



Matemàtiques 3^{ESO}

Biblioteca del professorat

SOLUCIONARI

El Solucionari de **Matemàtiques** per a 3r d'ESO és una obra col·lectiva concebuda, dissenyada i creada al Departament d'Edicions Educatives de Grup Promotor / Santillana, dirigit per **Enric Juan Redal** i **M. Àngels Andrés Casamiquela**.

En la realització han intervingut:

A. M. Gaztelu

A. González

M. Marqués

EDICIÓ

N. Grinyó

R. Nevado

C. Pérez

DIRECCIÓ DEL PROJECTE

D. Sánchez Figueroa

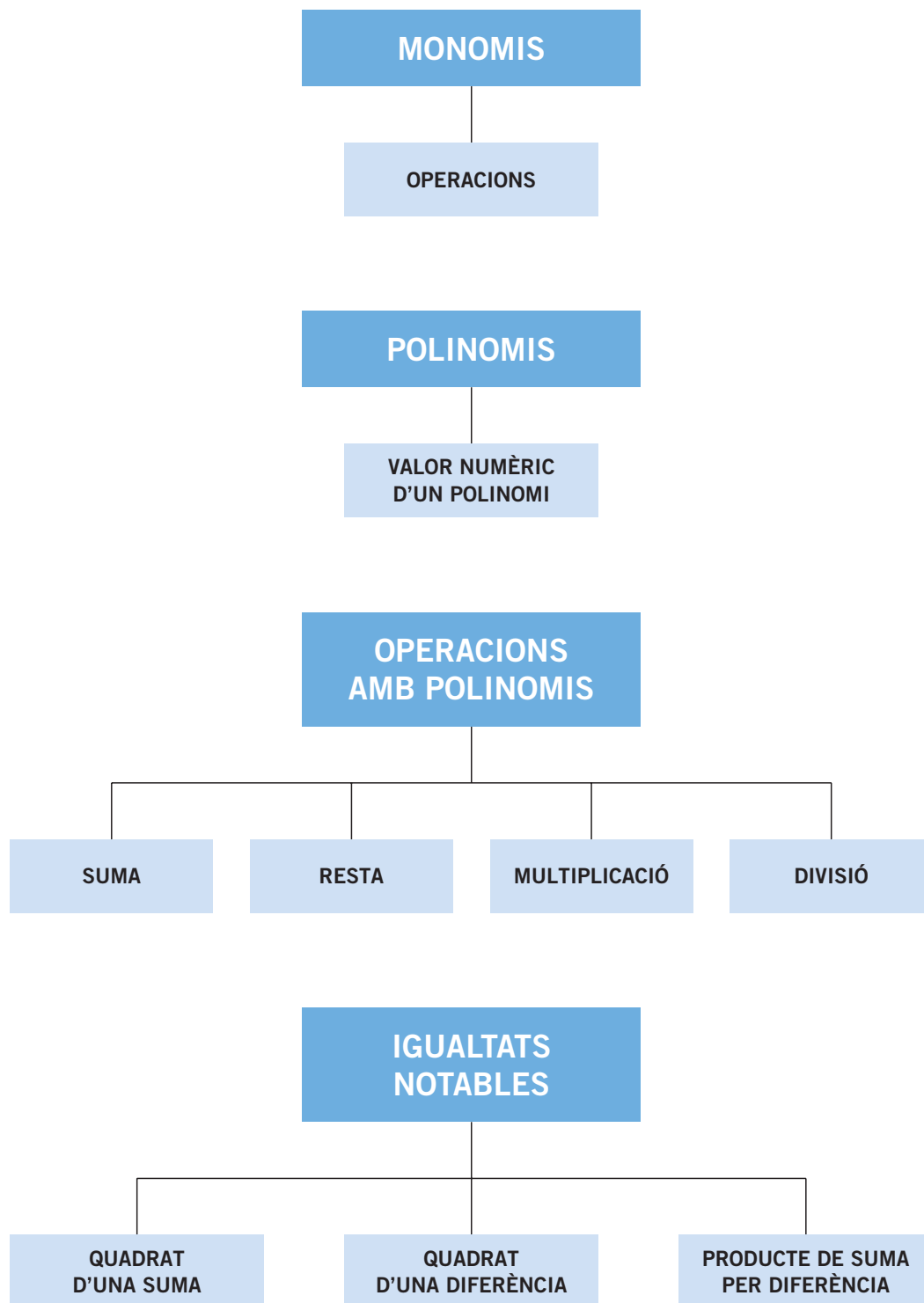


Projecte **La Casa del Saber**

Grup Promotor
Santillana

3

Polinomis



El servidor del califa

Muhammad recorria, tot nerviós, les sales de la Casa de la Saviesa. Hi buscava el savi Al-Khwarizmi, que li havia ensenyat un mètode per comptar i operar amb quantitats desconegudes que el jove feia servir en la seva feina com a funcionari d'abastiment del palau del califa.

Per fi, assegut al costat d'una font, va trobar el seu mestre.

–Mestre, podem repassar els càlculs d'ahir?

–M'alegro que tinguis aquest afany de coneixement.

–Al-Khwarizmi estava estranyat que Muhammad dediqués tant temps lliure a aprendre.

–La riquesa dels pobres és la bondat i el coneixement i, com tots els homes, vull ser ric. A més, aquesta riquesa no te la pot robar cap lladre –va contestar Muhammad amb un somriure.

–Molt bé, molt bé! –va dir i, mig sorprès mig divertit, el savi li va proposar uns exercicis aritmètics mentre ell estudiava el llenguatge algebraic i les equacions.

A la taula s'hi podia llegir: «Un quadrat i deu arrels són iguals a trenta-nou unitats...», que en llenguatge algebraic modern és: $x^2 + 10x = 39$.

*Com escriuries en llenguatge algebraic:
«El cub d'un nombre menys tres vegades
el seu quadrat menys cinc unitats»?*

Cub d'un nombre = x^3

Tres vegades el seu quadrat = $3x^2$

Cinc unitats = 5

$$x^3 - 3x^2 - 5$$



Polinomis

EXERCICIS

001 Indica el coeficient, la part literal i el grau d'aquests monomis.

a) $-3x^3y^2z^4$ b) $-5b^2c^3$ c) $x^{15}y$ d) $\frac{-2}{3}xy^5$

a) Coeficient: -3 Part literal: $x^3y^2z^4$ Grau: $3 + 2 + 4 = 9$

b) Coeficient: -5 Part literal: b^2c^3 Grau: $2 + 3 = 5$

c) Coeficient: 1 Part literal: $x^{15}y$ Grau: $15 + 1 = 16$

d) Coeficient: $-\frac{2}{3}$ Part literal: xy^5 Grau: $1 + 5 = 6$

002 Determina si els monomis són semblants o no.

a) $\frac{1}{2}x^2y^3z^5$ i $-5z^5x^2y^3$ c) xy^3 i $-xy^3$

b) $6x^3y^4$ i $6x^4y^3$ d) $7x$ i $-x$

a) Són semblants.

c) Són semblants.

b) No són semblants.

d) Són semblants.

003 Escriu l'oposat d'aquests monomis.

a) $\frac{1}{2}xy^3z^2$ b) $-4a^2b^3$ c) $-5x^9$ d) $9x^{11}$

a) $-\frac{1}{2}xy^3z^2$ b) $4a^2b^3$ c) $5x^9$ d) $-9x^{11}$

004 Escriu, si es pot, un monomi:

a) De coeficient 2 i part literal xy^6 .

b) De coeficient -3 i semblant a $-2x^3$.

c) De grau 7 i semblant a $-4x^2y$.

d) De part literal x^3y^4 i oposat a $-4x^3y$.

a) $2xy^6$

b) $-3x^3$

c) No és possible. No pot ser de grau 7 i 3 a la vegada.

d) No és possible. No pot ser de grau 7 i 4 a la vegada.

005 Fes les operacions.

a) $6x^2 + 2x^2 - x^2 + 3x^2 - x^2$

d) $(-8x^2y) \cdot (-4xy^2)$

b) $3x^2y^2 - 2x^2y^2 + 6x^2y^2 - x^2y^2$

e) $(15xy) : (-3x)$

c) $(-5ab) \cdot (6abc)$

f) $(2xyz) : (-2xy)$

a) $9x^2$

d) $32x^3y^3$

b) $6x^2y^2$

e) $-5y$

c) $-30a^2b^2c$

f) $-z$

006 Simplifica les expressions següents:

a) $-2x^3 - x^2 + 5x^2 - 6x + x - 2x^2 - 6x$

b) $5x - (x^2 + 3x^3) + 3x^2 - x^3 + 2x$

c) $11x^7y^3 + 4xy^5 - 9x^7y^3 + xy^5 - x^2$

a) $-2x^3 + (-1 + 5 - 2)x^2 + (-6 + 1 - 6)x = -2x^3 + 2x^2 - 11x$

b) $(-3 - 1)x^3 + (-1 + 3)x^2 + (5 + 2)x = -4x^3 + 2x^2 + 7x$

c) $(11 - 9)x^7y^3 + (4 + 1)xy^5 - x^2 = 2x^7y^3 + 5xy^5 - x^2$

007 Calcula: $-x^2y - (-3x^2 \cdot 7y) + (16x^2y^3z : 4y^2z)$.

$$-x^2y + 21x^2y + 4x^2y = 24x^2y$$

008 Determina el grau, les variables i el terme independent d'aquests polinomis.

a) $P(x, y) = -2x^5 - x^2y^2 + 5x^3 - 1 + 3x^3 + 3$

b) $Q(x, y) = x^2 + 4x^3 - x - 9 + 4x^4y^3$

c) $R(x, y) = x^9 - x^7y^3 + y^{13} - 4$

d) $S(x, y, z) = 7x^2yz - 3xy^2z + 8xyz^2$

a) Grau: 5. Variables: x, y . Terme independent: $3 - 1 = 2$.

b) Grau: $3 + 4 = 7$. Variables: x, y . Terme independent: -9 .

c) Grau: 13. Variables: x, y . Terme independent: -4 .

d) Grau: $2 + 1 + 1 = 4$. Variables: x, y, z . Terme independent: 0.

