

2. POLINOMIS, EQUACIONS I SISTEMES D'EQUACIOI

<u>Recordatori</u>		<u>GRAU</u>
$2x + 6xy + 14z^2$	3 variables	2
$3x - 6y + 12w$	3 variables	1
$2x - 4y^4$	2 variables	4
$6x^3 - \frac{4}{3}x^2 - 6$	1 variable	3

(a)

$$P(x) = 2x^2 + 3x$$

$$Q(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$P(x) + Q(x) = 2x^2 + 3x + (3x^2 - 2x + 1)$$

$$= 5x^2 + x + 1$$

(b)

$$A(x) = 3x^3 - 5x$$

$$B(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

$$A(x) + B(x)$$

$$A(x) - B(x)$$

$$P(x) - Q(x) = 2x^2 + 3x - (3x^2 - 2x + 1)$$

$$= -x^2 + 5x - 1$$

$$A(x) + B(x) = 3x^3 - 5x + (2x^2 + 3x - 2) =$$

$$= 3x^3 + 2x^2 - 2x - 2$$

$$A(x) - B(x) = 3x^3 - 5x - (2x^2 + 3x - 2) =$$

$$= 3x^3 - 2x^2 - 8x + 2$$

VALOR NUMÈRIC D'UN POLINOMI

$$P(x) = x^2 - 2 \quad \text{calculem el valor numèric de } P(x) \text{ en } x=3$$

$$P(3) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7 \quad P(3)$$

$$P(5) = 5^2 - 2 = 25 - 2 = 23 \quad P(0) = 0^2 - 2 = -2$$

$$P(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$P(x) = x^2 - 2$$

$$P(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$P(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Troba el valor numèric per a $x = -2$, $x = 0$ dels polinomis.

(a) $P(x) = -x^2 + 5x - 3$

$$P(-2) = -(-2)^2 + 5 \cdot (-2) - 3$$

$$= -4 - 10 - 3 = -17$$

(b) $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

$$P(0) = -3, Q(0) = 1$$

$$Q(-2) = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) + 1$$

$$= 4 + 4 + 1 = 9$$

MULTIPLICACIÓ de POLINOMIS

$$\begin{aligned} \sqrt{a^n \cdot a^m} &= a^{n+m} \\ \frac{a^n}{a^m} &= a^{n-m} \\ (a^n)^m &= a^{n \cdot m} \end{aligned}$$

Ⓐ

$$P(x) = 3x \quad \text{grau 1}$$

$$Q(x) = 2x + 1 \quad \text{grau 1}$$

$$P \cdot Q = 3x \cdot (2x + 1) = 6x^2 + 3x$$

Ⓑ

$$A(x) = x + 1$$

$$B(x) = 2x - 1$$

$$A \cdot B = (x + 1) \cdot (2x - 1) = 2x^2 - x$$

Ⓒ

$$2A - x \cdot B$$

$$2x + 2 - (2x^2 - x)$$

$$= -2x^2 + 3x + 2$$

$$= \boxed{2x^2 + x - 1} \quad + 2x - 1$$

Ⓓ $B^2 = B \cdot B = (2x - 1)(2x - 1)$

$$= 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$$

ALTRA FORMA MÉS RÀPIDA

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

$$\underbrace{(2x - 1)}_{\substack{a \quad b}}^2 = (2x)^2 + 1^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 = 4x^2 + 1 - 4x \\ = 4x^2 - 4x + 1$$

Calcula $(3x - 2)^2 = (3x)^2 + 2^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 =$
 $= 9x^2 + 4 - 12x =$
 $= 9x^2 - 12x + 4$

Si $P(x) = 3x - 5$

$Q(x) = 4x^2 - 2x + 4$ calcula $P \cdot Q$

$$(3x - 5) \cdot (4x^2 - 2x + 4) = \underbrace{12x^3 - 6x^2 + 12x}_{\substack{\uparrow \\ \text{from } 3x \cdot 4x^2}} - \underbrace{20x^2 + 10x - 20}_{\substack{\uparrow \\ \text{from } -5 \cdot (4x^2 - 2x + 4)}} \\ = \boxed{12x^3 - 26x^2 + 22x - 20}$$

Any 2018 sèrie 1:

