

Una empresa de transport de mercaderies disposa de 3 tipus de vehicles: furgonetes, que admeten fins a 2 tones de càrrega; camions lleugers, que transporten fins a 12 tones, i camions pesants, que poden portar fins a 50 tones. La flota de vehicles completa pot trasportar simultàniament 306 tones en 21 vehicles i el nombre de camions lleugers és el doble que el de furgonetes. Quants vehicles de cada classe té l'empresa?

X = nombre de furgonetes
 Y = " " " camions lleugers
 Z = " " " camions pesants

$$\left. \begin{aligned} 2X + 12Y + 50Z &= 306 \\ X + Y + Z &= 21 \\ Y &= 2X \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 12 & 50 & | & 306 \\ 1 & 1 & 1 & | & 21 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 6 & 25 & | & 153 \\ 1 & 1 & 1 & | & 21 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 6 & 25 & | & 153 \\ 0 & -5 & -24 & | & -132 \\ 0 & 13 & 50 & | & 306 \end{pmatrix}$$

$\begin{matrix} 13F_2 \\ 5F_3 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 & | & 153 \\ 0 & -65 & -312 & | & -1716 \\ 0 & 65 & 250 & | & 1530 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 + F_3} \begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 & | & 153 \\ 0 & -65 & -312 & | & -1716 \\ 0 & 0 & -62 & | & -186 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} -62Z = -186 \\ Z = \frac{-186}{-62} = 3 \end{matrix}$

Acabant-ho ... $Y = 12$
 $X = 6$

Problema Proves Accés

En una reunió hi ha homes, dones i nens. Sabem que en total hi ha 30 persones, que el doble de nombre de dones és igual a la suma del nombre d'homes i nens, i que el triple del nombre d'homes coincideix amb el doble del nombre de nens. Troba el nombre d'homes, de dones i de nens.

$x = \text{homes}$

$y = \text{dones}$

$z = \text{nens}$

$$x + y + z = 30$$

$$2y = x + z$$

$$3x = 2z$$

$$x + y + z = 30$$

$$0 = x - 2y + z$$

$$3x - 2z = 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{-F_1+F_2 \\ -3F_1+F_3}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & -3 & 0 & -30 \\ 0 & -3 & -5 & -90 \end{array}\right) \xrightarrow{-F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 3 & 0 & 30 \\ 0 & -3 & -5 & -90 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2+F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 3 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & -5 & -60 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow -5z = -60 \Rightarrow \boxed{z = \frac{-60}{-5} = 12}$$

$$3y = 30 \Rightarrow \boxed{y = 10}$$

$$x + y + z = 30 \Rightarrow x + 10 + 12 = 30 \Rightarrow \boxed{x = 8}$$

SUCCESSIONS. PROGRESSIONS ARITMÈTIQUES I GEOMÈTRIQUES

Una successió és una llista infinita de nombres.

EXEMPLES

- (a) $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$
successió dels nombres naturals, $\mathbb{N}$
- (b) $-\frac{2}{3}, 4, 0, \pi, \sqrt{2}, -\frac{27}{5}, 3, 14, \frac{8}{-3}, \dots$

a_n = terme general d'una successió, és el nombre que apareix

Exemple (a) $a_n = n$ $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ en la posició n)

$a_1 \quad a_2 \quad a_3$

(b) No hi ha terme general, no hi ha fórmula

(c) $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots$

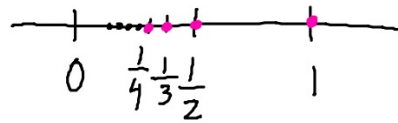
$$a_n = n^2$$

d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}$

$$a_n = \frac{1}{n}$$

Terme que es troba en la posició 14? $a_{14} = \frac{1}{14}$

a_{14}



e) $-1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots$

1) 2) 3)

$$b_n = (-1)^n$$



La successió $a_n = \frac{1}{n}$
convergeix a 0

La successió $b_n = (-1)^n$ divergeix, ja que no s'aproxima a cap nombre

Progressions Aritmètiques (P.A.) i Geomètriques (P.G.)

- (a) 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, ... P.A. = Progressió Aritmètica
 Veig que obtinc cada terme sumant-li 3 a l'anterior

$$a_n - a_{n-1} = 3 = d \quad d = \text{diferència de la P.A.}$$

$\uparrow$ terme $\uparrow$ terme anterior

- (b) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...