009 Redueix aquest polinomi i calcula'n l'oposat.

$$R(x) = x^5 + 1 - 3 + 4x^5 - 3x - 2x$$

$$R(x) = 5x^5 - 5x - 2. \text{ El seu oposat és: } -R(x) = -5x^5 + 5x + 2.$$

010 Escriu un polinomi de dues variables, de grau 7, que tinguin un terme de grau 3, que sigui reduït i no tingui terme independent.

$$\text{Per exemple: } 5x^5y^2 - 3xy^2.$$

011 Calcula el valor numèric del polinomi en cada cas.

a) $P(x) = 3x^6 + 2x^5 - 3x^4 - x^2 + 7x - 2$, per a $x = 0$.

b) $P(x, y) = -x^4y - x^2y + 7xy - 2$, per a $x = 1, y = 2$.

a) $P(0) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 0 + 7 \cdot 0 - 2 = -2$

b) $P(1, 2) = -1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 + 7 \cdot 1 \cdot 2 - 2 = 8$

Polinomis

012 Donats els polinomis:

$$P(x, y) = 3x^2y + xy - 7x + y - 2$$

$$Q(x, y) = -xy^2 + 4y^2 - 3x$$

calcula els valors numèrics:

$$P(0, 0) \quad P(1, 1) \quad Q(0, -1) \quad Q(0, 2)$$

$$P(0, 0) = 3 \cdot 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 - 7 \cdot 0 + 0 - 2 = -2$$

$$P(1, 1) = 3 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 7 \cdot 1 + 1 - 2 = -4$$

$$Q(0, -1) = -0 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot 0 = 4$$

$$Q(0, 2) = -0 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^2 - 3 \cdot 0 = 16$$

013 Redueix els polinomis següents i calcula'n el valor numèric per a $x = 2$.

a) $P(x) = 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1$

b) $Q(x) = x^4 - 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1 - 3x^4 - 3x$

a) $P(x) = -4x^2 + x + 5 \quad \xrightarrow{x=2} P(2) = -4 \cdot 2^2 + 2 + 5 = -9$

b) $P(x) = -2x^4 - 4x^2 - 2x - 3 \quad \xrightarrow{x=2} P(2) = -2 \cdot 2^4 - 4 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 = -55$

014 Un nombre és arrel d'un polinomi quan el valor numèric del polinomi per a aquest nombre és zero. Determina si els nombres -4 i 4 són arrels d'aquest polinomi.

$$P(x) = x^2 - 5x + 4$$

Sabries trobar una altra arrel del polinomi?

$$P(-4) = (-4)^2 - 5 \cdot (-4) + 4 = 40 \rightarrow -4 \text{ no és arrel d'aquest polinomi.}$$

$$P(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 4 = 0 \rightarrow 4 \text{ és arrel d'aquest polinomi.}$$

Aquest polinomi té una altra arrel: $x = 1$.

015 Fes la suma, la resta i el producte de cada parell de polinomis.

a) $R(x) = x^4 - x + 1$; $S(x) = x^2 + 1$

b) $R(x) = x + 1$; $S(x) = x^2 + x - 1$

c) $R(x) = 5x^7 - x^8 + 1$; $S(x) = x^2 + x^6 - 1$

d) $R(x) = x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1$; $S(x) = x^3 + 2x$

e) $R(x) = 7x^3 + 2x^2 + x - 3$; $S(x) = x^4 + x^2 - 8$

f) $R(x) = x^7 + 3$; $S(x) = x^3 + x^2 + 4x + 2$

a) $R(x) + S(x) = (x^4 - x + 1) + (x^2 + 1) = x^4 + x^2 - x + 2$

$$R(x) - S(x) = (x^4 - x + 1) - (x^2 + 1) = x^4 - x^2 - x$$

$$R(x) \cdot S(x) = (x^4 - x + 1) \cdot (x^2 + 1) = x^6 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

b) $R(x) + S(x) = (x + 1) + (x^2 + x - 1) = x^2 + 2x$

$$R(x) - S(x) = (x + 1) - (x^2 + x - 1) = -x^2 + 2$$

$$R(x) \cdot S(x) = (x + 1) \cdot (x^2 + x - 1) = x^3 + 2x^2 - 1$$

c) $R(x) + S(x) = (5x^7 - x^8 + 1) + (x^2 + x^6 - 1) = -x^8 + 5x^7 + x^6 + x^2$

$$R(x) - S(x) = (5x^7 - x^8 + 1) - (x^2 + x^6 - 1) = -x^8 + 5x^7 - x^6 - x^2 + 2$$

$$R(x) \cdot S(x) = (5x^7 - x^8 + 1) \cdot (x^2 + x^6 - 1) =$$

$$= -x^{14} + 5x^{13} - x^{10} + 5x^9 - 5x^7 + x^8 + x^6 + x^2 - 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } R(x) + S(x) &= (x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1) + (x^3 + 2x) = \\
 &= x^5 - x^4 + 2x^3 + 4x + 1 \\
 R(x) - S(x) &= (x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1) - (x^3 + 2x) = x^5 - x^4 + 1 \\
 R(x) \cdot S(x) &= (x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1) \cdot (x^3 + 2x) = \\
 &= x^8 - x^7 + 3x^6 - 2x^5 + 4x^4 + x^3 + 2x^2 - 2x \\
 \text{e) } R(x) + S(x) &= (7x^3 + 2x^2 + x - 3) + (x^4 + x^2 - 8) = \\
 &= x^4 + 7x^3 + 3x^2 + x - 11 \\
 R(x) - S(x) &= (7x^3 + 2x^2 + x - 3) - (x^4 + x^2 - 8) = \\
 &= -x^4 + 7x^3 + x^2 + x + 5 \\
 R(x) \cdot S(x) &= (7x^3 + 2x^2 + x - 3) \cdot (x^4 + x^2 - 8) = \\
 &= 7x^7 + 7x^6 + 8x^5 - x^4 - 55x^3 - 11x^2 + 24 \\
 \text{f) } R(x) + S(x) &= (x^7 + 3) + (x^3 + x^2 + 4x + 2) = x^7 + x^3 + x^2 + 4x + 5 \\
 R(x) - S(x) &= (x^7 + 3) - (x^3 + x^2 + 4x + 2) = x^7 - x^3 - x^2 - 4x + 1 \\
 R(x) \cdot S(x) &= (x^7 + 3) \cdot (x^3 + x^2 + 4x + 2) = \\
 &= x^{10} + x^9 + 4x^8 + 2x^7 + 4x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 12x + 6
 \end{aligned}$$

016 Calcula $-A(x) + B(x)$ y $-A(x) - B(x)$ amb els polinomis:

$$A(x) = 3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7$$

$$B(x) = -3x^4 + x^3 - 2x + 1$$

$$\begin{aligned}
 -A(x) + B(x) &= -(3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7) + (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= -6x^4 + 6x^3 - x^2 - 2x + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -A(x) - B(x) &= -(3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7) - (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= 4x^3 - x^2 + 2x + 6
 \end{aligned}$$

017 Calcula el producte dels dos polinomis de l'exercici anterior. Fes servir la propietat distributiva.

$$\begin{aligned}
 A(x) \cdot B(x) &= (3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7) \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= 3x^4 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) - 5x^3 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) + \\
 &+ x^2 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) - 7 \cdot (-3x^4 + x^3 - 2x + 1) = \\
 &= (-9x^8 + 3x^7 - 6x^5 + 3x^4) + (15x^7 - 5x^6 + 10x^4 - 5x^3) + \\
 &+ (-3x^6 + x^5 - 2x^3 + x^2) + (21x^4 - 7x^3 + 14x - 7) = \\
 &= -9x^8 + 18x^7 - 8x^6 - 5x^5 + 34x^4 - 14x^3 + x^2 + 14x - 7
 \end{aligned}$$