2. Considereu el polinomi $P(x) = (x^3 - x^2 + 7) \cdot (3x + 6) - (3x^4 - 5x^2 + 9)$.
- a)* Simplifiqueu-lo fent les operacions que corresponguin i digueu de quin grau és.
[1,5 punts: 1,25 punts per la simplificació i 0,25 punts pel grau del polinomi]
- b)* Un cop simplificat, determineu $P(-2)$.
[0,5 punts]

a)
$$P(x) = 3x^4 + 6x^3 - 3x^3 - 6x^2 + 21x + 42 - 3x^4 + 5x^2 - 9 = 3x^3 - x^2 + 21x + 33$$

És de tercer grau.

b)
$$P(-2) = 3 \cdot (-2)^3 - (-2)^2 + 21 \cdot (-2) + 33 = -24 - 4 - 42 + 33 = -37$$

DIVISIÓ de POLINOMIS

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x + 1 \\
 -x^2 - x \\
 \hline
 x + 1 \\
 -x - 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

~~$x^3 - 4$
 $x^5 + 2x + 6$~~

$$\begin{array}{r}
 14 \quad 19 \\
 -9 \quad 1 \\
 \hline
 5
 \end{array}$$

Dividend / Divisor
 Residu / Quocient

$1 \cdot 9 + 5 = 14$

$$\begin{array}{r}
 x+1 \\
 x+1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = x + 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

$$\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} =$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 - x^2 + x - 1 \\
 -x^3 + x^2 \\
 \hline
 x - 1 \\
 -x + 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x - 1 \\
 \hline
 x^2 + 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2x^5 + 4x^4 - 7x^3 + 6x^2 + 10x - 3 \\
 -2x^5 \\
 \hline
 4x^4 - 11x^3 + 6x^2 + 10x - 3 \\
 -4x^4 \\
 \hline
 -11x^3 - 4x^2 + 6x - 3 \\
 11x^3 \\
 \hline
 -4x^2 + 22x + 11 \leftarrow \text{Residu}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 2x + 1 \\
 \hline
 2x^2 + 4x - 11
 \end{array}$$

↑
Quocient

REGLA de RUFFINI

a)

$$\frac{X^3 - X^2 + X - 1}{X - 1}$$

$$(X - 1)$$

Binomi

b)

$$\frac{X^3 + X^2 - X + 1}{X - 2}$$

$$X - 2$$

	1	-1	1	-1
1		1	0	1
	1	0	1	0

$$1 \cdot X^2 + 0 \cdot X + 1 = X^2 + 1$$

	1	1	-1	1
2		2	6	10
	1	3	5	11

$$X^2 + 3X + 5$$

Quocient

$$11$$

Residu

$$\textcircled{c} \quad \frac{-3x^4 + 2x^2 + 6x - 1}{x+1}$$

-1	-3	0	2	6	-1	
		3	-3	1	-7	
	-3	3	-1	7	-8	← Residu

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 $-3x^3 + 3x^2 - x + 7$

Fes la divisió següent aplicant la regla de Ruffini: $(-2x^3 + x^2 - 3):(x - 2)$

	-2	1	0	-3	
2		-4	-6	-12	
	-2	-3	-6	-15	

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 coef. quotient

$\underbrace{\hspace{5em}}$
 residu

$Q(x) = -2x^2 - 3x - 6 \quad R(x) = -15$

a) $(x^3 - 3x + 6):(x - 5)$ a) $Q(x) = x^2 + 5x + 22 \quad R(x) = 116$

b) $(x^5 + 2x^3 - x^2 - 10):(x + 1)$ b) $Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 - 4x + 4 \quad R(x) = -14$

Calcula el quocient i el residu de les divisions següents aplicant la regla de Ruffini.

a) $(x^5 + x^4 - 15x^3 + 5x^2 - 10) : (x + 5)$

c) $(-3x^5 + 7x^3 - 2x^2 - 4) : (x + 1)$

b) $(5x^6 - 2x^3 + x + 3) : (x - 1)$

d) $(x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x) : (x - 3)$

a) $Q(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 20x + 100; R(x) = -510$

b) $Q(x) = 5x^5 + 5x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 4; R(x) = 7$

c) $Q(x) = -3x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 6x + 6; R(x) = -10$

d) $Q(x) = x^3 + 2x^2 + 9x + 25; R(x) = 75$