm i apotema 6,06 cm.



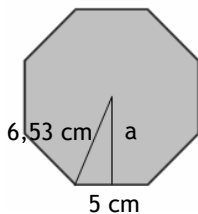
- Calculem el perímetre multiplicant el nombre de costats (6) per la longitud de cada costat (7 cm):

$$P = 6 \cdot 7 = 42 \text{ cm}$$

- Calculem l'àrea aplicant la fórmula de l'àrea del polígon regular:

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{42 \cdot 6,06}{2} = 127,26 \text{ cm}^2$$

2. Calcula l'àrea d'un octàgon regular de costat 5 cm i radi 6,53 cm.



- Apliquem el teorema de Pitàgores per calcular l'apotema:

$$6,53 \text{ cm} \quad a \quad h = \sqrt{6,53^2 - 2,5^2} = \sqrt{36,3909} = 6,03 \text{ cm}$$

- Calculem el perímetre: $P = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}$

- Calculem l'àrea aplicant la fórmula de l'àrea del polígon regular:

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{40 \cdot 6,03}{2} = 120,6 \text{ cm}^2$$

FIGURES PLANES

Exercicis:

1. Calcula l'àrea d'un decàgon regular de costat 1 cm i apotema 1,54 cm.

2. Calcula l'àrea d'un pentàgon regular de costat 4 cm i radi 3,4 cm.

Sol.: 1. $A = 7,7 \text{ cm}^2$ 2. $A = 27,5 \text{ cm}^2$

Àrea i perímetre del cercle

Perímetre del cercle o longitud de la circumferència

El perímetre del cercle és la **longitud de la circumferència (L)**.

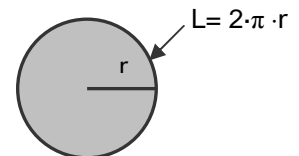
Si dividim la longitud d'una circumferència pel seu diàmetre, obtenim sempre el mateix nombre, independentment de la mida de la circumferència. Aquest nombre és el nombre π .

Així, la **longitud d'una circumferència s'obté multiplicant el seu diàmetre (dues vegades el**

$$\frac{l}{d} = \pi$$

radi) pel nombre π :

$$L = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r$$



Àrea del cercle

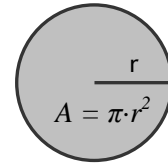
Si considerem el cercle com un polígon regular amb molts costats (infinits costats), el seu radi seria l'apotema d'aquest polígon i la seva àrea seria:

$$A_{\text{polígon regular}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{\cancel{L} \cdot \pi \cdot r \cdot r}{\cancel{L}} = \pi \cdot r^2$$

FIGURES PLANES

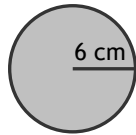
Així, l'àrea del cercle s'obté multiplicant π pel quadrat del radi:

$$A_{\text{cercle}} = \pi \cdot r^2$$



Exemples:

1. Calcula l'àrea i el perímetre d'un cercle de 6 cm de radi.



$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 6 = 37,7 \text{ cm}$$

$$A_{\text{cercle}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 6^2 = \pi \cdot 36 = 113,1 \text{ cm}^2$$

Calcula el radi d'una circumferència de 10 m de longitud.

$$10 = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow r = \frac{10}{2 \cdot \pi} = 1,59 \text{ m}$$

Exercicis:

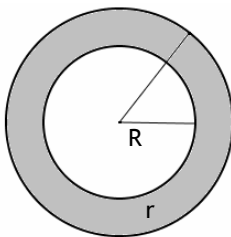
1. Calcula l'àrea i el perímetre d'un cercle de 2 cm de radi.

2. Calcula el radi d'un cercle de 10 cm² d'àrea.

Sol.: 1. $A = 12,57 \text{ cm}^2$ $L = 12,57 \text{ cm}$ 2. $r = 1,78 \text{ cm}$

Àrea de la corona circular

L'àrea de la corona circular és igual a l'àrea del cercle major menys l'àrea del cercle menor.

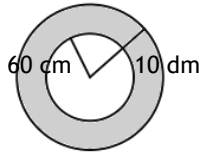


$$A_{\text{corona circular}} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

FIGURES PLANES

Exemple:

Calcula l'àrea de la corona circular compresa entre dues circumferències de radis 10 dm i 60 cm.



- Passem totes les mides a la mateixa unitat. Per exemple, a dm:

$$60 \text{ cm} = 6 \text{ dm}$$

Exercici: Calcula l'àrea de la corona circular compresa entre dues circumferències de radis 5 cm i 10 mm.

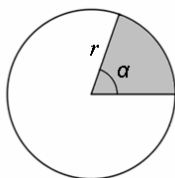
$$\text{Sol.: } A = 75,4 \text{ cm}^2$$

Àrea del sector circular

Sabem que l'àrea del sector circular d'1° d'amplitud és la 360a part de l'àrea de la circumferència:

$$A_{\text{sector circular } 1^\circ} = \frac{\pi \cdot r^2}{360}$$

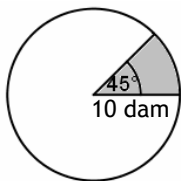
Per calcular l'àrea d'un sector circular d'amplitud α , multipliquem per α l'àrea del sector circular d'1° d'amplitud:



$$A_{\text{sector circular}} = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha$$

FIGURES PLANES

Exemple: Calcula l'àrea d'un sector circular de 45° en una circumferència de 10 dam de radi. Expressa-la en m^2 .



- Calculem l'àrea del sector circular aplicant la fórmula:

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot 10^2}{360} \cdot 45 = 39,27 \text{ dam}^2$$

- Passem el resultat a m^2 :

Exercici: Calcula l'àrea d'un sector circular de 130° en una circumferència de 15 hm de radi. Expressa-la en m^2 .

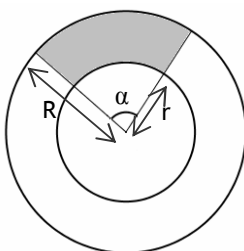
Sol.: $A = 2.552.544 \text{ m}^2$

Àrea del trapezi circular

Sabem que l'àrea d'un trapezi circular d' 1° d'amplitud és la 360a part de l'àrea d'una corona circular:

$$A_{\text{trapezi circular}} = \frac{\pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2}{360} = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2)}{360}$$

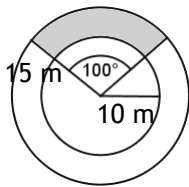
Per calcular l'àrea d'un trapezi circular d'amplitud α , multipliquem per α l'àrea del trapezi circular d' 1° d'amplitud:



$$A_{\text{trapezi circular}} = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2)}{360} \cdot \alpha$$

FIGURES PLANES

Exemple: Calcula l'àrea d'un trapezi circular de 100° d'amplitud en una corona circular de 10 m i 15 m de radis. Expressa-la en cm^2 .



Calculem l'àrea del trapezi circular aplicant la fórmula:

$$A_{\text{trapezi circular}} = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2)}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot (15^2 - 10^2)}{360} \cdot 100 = 109,08 \text{ m}^2$$

- Passem el resultat a cm^2 : $109,08 \text{ m}^2 = 1.090.800 \text{ cm}^2$

Exercici: Calcula l'àrea d'un trapezi circular de 300° d'amplitud en una corona circular de 12 dm i 2 m de radis. Expressa-la en cm^2 .

Sol.: $A = 67.020,64 \text{ cm}^2$