018 Calcula:

a) $(x^3 - 3x^2 + 2x) : x$

b) $(2x^3 - 3x^2 - 5x - 5) : (x - 2)$

c) $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 3) : (x^2 + x - 1)$

d) $(x^4 + x^3 - x^2 + x + 1) : (x^3 - 5)$

e) $(-6x^5 + x^3 + 2x + 2) : (4x^3 + 2x + 3)$

f) $(x^8 - 1) : (x^5 + x^3 + x + 2)$

g) $(x - 1) : x$

h) $(x^2 - 1) : (x + 1)$

i) $(x^2 - 5x + 6) : (x - 2)$

Polinomis

a) $x^2 - 3x + 2$

b)
$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 - 5x - 5 \\ - 2x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 - 5x - 5 \\ - x^2 + 2x \\ \hline - 3x - 5 \\ 3x - 6 \\ \hline -11 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - 2 \\ \hline 2x^2 + x - 3 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x - 3 \\ - 2x^3 - 2x^2 + 2x \\ \hline -5x^2 + 6x - 3 \\ 5x^2 + 5x - 5 \\ \hline 11x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 + x - 1 \\ \hline 2x - 5 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 - x^2 + x + 1 \\ - x^4 \qquad \qquad + 5x \\ \hline x^3 - x^2 + 6x + 1 \\ - x^3 \qquad \qquad + 5 \\ \hline -x^2 + 6x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 5 \\ \hline x + 1 \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} -6x^5 + x^3 \qquad \qquad + 2x + 2 \\ 6x^5 + 3x^3 + \frac{9}{2}x^2 \\ \hline 4x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 2x + 2 \\ - 4x^3 \qquad \qquad - 2x - 3 \\ \hline \frac{9}{2}x^2 \qquad \qquad - 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^3 + 2x + 3 \\ \hline -\frac{3}{2}x^2 + 1 \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r} x^8 \\ - x^8 - x^6 - x^4 - 2x^3 \\ \hline - x^6 - x^4 - 2x^3 \qquad \qquad - 1 \\ x^6 + x^4 \qquad \qquad + x^2 + 2x \\ \hline - 2x^3 + x^2 + 2x - 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} - 1 \\ \hline x^5 + x^3 + x - 2 \\ \hline x^3 - x \end{array}$$

g)
$$\begin{array}{r} x - 1 \\ - x \\ \hline - 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x \\ \hline 1 \end{array}$$

h)
$$\begin{array}{r} x^2 \qquad - 1 \\ - x^2 - x \\ \hline - x - 1 \\ x + 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x + 1 \\ \hline x - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{i)} \quad x^2 - 5x + 6 \quad \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ x - 3 \end{array} \right. \\
 \underline{-x^2 + 2x} \\
 -3x + 6 \\
 \underline{3x - 6} \\
 0
 \end{array}$$

019 Fes les divisions següents i comprova si estan ben fetes.

a) $(x^3 - 4x^2 + 5x - 2) : (x^2 - 2)$

b) $(x^4 + x^2 + 3) : (x^3 + 3x^2 + 2x + 6)$

$$\begin{array}{r}
 \text{a)} \quad x^3 - 4x^2 + 5x - 2 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2 \\ x - 4 \end{array} \right. \\
 \underline{-x^3 + 2x} \\
 -4x^2 + 7x - 2 \\
 \underline{4x^2 - 8} \\
 7x - 10
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x^2 - 2) \cdot (x - 4) + (7x - 10) &= (x^3 - 4x^2 - 2x + 8) + (7x - 10) = \\
 &= x^3 - 4x^2 + 5x - 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b)} \quad x^4 + x^2 + 3 \quad \left| \begin{array}{l} x^3 + 3x^2 + 2x + 6 \\ x - 3 \end{array} \right. \\
 \underline{-x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 6x} \\
 -3x^3 - x^2 - 6x + 3 \\
 \underline{3x^3 + 9x^2 + 6x + 18} \\
 8x^2
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x^3 + 3x^2 + 2x + 6) \cdot (x - 3) + (8x^2 + 21) &= (x^4 - 7x^2 - 18) + (8x^2 + 21) = \\
 &= x^4 + x^2 + 3
 \end{aligned}$$

020 Calcula el residu d'aquesta divisió de polinomis.

Dividend $\rightarrow P(x) = x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3$

Divisor $\rightarrow Q(x) = x^3 + x - 1$

Quocient $\rightarrow C(x) = x^2$

$$\begin{aligned}
 R(x) &= P(x) - Q(x) \cdot C(x) = (x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3) - (x^3 + x - 1) \cdot x^2 = \\
 &= (x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3) - (x^5 + x^3 - x^2) = \\
 &= 5x - 3
 \end{aligned}$$

021 Extreu factor comú en els polinomis següents:

a) $8x^2 - 4x$

b) $18x^3y^2 - 12x^2y^3$

c) $30a^2b - 15ab^2 + 5a^2b^2$

a) $4x \cdot (2x - 1)$

b) $6x^2y^2 \cdot (3x - 2y)$

c) $5ab \cdot (6a - 3b + ab)$

d) $-12ab^3 + 4b^2 - 6b^4$

e) $34a^4 - 14a^3b + 28ab^3$

f) $20a^4b^2c + 36a^2b - 18a^3b^2$

d) $2b^2 \cdot (-6ab + 2 - 3b^2)$

e) $2a \cdot (17a^3 - 7a^2b + 14b^3)$

f) $2a^2b \cdot (10a^2bc + 18 - 9ab)$

Polinomis

022 Extreu factor comú en aquests polinomis:

a) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}$ b) $x \cdot (xy^2 - y) + y^2 \cdot (4xy - 3y)$ c) $\frac{x^2 - 2x}{7} - \frac{x^2 - x}{5}$

a) $\frac{x}{2} \cdot (x - 1)$

b) $y[x \cdot (xy - 1) + y^2(4x - 3)]$

c) $x \left(\frac{x - 2}{7} - \frac{x - 1}{5} \right)$

023 Calcula a perquè el factor comú de $ax^3y + 4x^4y^2 - 6x^ay^3$ sigui $2x^2y$.

Observem el tercer terme. Si $a > 2$ el factor comú dels tres termes tindria x elevat a 3, i això no és possible; i si $a < 2$, el factor comú dels tres termes tindria x elevat a un nombre més petit que 2. Per tant, l'única solució és $a = 2$.

024 Desenvolupa els quadrats següents:

a) $(x + 7)^2$

b) $(2a + 1)^2$

c) $(6 + x)^2$

d) $(3a^2 + 2b)^2$

a) $x^2 + 14x + 49$

b) $4a^2 + 4a + 1$

c) $36 + 12x + x^2$

d) $9a^4 + 12a^2b + 4b^2$

e) $(x - 4)^2$

f) $(3a - b)^2$

g) $(5 - x)^2$

h) $(2b^2 - 5b^3)^2$

e) $x^2 - 8x + 16$

f) $9a^2 - 6ab + b^2$

g) $25 - 10x + x^2$

h) $4b^4 - 20b^5 + 25b^6$

025 Desenvolupa:

a) $(3x^3 - a^2)^2$

b) $(x^2 + x^3)^2$

c) $(2x + x^3)^2$

d) $(6ab^2 - 2y)^2$

a) $9x^6 - 6x^3a^2 + a^4$

b) $x^4 + 2x^5 + x^6$

c) $4x^2 + 4x^4 + x^6$

d) $36a^2b^4 - 24ab^2y - 4y^2$

026 Expressa com el quadrat d'una suma o una diferència, en funció del que convingui.

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

a) $(x + 3)^2$

b) $(2x - 3y)^2$

c) $x^2 + 4xy + 4y^2$

d) $x^4 + 2x^2 + 1$

c) $(x + 2y)^2$

d) $(x^2 + 1)^2$

027 Calcula els productes següents:

a) $(x + 7) \cdot (x - 7)$

a) $x^2 - 49$

b) $(7x + 4y) \cdot (7x - 4y)$

b) $49x^2 - 16y^2$

028 Estudia si aquestes expressions les podem expressar com una suma per diferència.

a) $x^2 - 1$

b) $x^4 - 9$

c) $16 - x^2$

a) $(x + 1) \cdot (x - 1)$

b) $(x^2 + 3) \cdot (x^2 - 3)$

c) $(4 - x) \cdot (4 + x)$

029 Expressa en forma de producte.

a) $4x^2 - 4x + 1$

c) $100x^2 - 4z^6$

b) $9a^2 - 30ab + 25b^2$

a) $(2x - 1)^2$

b) $(3a - 5b)^2$

c) $(10x + 2z^3) \cdot (10x - 2z^3)$

030 Fixa't en l'exemple i calcula mentalment.

$$1.000^2 - 999^2 = (1.000 + 999) \cdot (1.000 - 999) = 1.999 \cdot 1 = 1.999$$

a) $46^2 - 45^2$

b) $120^2 - 119^2$

c) $500^2 - 499^2$

a) 91

b) 239

c) 999

031 Simplifica les fraccions algebraiques.

a) $\frac{x^3}{xy}$

b) $\frac{5x^3y^2}{3xy}$

c) $\frac{6x^2y}{3x^2y^2}$

d) $\frac{4x^2y}{4xy}$

a) $\frac{x^2}{y}$

b) $\frac{5x^2y}{3}$

c) $\frac{2}{y}$

d) x

032 Simplifica: a) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$

b) $\frac{x^2 - 9}{2x - 6}$

a) $\frac{(x - 2)^2}{x - 2} = x - 2$

b) $\frac{(x + 3) \cdot (x - 3)}{2(x - 3)} = \frac{x + 3}{2}$

033 Calcula a perquè $\frac{4x^2 + 4ax + a^2}{2x + 3} = 2x + 3$.

$$4x^2 + 4ax + a^2 = (2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9 \rightarrow a = 3$$

ACTIVITATS

034 Indica si les expressions següents són monomis:

a) $2x^2 + yz$

c) $5x^5y^2$

e) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y$

b) $\frac{2x^2y^{-4}}{11}$

d) $\sqrt{xyz}$

f) $3ab + 2a^2$

a) No monomi.

c) Monomi.

e) No monomi.

b) Monomi.

d) Monomi.

f) No monomi.