Aquí obtinc cada terme multiplicant per 2

P.G. = Progressió Geomètrica

$r = \text{ràtio de la P.G.}$

$$a_{10} = 2 + (10-1) \cdot 3 = 2 + 9 \cdot 3 = 2 + 27 = 29$$

FÓRMULES	
<u>P.A.</u> $d = \text{diferència}$ $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$	<u>P.G.</u> $r = \text{ràtio}$ $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Troba el terme general a_n d'una P.A. que té com a primer terme $a_1 = -11$ i com a $d=7$. A continuació calcula el nové terme de la successió.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_n = -11 + (n-1) \cdot 7 = -11 + 7n - 7 = -18 + 7n$$

$$a_9 = -18 + 7 \cdot 9 = 45$$

Troba el terme general b_n d'una P.G. que té com a primer terme $a_1 = 32$ i com a $r=1/2$. A continuació calcula el seté terme de la successió.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$a_7 = 32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-1} = 32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 32 \cdot \frac{1}{64} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

Troba el terme general d'una P.A. sabent que $a_2 = 17$ i $a_5 = 50$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \quad \left. \begin{array}{l} a_2 = a_1 + d = 17 \\ a_5 = a_1 + 4d = 50 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \text{---} & \text{---} & \text{---} & & & & \\ & & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & & & \\ a_1 & & & & & & & & \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x + y = 17 \\ x + 4y = 50 \end{array} \right\}$$

$17 \qquad \qquad \qquad 50$

$$a_5 - a_2 = 33$$

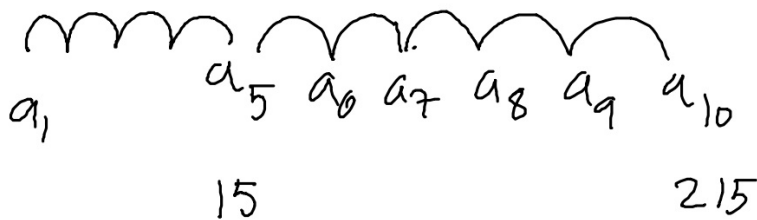
$$\begin{array}{c} \parallel \\ 3 \cdot d \end{array}$$

$$\Rightarrow 33 = 3 \cdot d \Rightarrow \frac{33}{3} = 11 = d$$

$$a_n = 6 + (n-1) \cdot 11$$

$$\Rightarrow a_1 = 17 - 11 = 6$$

Troba el terme general d'una P.A. sabent que $a_5 = 15$ i $a_{10} = 215$. Calcula a_{101} .



$$\begin{array}{l} a_{10} - a_5 = 200 \\ \parallel \\ 5d \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 5d = 200 \\ d = \frac{200}{5} = 40 \end{array}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_1 = 15 - 4 \cdot d = 15 - 160 = -145$$

$$\boxed{a_n = -145 + (n-1) \cdot 40}$$

$$\begin{array}{l} a_{101} = -145 + 100 \cdot 40 = \\ = 3855 \end{array}$$

Suma dels termes d'una P.A. i una P.G

P.A. $a_1, a_2, \dots, a_n$

P.G.

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

↑

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (1 - r^n)}{1 - r}$$

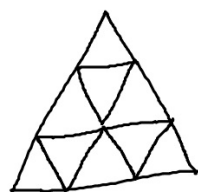
Suma dels
n primers termes

EXEMPLE

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$\frac{101 \cdot 100}{2}$$



1 pis	3	}
2n pis	6	
3r	9	
4t	12	

Quants termes de la successió 4, 1, -2, -5, ... s'han de prendre perquè la seva suma sigui igual a -95?

$$d = -3 \quad \text{P.A.} \quad S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

substituïm en la fórmula

$$a_n = 4 + (n-1) \cdot (-3) =$$

$$\boxed{-95 = S_n = \frac{n \cdot (4 + 7 - 3n)}{2}} \Rightarrow -95 = \frac{n \cdot (11 - 3n)}{2}$$

$$-190 = n(11 - 3n) \Rightarrow -3n^2 + 11n + 190 = 0$$

$$\boxed{n=10} \dots$$

$$\sqrt{121 + 4 \cdot 3 \cdot 190} \quad \frac{-11 \pm 49}{-6} = \begin{bmatrix} n \\ 11 \\ 10 \end{bmatrix}$$