Polinomis

035 Digues si els monomis són semblants.

- a) $xz, 3xy, -6xy$ c) $4c^9d, c^7d, cd^4$
- b) $ab, a^2b, 7b$ d) $8xy^2, 7xy$

A a) són semblants: $3xy, -6xy$; xz no és semblant als anteriors.
No hi ha cap monomi semblant als apartats b), c) i d).

036 Fes aquestes sumes de monomis:

- a) $xz + 3xz + 6xz$ c) $9c^9 + c^9 + c^9$
- b) $a^2b + 9a^2b + 27a^2b$ d) $8xy + 7xy + 43xy + 23xy$

a) $10xz$ b) $37a^2b$ c) $11c^9$ d) $81xy$

037 Fes les restes de monomis següents:

- a) $3xz - 6xz$ c) $18xy - 7xy - 3xy - 3xy$
- b) $9a^2b - 2a^2b$ d) $5x^9 - x^9 - x^9 - x^9$

a) $-3xz$ c) $5xy$
b) $7a^2b$ d) $2x^9$

038 Fes les operacions i indica el grau del monomi resultant.

- a) $2x^2 + 3x^2 - 7x^2 + 8x^2 - x^2$
- b) $5xy^3 - 2xy^3 + 7xy^3 - 3xy^3 + 12xy^3$
- c) $3abc - 2abc + 6abc + 9abc - 4abc$
- d) $5xz - 3xz + 15xz - 11xz + 8xz - 3xz$
- e) $(2xyz) \cdot (2x^2yz^3)$
- f) $(-2abc) \cdot (3a^2b^2c^2) \cdot (-bc)$
- g) $7x \cdot (2xy) \cdot (-3xy^5) \cdot (xy)$
- h) $(6ac^3) \cdot (-2a^2c^3) \cdot (-3ac) \cdot (-4a^3c^2)$
- i) $(21x^2y^3) : (7xy^2)$
- j) $(9abc) : (3bc)$
- k) $(16x^4y^5a^3b^6) : (8x^2y^3a^2b^5)$
- l) $(5m^3n^2g^4) : (2mng)$

a) $5x^2$ Grau 2. g) $-42x^4y^7$ Grau 11.
b) $25xy^3$ Grau 4. h) $-144a^7c^9$ Grau 16.
c) $12abc$ Grau 3. i) $3xy$ Grau 2.
d) $11xz$ Grau 2. j) $3a$ Grau 1.
e) $4x^3y^2z^4$ Grau 9. k) $2x^2y^2ab$ Grau 6.
f) $6a^3b^4c^4$ Grau 11. l) $\frac{5}{2}m^2ng^3$ Grau 6.

039 Fes les operacions següents:

- a) $-xz + 6xz + xyz - 8xz$ c) $9c^9 - c^9 - c^9 + 10c^9$
 b) $9a^2b - 2a^2b + 8a^2b - a^2b$ d) $8xy + 7xy - xy + 3xy - xy$
 a) $-3xz + xyz$ b) $14a^2b$ c) $17c^9$ d) $16xy$

040 Fes aquestes multiplicacions:

- a) $xy \cdot 3xy \cdot (-6xy)$ c) $8xy^2 \cdot 7xy$
 b) $ab \cdot a^2b \cdot 7b \cdot ab$ d) $15x^9 \cdot (-3x^9)$
 a) $-18x^3y^3$ b) $7a^4b^3$ c) $4y$ d) $-45x^{18}$

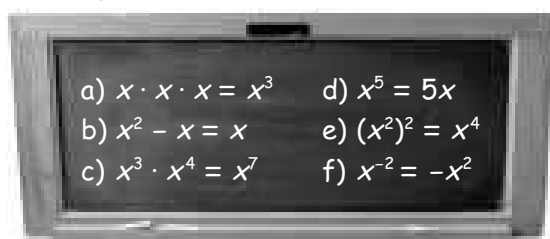
041 Fes les divisions de monomis següents:

- a) $9xy : 3xy$ c) $15x^8 : 5x^8$ e) $15x^9 : 3x^9$
 b) $9ab : ab$ d) $8xy^2 : 2xy^2$ f) $32x^7 : 8x^4$
 a) 3 b) 9 c) 3 d) 4 e) 5 f) $4x^3$

042 Calcula i simplifica el resultat tant com puguis.

- a) $2x^2 - 5(-x^2) + 8x^2 - (2x) \cdot (3x)$
 b) $2x \cdot (-y) + 7xy - yx + (-4x) \cdot (-5y)$
 c) $3x^2 - (-x)^2 + 3(-x^2) + (-3) \cdot (-x)^2$
 d) $(2xy - 3xy + 7xy) \cdot (2ab)$
 e) $(x^2 - 3x^2 + 6x^2 - 2x^2) \cdot (-5zx)$
 a) $2x^2 + 5x^2 + 8x^2 - 6x^2 = 9x^2$ d) $(6xy) \cdot (2ab) = 12xyab$
 b) $-2xy + 7xy - yx + 20xy = 24xy$ e) $(2x^2) \cdot (-5zx) = -10x^3z$
 c) $3x^2 - x^2 - 3x^2 - 3x^2 = -4x^2$

043 Raona si les igualtats següents són certes o falses:



- a) Certa: $x \cdot x \cdot x = x^{1+1+1} = x^3$.
 b) Falsa, perquè no podem restar potències amb la mateixa base i exponent diferent.
 c) Certa: $x^3 \cdot x^4 = x^{3+4} = x^7$.
 d) Falsa, ja que una potència consisteix a multiplicar un determinat nombre de vegades la base, i no sumar-la.
 e) Certa: $(x^2)^2 = x^{2 \cdot 2} = x^4$.
 f) Falsa: $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$.

Polinomis

044 Indica el grau, el terme independent i el polinomi oposat dels polinomis.

- a) $P(x) = -x^3 + x^2 - 7x - 2$ d) $S(x) = 8$
b) $Q(x) = -x^2 + 2x + 6$ e) $T(x) = 12x - x^2 + x^4$
c) $R(x) = x + 1$ f) $U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6}$
- | | | |
|-----------|-----------------------------------|---|
| a) Grau 3 | Terme independent: -2 | Oposat: $x^3 - x^2 + 7x + 2$ |
| b) Grau 2 | Terme independent: 6 | Oposat: $x^2 - 2x - 6$ |
| c) Grau 1 | Terme independent: 1 | Oposat: $-x - 1$ |
| d) Grau 0 | Terme independent: 8 | Oposat: -8 |
| e) Grau 4 | Terme independent: 0 | Oposat: $-x^4 + x^2 - 12x$ |
| f) Grau 2 | Terme independent: $-\frac{1}{6}$ | Oposat: $-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{6}$ |

045 Raona si és cert o fals.

- a) Un polinomi és la suma de dos monomis.
b) El grau d'un polinomi és el grau més gran dels monomis que el formen.
c) Els coeficients d'un polinomi són sempre nombres naturals.
d) Tots els polinomis tenen un terme on apareix x^2 .
- a) Fals. Un polinomi és la suma o la resta de dos monomis o més.
b) Cert.
c) Fals. Els coeficients poden ser qualsevol tipus de nombre.
d) Fals. No cal que la variable sigui x , i no és necessari que tingui un terme de grau 2.

046 Redueix els polinomis següents:

- a) $P(x) = -x^2 - x - 2 - x^3 + x^2 - x - 2$
b) $Q(x) = -x^2 + x^2 + 6 - x + x^2 - 7x - 2$
c) $R(x) = x + 1 - x + x^2$
d) $S(x) = 8 - x + 34 - x + 324$
e) $T(x) = x^4 + x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$
f) $U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6} - \frac{2}{7}x^2$
- a) $P(x) = -x^3 - 2x - 4$
b) $Q(x) = x^2 - 8x + 4$
c) $R(x) = x^2 + 1$
d) $S(x) = -2x + 364$
e) $T(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$
f) $U(x) = \frac{3}{7}x^2 - x - \frac{1}{6}$

047 Calcula el valor numèric de cada polinomi per als valors de la variable.

a) $A(x) = x + 1$, per a $x = 1$

b) $B(x) = \frac{1}{2}x^4 + 3$, per a $x = 2$

c) $C(x) = 4x^5 - x^2 + 3$, per a $x = -1$

d) $D(x) = -9x^4 + 7x^2 + 5$, per a $x = 1$

e) $E(x) = x^3 + x^2 + x + 2$, per a $x = -2$

f) $F(x) = x^4 + x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2$, per a $x = 0$

g) $G(x) = -14$, per a $x = -2$

a) $A(1) = 1 + 1 = 2$

b) $B(2) = 8 + 3 = 11$

c) $C(-1) = -4 - 1 + 3 = -2$

d) $D(1) = -9 + 7 + 5 = 3$

e) $E(-2) = -8 + 4 - 2 + 2 = -4$

f) $F(0) = -2$

g) $G(-2) = -14$

048 Calcula els valors numèrics per al polinomi:

$$P(x, y) = 2x^2y + xy^2 - 3xy + 5x - 6y + 9$$

a) $P(0, 0)$

c) $P(-1, 1)$

e) $P(1, 2)$

b) $P(1, 1)$

d) $P(1, -1)$

f) $P(2, 1)$

a) $P(0, 0) = 2 \cdot 0^2 \cdot 0 + 0 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 0 + 9 = 9$

b) $P(1, 1) = 2 \cdot 1^2 \cdot 1 + 1 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 \cdot 1 + 5 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + 9 = 8$

c) $P(-1, 1) = 2 \cdot (-1)^2 \cdot 1 + (-1) \cdot 1^2 - 3 \cdot (-1) \cdot 1 + 5 \cdot (-1) - 6 \cdot 1 + 9 = 2$

d) $P(1, -1) = 2 \cdot 1^2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot 1 \cdot (-1) + 5 \cdot 1 - 6 \cdot (-1) + 9 = 11$

e) $P(1, 2) = 2 \cdot 1^2 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 + 5 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 9 = 4$

f) $P(2, 1) = 2 \cdot 2^2 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 - 6 \cdot 1 + 9 = 17$

049 FES-HO AIXÍ

COM CALCULEM EL COEFICIENT D'UN POLINOMI SI EN SABEM UN DELS VALORS ABSOLUTS?

Calcula el valor de k en el polonomi $P(x) = x^2 - x + k$, si $P(2) = 5$.

PRIMER. Substituïm al polinomi la variable pel seu valor.

$$P(x) \xrightarrow{x=2} \left. \begin{array}{l} P(2) = 2^2 - 2 + k = 2 + k \\ P(2) = 5 \end{array} \right\} \rightarrow 2 + k = 5$$

SEGON. Aïllem k a l'equació resultant.

$$2 + k = 5 \rightarrow k = 5 - 2 = 3$$

Polinomis

050 Calcula el valor de k en cada polinomi si sabem que $P(1) = 6$.



a) $P(x) = kx^7 + x^3 + 3x + 1$

d) $P(x) = kx^6 - kx^3 + kx + k$

b) $P(x) = kx^4 + kx^3 + 4$

e) $P(x) = k$

c) $P(x) = 9x^5 + kx^2 + kx - k$

a) $k + 1 + 3 + 1 = 6 \rightarrow k = 1$

d) $k - k + k + k = 6 \rightarrow k = 3$

b) $k + k + 4 = 6 \rightarrow k = 1$

e) $k = 6$

c) $9 + k + k - k = 6 \rightarrow k = 3$

051 Donats els polinomis:

$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

$R(x) = 3x^2 - x + 1$

$Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$

$S(x) = 2x + 3$

calcula:

a) $P(x) + Q(x)$

c) $P(x) - S(x)$

e) $P(x) + R(x)$

g) $Q(x) - R(x)$

b) $Q(x) + P(x)$

d) $Q(x) - P(x)$

f) $R(x) + S(x)$

h) $R(x) - P(x)$

a) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) =$
 $= 2x^5 + 5x^3 + 3x^2 - 4x - 7$

b) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) + (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) =$
 $= 2x^5 + 5x^3 + 3x^2 - 4x - 7$

c) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (2x + 3) =$
 $= 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + x - 9$

d) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) - (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) =$
 $= -2x^5 + 6x^4 - 9x^3 + 7x^2 - 10x + 5$

e) $(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^2 - x + 1) =$
 $= 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 + x^2 + 2x - 5$

f) $(3x^2 - x + 1) + (2x + 3) = 3x^2 + x + 4$

g) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) - (3x^2 - x + 1) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x - 2$

h) $(3x^2 - x + 1) - (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) =$
 $= -2x^5 + 3x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 4x + 7$

052 Suma i resta els polinomis següents:



a) $P(x) = -7x + 4$; $Q(x) = 2x + 5$

b) $P(x) = -3x^2 + 1$; $Q(x) = -x^2 + 2x$

c) $P(x) = -3x^2 + 1$; $Q(x) = -x^2 + 2x + 6$

d) $P(x) = -5x^3 + x^2 - 7x - 2$; $Q(x) = 5x^3 + x^2 + 4x - 2$

e) $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2xy - \frac{3}{2}y^2$; $Q(x) = x^2 - xy - y^2$

f) $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2xy - \frac{3}{2}y^2$; $Q(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2xy - \frac{2}{3}y^2$

g) $P(x) = x^2 - \frac{x}{2} - 3$; $Q(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x - 1$

h) $P(x) = x^2 - 5x - 3$; $Q(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}$

- | | |
|---|--|
| a) Suma: $-5x + 9$ | Resta: $-9x - 1$ |
| b) Suma: $-4x^2 + 2x + 1$ | Resta: $-2x^2 - 2x + 1$ |
| c) Suma: $-4x^2 + 2x + 7$ | Resta: $-2x^2 - 2x - 5$ |
| d) Suma: $2x^2 - 3x - 4$ | Resta: $-10x^3 - 11x$ |
| e) Suma: $\frac{3}{2}x^2 - 3xy - \frac{5}{2}y^2$ | Resta: $-\frac{1}{2}x^2 - xy - \frac{1}{2}y^2$ |
| f) Suma: $\frac{5}{6}x^2 - 4xy - \frac{13}{6}y^2$ | Resta: $\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}y^2$ |
| g) Suma: $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x - 4$ | Resta: $\frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{6}x - 2$ |
| h) Suma: $\frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{8}{3}$ | Resta: $\frac{3}{2}x^2 - 5x - \frac{10}{3}$ |

053 Donats els polinomis:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$$

$$R(x) = 3x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$$

$$S(x) = 2x + 3$$

calcula:

a) $P(x) + Q(x) + R(x) + S(x)$

c) $[P(x) + Q(x)] - [R(x) + Q(x)]$

b) $P(x) - R(x) + S(x) - Q(x)$

d) $[P(x) - Q(x)] - [R(x) - Q(x)]$

$$\begin{aligned} \text{a) } (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) + \\ + (3x^2 - x + 1) + (2x + 3) = 2x^5 + 5x^3 + 6x^2 - 3x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (3x^2 - x + 1) + (2x + 3) - \\ - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) = 2x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 10x^2 + 13x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] + \\ + [(3x^2 - x + 1) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] = \\ = (2x^5 + 5x^3 + 3x^2 - 4x - 7) - (3x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 8x) = \\ = -2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 4x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] + \\ + [(3x^2 - x + 1) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] = \\ = [2x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 7x^2 + 10x - 5] - [-3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 6x + 2] = \\ = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 4x - 7 \end{aligned}$$

054 Quin és el polinomi $Q(x)$ que hem de sumar a $P(x) = x^2 + 2x - 1$ per obtenir com a resultat $R(x)$.

a) $R(x) = x - 1$

d) $R(x) = -7x^2 - 3x$

b) $R(x) = 2x^2 - x - 6$

e) $R(x) = x^3 - x$

c) $R(x) = 5x^2 - x + 1$

f) $R(x) = x^3 - x^2$

$$Q(x) = R(x) - P(x)$$

a) $Q(x) = -x^2 - x$

d) $Q(x) = -8x^2 - 5x + 1$

b) $Q(x) = x^2 - 3x - 5$

e) $Q(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$

c) $Q(x) = 4x^2 - 3x + 2$

f) $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$

Polinomis

055 Donats els polinomis:

$$P(x) = 2x^6 - 7x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$Q(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 - x - 1$$

$$R(x) = x^2 - x + 1$$

calcula:

a) $P(x) \cdot Q(x)$ b) $Q(x) \cdot R(x)$ c) $P(x) \cdot R(x)$ d) $R(x) \cdot R(x)$

$$\begin{aligned} \text{a) } (2x^6 - 7x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1) \cdot (3x^5 - 2x^3 + x^2 - x - 1) = \\ = 6x^{11} - 25x^9 + 8x^8 + 6x^7 - 10x^6 + 10x^5 + x^4 + 3x^3 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (3x^5 - 2x^3 + x^2 - x - 1) \cdot (x^2 - x + 1) = \\ = 3x^7 - 3x^6 + x^5 + 3x^4 - 4x^3 + x^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (2x^6 - 7x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1) \cdot (x^2 - x + 1) = \\ = 2x^8 - 2x^7 - 5x^6 + 9x^5 - 11x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 1 \end{aligned}$$

$$\text{d) } (x^2 - x + 1) \cdot (x^2 - x + 1) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

056 Donats els polinomis:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6$$

$$R(x) = 3x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1$$

$$S(x) = 2x + 3$$

calcula:

a) $[P(x) - Q(x)] \cdot S(x)$ c) $[P(x) + Q(x) + R(x)] \cdot S(x)$

b) $[R(x) - Q(x)] \cdot S(x)$ d) $[P(x) + Q(x) - R(x)] \cdot S(x)$

$$\begin{aligned} \text{a) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] \cdot (2x + 3) = \\ = (2x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 7x^2 + 10x - 5) \cdot (2x + 3) = \\ = 4x^6 - 6x^5 + 13x^3 - x^2 + 20x - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } [(3x^2 - x + 1) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] \cdot (2x + 3) = \\ = (-3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 6x + 2) \cdot (2x + 3) = \\ = -6x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 22x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) + \\ + (3x^2 - x + 1)] \cdot (2x + 3) = (2x^5 + 5x^3 + 6x^2 - 5x - 6) \cdot (2x + 3) = \\ = 4x^6 + 6x^5 + 10x^4 + 27x^3 + 8x^2 - 27x - 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } [(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) - \\ - (3x^2 - x + 1)] \cdot (2x + 3) = (2x^5 + 5x^3 - 3x - 8) \cdot (2x + 3) = \\ = 4x^6 + 6x^5 + 10x^4 + 15x^3 - 6x^2 - 25x - 24 \end{aligned}$$

057 Fes les operacions següents:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x \right) - \left(\frac{5}{4}x + 7 \right) + \left(\frac{7}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + 3 \right)$$

$$\text{b) } \left(\frac{5}{3}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + x - 7 \right) \cdot \left(\frac{5}{2}x^2 - 3x \right)$$

$$\text{c) } \frac{2}{5}x^2 \cdot (x^3 - 3x^2 + x - 1) - x^3 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{2}{3} \right)$$

$$\text{d) } \frac{5}{6}x \cdot (x^5 - x^2 + 3x - 1) - x^5 \cdot \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{4}{3} \right)$$

$$a) \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{2} \right) x^2 - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4} - \frac{9}{4} \right) x + (-7 + 3) = 4x^2 - \frac{11}{4}x - 4$$

$$b) \frac{25}{6}x^5 - 6x^4 + \frac{37}{10}x^3 - \frac{41}{2}x^2 + 21x$$

$$c) \left(\frac{2}{5}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{2}{5}x^3 - \frac{2}{5}x^2 \right) - \left(\frac{1}{2}x^5 - x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right) = \\ = -\frac{1}{10}x^5 + \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{15}x^3 - \frac{2}{5}x^2$$

$$d) \left(\frac{5}{6}x^6 - \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{6}x \right) - \left(-\frac{5}{2}x^6 + \frac{4}{3}x^5 \right) = \\ = -\frac{1}{3}x^7 + \frac{10}{3}x^6 - \frac{4}{3}x^5 - \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{6}x$$

058 Divideix:

$$a) (4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + x + 7) : (x - 1)$$

$$b) (4x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5) : (x + 1)$$

$$c) (7x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1) : (x^2 + x)$$

$$d) (x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 3) : (x^2 + x + 1)$$

$$e) (4x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 2x + 3) : (x^2 - x - 2)$$

$$a) \begin{array}{r} 4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + x + 7 \\ - 4x^4 + 4x^3 \\ \hline 7x^3 - 5x^2 + x + 7 \\ - 7x^3 + 7x^2 \\ \hline 2x^2 + x + 7 \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline 3x + 7 \\ - 3x + 3 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - 1 \\ \hline 4x^3 + 7x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

$$b) \begin{array}{r} 4x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5 \\ - 4x^4 - 4x^3 \\ \hline - 6x^3 + 3x^2 - 2x + 5 \\ 6x^3 + 6x^2 \\ \hline 9x^2 - 2x + 5 \\ - 9x^2 - 9x \\ \hline - 11x + 5 \\ 11x + 11 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x + 1 \\ \hline 4x^3 - 6x^2 + 9x - 11 \end{array}$$

Polinomis

$$\begin{array}{r}
 \text{c) } 7x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + x \\ 7x^3 - 3x^2 + 6x - 11 \end{array} \right. \\
 \underline{- 7x^5 - 7x^4} \\
 - 3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{3x^4 + 3x^3} \\
 6x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{- 6x^3 - 6x^2} \\
 - 11x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{11x^2 + 11x} \\
 13x - 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{d) } x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 3 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + x + 1 \\ x^2 - 3x + 3 \end{array} \right. \\
 \underline{- x^4 - x^3 - x^2} \\
 - 3x^3 - x + 3 \\
 \underline{3x^3 + 3x^2 + 3x} \\
 3x^2 + 2x + 3 \\
 \underline{- 3x^2 - 3x - 3} \\
 - x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{e) } 4x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 2x + 3 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - x - 2 \\ 4x^2 + 2x + 17 \end{array} \right. \\
 \underline{- 4x^4 + 4x^3 + 8x^2} \\
 2x^3 + 15x^2 - 2x + 3 \\
 \underline{- 2x^3 + 2x^2 + 4x} \\
 17x^2 + 2x + 3 \\
 \underline{- 17x^2 + 17x + 34} \\
 19x + 37
 \end{array}$$

059 Desenvolupa:

- | | | |
|----------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $(3x + 2)^2$ | d) $(7x^3 + 4x^2)^2$ | g) $(x^4 + 3x^5) \cdot (x^4 - 3x^5)$ |
| b) $(3x - 2)^2$ | e) $(2x + 7) \cdot (2x - 7)$ | h) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$ |
| c) $(3x^2 - 2x)^2$ | f) $(2x^2 + 3x) \cdot (2x^2 - 3x)$ | |
| a) $9x^2 + 12x + 4$ | e) $4x^2 - 49$ | |
| b) $9x^2 - 12x + 4$ | f) $4x^4 - 9x^2$ | |
| c) $9x^4 - 12x^3 + 4x^2$ | g) $x^8 - 9x^{10}$ | |
| d) $49x^6 + 56x^5 + 16x^4$ | h) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$ | |

060 Desenvolupa aquests quadrats:

- | | | |
|----------------------|------------------------------|------------------|
| a) $(x + 5)^2$ | c) $(-y - 8)^2$ | e) $(-x - y)^2$ |
| b) $(2y - 7)^2$ | d) $(xy - 6x)^2$ | f) $(x + 2xy)^2$ |
| a) $x^2 + 10x + 25$ | d) $x^2y^2 - 12x^2y + 36x^2$ | |
| b) $4y^2 - 28y + 49$ | e) $x^2 + 2xy + y^2$ | |
| c) $y^2 + 16y + 64$ | f) $x^2 + 2x^2y + 4x^2y^2$ | |

061 Completa les igualtats següents:

- a) $(2x + 3)^2 = \square + 12x + \square$ c) $(9 + 7x) \cdot (9 - 7x) = \square - \square$
 b) $(5 - 3x)^2 = 25 - \square + \square x^2$ d) $(\square + \square)^2 = x^4 + 2x^3 + x^2$
- a) $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$
 b) $(5 - 3x)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3x + (3x)^2 = 25 - 30x + 9x^2$
 c) $(9 + 7x) \cdot (9 - 7x) = 9^2 - (7x)^2 = 81 - 49x^2$
 d) $x^4 + 2x^3 + x^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot x + x^2 = (x^2 + x)^2$

062 FES-HO AIXÍ

Fes l'operació següent:

$$(2x - 3)^2 - (2 + x)^2$$

PRIMER. Desenvolupem el polinomi aplicant el resultat de les igualtats notables.

$$(2x - 3)^2 - (2 + x)^2 = (4x^2 - 12x + 9) - (4 + 4x + x^2)$$

SEGON. Traiem els parèntesis. N'hem de tenir en compte els signes.

$$(4x^2 - 12x + 9) - (4 + 4x + x^2) = 4x^2 - 12x + 9 - 4 - 4x - x^2$$

TERCER. Reduïm el polinomi.

$$4x^2 - 12x + 9 - 4 - 4x - x^2 = 3x^2 - 16x + 5$$

Així doncs, $(2x - 3)^2 - (2 + x)^2 = 3x^2 - 16x + 5$.**063 Desenvolupa i simplifica les expressions següents:**

- a) $5x^2 + (2x^2 + 1)^2 - 2x^4 - (x - 1)^2$
 b) $(x - 1)^2 - (x^2 + x + 1)$
 c) $(5x + 5)^2 - (5x - 5)^2$
 d) $(2x^3 - 3x^2)^2 - (2x + 2) \cdot (2x - 2)$
 e) $(x + 6)^2 - (x - 6)^2 - (x - 5) \cdot (x + 5)$
 f) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 + (2x + 1) \cdot (3x + 2)$
- a) $5x^2 + (2x^2 + 1)^2 - 2x^4 - (x - 1)^2 = 5x^2 + 4x^4 + 4x^2 + 1 - 2x^4 - x^2 + 2x - 1 = 2x^4 + 8x^2 + 2x$
 b) $(x - 1)^2 - (x^2 + x + 1) = x^2 - 2x + 1 - x^2 - x - 1 = -3x$
 c) $(5x + 5)^2 - (5x - 5)^2 = [(5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 5 + 5^2] - [(5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 5 + 5^2] = 25x^2 + 50x + 25 - 25x^2 + 50x - 25 = 100x$
 d) $(2x^3 - 3x^2)^2 - (2x + 2) \cdot (2x - 2) = (2x^3)^2 - 2 \cdot 2x^3 \cdot 3x^2 + (3x^2)^2 - [(2x)^2 - 2^2] = 4x^6 - 12x^5 + 9x^4 - 4x^2 + 4$
 e) $(x + 6)^2 - (x - 6)^2 - (x - 5) \cdot (x + 5) = x^2 + 12x + 36 - x^2 + 12x - 36 - x^2 + 25 = -x^2 + 24x + 25$
 f) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 + (2x + 1) \cdot (3x + 2) = (2x)^2 + 2 \cdot 2x + 1 - ((2x)^2 - 2 \cdot 2x + 1) + 6x^2 + 4x + 3x + 2 = 4x^2 + 4x + 1 - 4x^2 + 4x - 1 + 6x^2 + 7x + 2 = 6x^2 + 15x + 2$

Polinomis

064 Expressa aquests polinomis com el quadrat d'una suma o diferència.



a) $9x^2 + 18x + 9$

c) $x^2 + 16x + 64$

b) $16x^2 - 16x + 4$

d) $4x^2 + 4x + 1$

a) $3^2x^2 + 2 \cdot 3 \cdot 3x + 3^2 = (3x + 3)^2$

b) $4^2x^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2x + 2^2 = (4x - 2)^2$

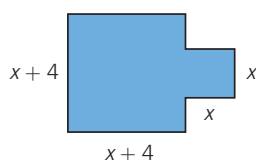
c) $1^2x^2 + 2 \cdot 1 \cdot 8x + 8^2 = (x + 8)^2$

d) $2^2x^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1x + 1^2 = (2x + 1)^2$

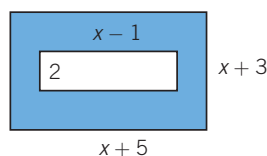
065 Expressa l'àrea de cada figura mitjançant un polinomi. Simplifica'n l'expressió.



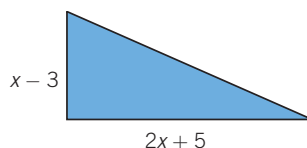
a)



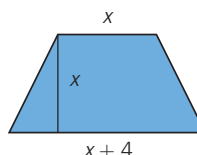
c)



b)



d)



a) $(x + 4)^2 + x^2 = 2x^2 + 8x + 16$

b) $\frac{(x - 3) \cdot (2x + 5)}{2} = x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{15}{2}$

c) $(x + 5) \cdot (x + 3) - 2(x - 1) = x^2 + 8x + 15 - 2x + 2 = x^2 + 6x + 17$

d) $\frac{x + (x + 4)}{2} \cdot x = x^2 + 2x$

066 Escribe els polinomis com un producte de dos factors.



a) $x^2 - 16$

d) $x^2 - 4x + 4$

b) $x^4 - 36$

e) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

c) $4x^2 - 25$

f) $16x^4 + 24x^2 + 9$

a) $(x + 4) \cdot (x - 4)$

d) $(x - 2)^2$

b) $(x^2 + 6) \cdot (x^2 - 6)$

e) $(4x - 3y)^2$

c) $(2x + 5) \cdot (2x - 5)$

f) $(4x^2 + 3)^2$

067 Fixa't en l'exemple resolt i completa.



$[(x + 2) + 3] \cdot [(x + 2) - 3] = (x + 2)^2 - 9$

a) $[(3x - y) + 4] \cdot [(3x - y) - 4]$

b) $[(a + b) + c] \cdot [(a + b) - c]$

a) $(3x - y)^2 - 16$

b) $(a + b)^2 - c^2$

068 Extreu factor comú en aquestes expressions:



a) $3x^2 - 4x$

c) $xy - 6xyz - 5xyzt$

b) $(x + 1) + 3(x + 1)$

d) $3x - 4x^2 - 6x^3$

a) $x(3x - 4)$

c) $xy(1 - 6z - 5zt)$

b) $(x + 1) \cdot (1 + 3) = 4(x + 1)$

d) $x(3 - 4x - 6x^2)$

069 Simplifica aquestes expressions aplicant les igualtats notables i extraient factor comú:



a) $7x^2 - 14x + 7$

e) $(2x + 4) \cdot (x - 2)$

b) $16x^2 + 64x + 64$

f) $(x - 5) \cdot (x^2 + 5x)$

c) $x^3 - 2x^2 + x$

g) $(-x - 7) \cdot (x - 7)$

d) $18x^4 - 12x^2 + 2$

h) $(-x^2 + 5) \cdot (-x^2 - 5)$

a) $7(x^2 - 2x + 1) = 7(x - 1)^2$

b) $16(x^2 + 4x + 4) = 16(x + 2)^2$

c) $x(x^2 - 2x + 1) = x(x - 1)^2$

d) $2(9x^4 - 6x^2 + 1) = 2(3x^2 - 1)^2$

e) $2(x + 2) \cdot (x - 2) = 2(x^2 - 4)$

f) $x(x - 5) \cdot (x + 5) = x(x^2 - 25)$

g) $-(x + 7) \cdot (x - 7) = -(x^2 - 49) = 49 - x^2$

h) $(x^2 - 5) \cdot (x^2 + 5) = x^4 - 25$

070 FES-HO AIXÍ

COM SIMPLIFIQUEM EXPRESSIONS ALGEBRAIQUES?

Simplifica: $\frac{(y^4 - y^3) \cdot (x^2 - 2x + 1)}{xy^2(x - 1)}$

PRIMER. Descomponem el numerador i el denominador en tants factors com sigui possible.

$$\frac{(y^4 - y^3) \cdot (x^2 - 2x + 1)}{xy^2(x - 1)} = \frac{y^3(y - 1) \cdot (x^2 - 2x + 1)}{xy^2(x - 1)} =$$

S'extreu factor comú a y^3 :

 $y^4 - y^3 = y^3 \cdot (y - 1)$

Quadrat d'una diferència:

 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

$$= \frac{y^3(y - 1) \cdot (x - 1)^2}{xy^2(x - 1)}$$

SEGON. Dividim el numerador i el denominador pels factors comuns a tots dos.

$$\frac{y^3 \cdot (y - 1) \cdot (x - 1)^2}{x \cdot y^2 \cdot (x - 1)} = \frac{y(y - 1)(x - 1)}{x}$$

Polinomis

071 Simplifica les fraccions algebraiques:



a) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x(x + 1)}$ c) $\frac{y^2(x^2 - 4x + 4)}{x(x - 2)}$

b) $\frac{x^2(x^2 - 4)}{x(x - 2)}$ d) $\frac{(x^2 - 9)(y^2 - 16)}{xy(2x - 6)(y + 4)^2}$

a) $\frac{(x + 1)^2}{x(x + 1)} = \frac{(x + 1)}{x}$

b) $\frac{x^2(x + 2) \cdot (x - 2)}{x(x - 2)} = x(x + 2)$

c) $\frac{y^2(x - 2)^2}{x(x - 2)} = \frac{y^2(x - 2)}{x}$

d) $\frac{(x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (y + 4) \cdot (y - 4)}{2xy(x - 3) \cdot (y + 4)^2} = \frac{(x + 3) \cdot (y - 4)}{2xy(y + 4)}$

072 Simplifica les fraccions algebraiques següents:



a) $\frac{x^3(x^2 - 16)}{x(x + 4)}$ d) $\frac{(3x - 2)^2}{9x^2 - 4}$

b) $\frac{x(2x^2 - 16x + 32)}{(x^2 - 16)}$ e) $\frac{(6x + 8)^2}{27x^2 - 48}$

c) $\frac{18x^4 - 36x^2 + 18}{9x^2(x - 1)^2}$ f) $\frac{(3x + 12)(x - 4)}{2x^2 - 32}$

a) $\frac{x^2(x - 4) \cdot (x + 4)}{x(x + 4)} = x(x - 4)$

b) $\frac{2x(x - 4)^2}{(x - 4) \cdot (x + 4)} = \frac{2x(x - 4)}{(x + 4)}$

c) $\frac{18(x^2 - 1)^2}{9x^2(x - 1)^2} = \frac{18(x - 1)^2 \cdot (x + 1)^2}{9x^2(x - 1)^2} = \frac{2(x + 1)^2}{x^2}$

d) $\frac{(3x + 2)^2}{(3x + 2) \cdot (3x - 2)} = \frac{(3x + 2)}{(3x - 2)}$

e) $\frac{4(3x + 4)^2}{3(3x + 4) \cdot (3x - 4)} = \frac{4(3x + 4)}{3(3x - 4)}$

f) $\frac{3(x + 4) \cdot (x - 4)}{2(x + 4) \cdot (x - 4)} = \frac{3}{2}$

073 Si $P(x)$ té grau 5 i $Q(x)$ grau 2, determina, quan sigui possible, els graus dels polinomis:



a) $P(x) + Q(x)$ c) $P(x) \cdot Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$ d) El quocient i el residu de $P(x) : Q(x)$.

Fes el mateix si $P(x)$ i $Q(x)$ tenen grau 5.

- a) Grau 5.
- b) Grau 5.
- c) Grau $7 = 5 + 2$.
- d) Quocient $\rightarrow$ Grau $3 = 5 - 2$.
Residu $\rightarrow$ Grau més petit que 2.

Si $P(x)$ i $Q(x)$ tenen grau 5:

- a) No es pot saber, perquè pot passar que alguns dels termes s'anul·lin en la suma, si els coeficients són oposats.
- b) No es pot saber, perquè potser algun dels termes s'anul·la en la resta, si els coeficients són oposats.
- c) Grau $10 = 5 + 5$.
- d) Quocient $\rightarrow$ Grau $0 = 5 - 5$.
Residu $\rightarrow$ Grau més petit que 5.

074 Les sumes següents són quadrats perfectes.

$$\begin{aligned}
 1^2 + 2^2 + 1^2 \cdot 2^2 &= 3^2 \\
 2^2 + 3^2 + 2^2 \cdot 3^2 &= 7^2 \\
 \dots \\
 9^2 + 10^2 + 9^2 \cdot 10^2 &= 91^2
 \end{aligned}$$

En vista d'aquests resultats, podries determinar a quin quadrat és igual l'expressió següent?

$$x^2 + (x + 1)^2 + x^2(x + 1)^2$$

Comprova que la teva igualtat és correcta.

$$x^2 + (x + 1)^2 + x^2(x + 1)^2 = [x(x + 1) + 1]^2$$

Per demostrar aquesta fórmula, partim del segon membre:

$$\begin{aligned}
 [x(x + 1) + 1]^2 &= [x(x + 1)]^2 + 2x(x + 1) + 1 = x^2(x + 1)^2 + 2x(x + 1) + 1 = \\
 &= x^2(x + 1)^2 + 2x^2 + 2x + 1 = \\
 &= x^2(x + 1)^2 + x^2 + x^2 + 2x + 1 = \\
 &= x^2 + (x + 1)^2 + x^2(x + 1)^2
 \end{aligned}$$

075 Comprova amb uns quants exemples que el producte de tres nombres enters consecutius sumat al nombre del mig és sempre un cub perfecte.

Demosta-ho per a tres nombres enters consecutius qualssevol: $x - 1$, x i $x + 1$.

$$\text{Exemples: } 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 = 27 = 3^3$$

$$4 \cdot 5 \cdot 6 + 5 = 125 = 5^3$$

$$9 \cdot 10 \cdot 11 + 10 = 1.000 = 10^3$$

$$(x - 1) \cdot x \cdot (x + 1) + x = (x^3 - x) + x = x^3$$

Polinomis

076



Esbrina, seguint el mètode aplicat per trobar el desenvolupament de les igualtats notables, els desenvolupaments de:

a) $(a + b)^3$ c) $(a + b)^2 \cdot (a - b)^2$

b) $(a - b)^3$ d) $(a - b)^4$

$$\begin{aligned} \text{a) } (a + b)^3 &= (a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a + b) = \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (a - b)^3 &= (a - b)^2 \cdot (a - b) = (a^2 - 2ab + b^2) \cdot (a - b) = \\ &= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (a + b)^2 \cdot (a - b)^2 &= ((a + b) \cdot (a - b)) \cdot ((a + b) \cdot (a - b)) = (a^2 - b^2)^2 = \\ &= ((a^2)^2 - 2(a^2) \cdot (b^2) + (b^2)^2) = a^4 - 2a^2b^2 + b^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (a - b)^4 &= (a - b)^3 \cdot (a - b) = (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) \cdot (a - b) = \\ &= a^4 - 3a^3b + 3a^2b^2 - ab^3 - a^3b + 3a^2b^2 - 3ab^3 + b^4 = \\ &= a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4 \end{aligned}$$

A LA VIDA QUOTIDIANA

077



Una fàbrica produeix taules fetes a mà. L'amo s'ha fixat que els costos de fabricació per unitat varien massa en funció del nombre de taules produïdes.

A més, ha arribat a la conclusió que el cost total (en euros) de la producció de x taules està donat per la fórmula:

$$C(x) = x^3 + 5x + 16.000$$

Segons tot això:

- a) Quin és el cost de producció de 40 taules? Quant costa produir cada unitat? I de 20 taules? Quant costa produir cada unitat en aquest cas?

M'han fet una comanda de 18 taules i tinc dues opcions:

- Fabricar 18 taules i vendre-les a preu de catàleg: 1.700 euros cadascuna.
- Oferir al client una oferta de 20 taules a 1.640 euros cadascuna.

- b) Quina és la diferència de beneficis per al fabricant en cada cas? Quina opció li suposarà un benefici més gran?

$$\begin{aligned} \text{a) El cost de fabricació de 40 taules és: } C(40) &= 40^3 + 5 \cdot 40 + 16.000 = \\ &= 80.200 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\text{Produir una unitat costa: } 80.200 : 40 = 2.005 \text{ €}.$$

$$\text{Fabricar 20 taules costa: } C(20) = 20^3 + 5 \cdot 20 + 16.000 = 24.100 \text{ €}$$

$$\text{i produir una unitat costa: } 24.100 : 20 = 1.205 \text{ €}.$$



b) Fabricar 18 taules costa: $C(18) = 18^3 + 5 \cdot 18 + 16.000 = 21.922 \text{ €}$.

Els ingressos són: $1.700 \cdot 18 = 30.600 \text{ €}$.

Els guanys són: $30.600 - 21.922 = 8.678 \text{ €}$.

Fabricar 20 taules costa: $C(20) = 20^3 + 5 \cdot 20 + 16.000 = 24.100 \text{ €}$

Els ingressos són: $1.640 \cdot 20 = 32.800 \text{ €}$.

Els guanys són: $32.800 - 24.100 = 8.700 \text{ €}$.

La diferència entre els beneficis és $8.678 - 7.300 = 1.378 \text{ €}$ si ven 18 taules, que és l'opció més beneficiosa per al fabricant.

078



EMBALATGES CARTILLA fabrica caixes de cartró per embalar.

Tenen tres tipus de caixes i cada client pot triar el format i les dimensions en funció de les necessitats.

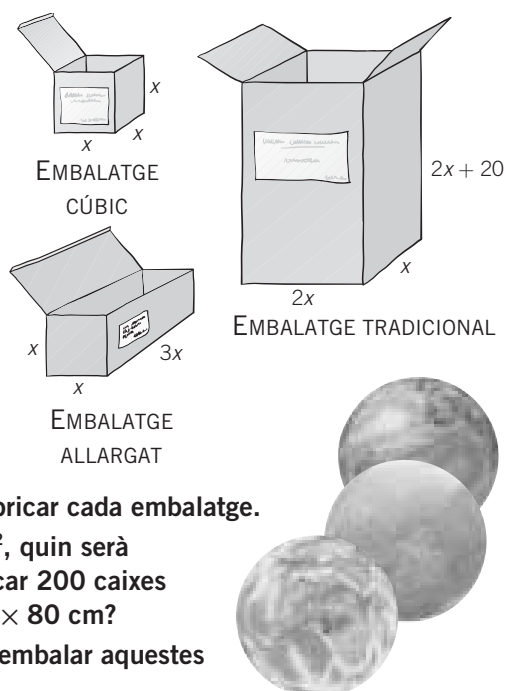
Totes les mides estan expressades en centímetres i, per exigències de producció i de resistència del cartró, els valors de la variable tenen algunes restriccions segons el model.

A més, han de ser més grans de 10 cm i més petites de 50.

a) Expressa en forma de polinomi la quantitat de cartró necessària per fabricar cada embalatge.

b) Si el preu del cartró és de $0,02 \text{ €/m}^2$, quin serà el preu del cartró necessari per fabricar 200 caixes d'embalatge tradicional de $30 \times 60 \times 80 \text{ cm}$?

c) Quin tipus de caixes necessitem per embalar aquestes esferes?



a) Embalatge cúbic: 6 cares de superfície $x^2 \rightarrow S(x) = 6x^2$

Embalatge allargat: 2 cares de superfície x^2 i 4 cares de superfície: $3x^2 \rightarrow S(x) = 14x^2$

Embalatge tradicional: 2 cares de superfície $2x^2$, 2 cares de superfície $2x^2 + 20$ i 2 cares de superfície $4x^2 + 40x \rightarrow S(x) = 2(8x^2 + 60x) = 16x^2 + 120x$

b) $x = 30 \rightarrow$ La superfície de cada caixa és:

$$S(30) = 16 \cdot 30^2 + 120 \cdot 30 = 18.000 \text{ cm}^2 \rightarrow 18.000 \text{ cm}^2 = 1,8 \text{ m}^2$$

200 caixes tenen una superfície de $200 \cdot 1,8 = 360 \text{ m}^2$ i un cost de $360 \cdot 2 = 720$ cèntims d'euro = $7,20 \text{ €}$.

c) El diàmetre de l'esfera no pot mesurar més de 50 cm.

Si volem que l'embalatge sigui individual, ho farem amb tres caixes cúbiques.

Si volem embalar les tres esferes juntes, sense que sobri espai, farem servir l'embalatge allargat.

Si volem embalar les tres esferes juntes i que sobri espai, farem servir l'embalatge tradicional.