

ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL

Població: és el conjunt d'elements sobre el qual portem a terme un estudi estadístic.

Mostra: és una part de la població que estudiem, un subconjunt. La grandària o tamany es el nombre d'elements que la formen.

Individu: és cadascun dels elements de la població o de la mostra.

Variable estadística és cadascuna de les propietats o característiques que podem estudiar en una població o en una mostra. Hi ha de dos tipus: discretes i contínues.

EXEMPLE

- ① Nombre de germans d'un grup-classe,
és V. E. = Variable Estadística QUANTITATIVA,
i, a més a més, DISCRETA (valors són nombres naturals)
0, 2, 4, 9 ...
- ② Pes d'un grup de jubilats, o estatura...
V. E. QUANTITATIVA CONTÍNUA (ara, el nombre no és natural, sinó real, p.ex. 85,434... Kg)

EXEMPLE: En un grup de nens, volem saber el nombre de germans.
 Recollim aquestes dades: 0, 4, 2, 1, 1, 1, 2, 3.

a

N - Tamany de la mostra o població = 8 (nombre nens totals)

x_i	n_i (f_i) FREQ. ABSOLUTA	N_i (F_i) FREQ. ABSOL. ACUMULADA	f_i (h_i) FREQ. ABS. RELATIVA	F_i (H_i) FREQ. ABS. ACUM. RELATIVA
0	1	1	1/8	1/8
1	3	4	3/8	4/8
2	2	6	2/8	6/8
3	1	7	1/8	7/8
4	1	8	1/8	8/8
	$N=8$			

EN NEGRE : NOTACIÓ PROVES ACCÉS

EN VERD : NOTACIÓ ALTRES LLIBRES

TAVLA de FREQUÈNCIES

EXERCICI

6

El nombre de dies d'absència a la feina, durant un mes, de 20 empleats d'una empresa ha estat: 1,2,1,0,1,0,0,1,3,2,0,0,0,4,1,1,2,0,0,3 . Elabora la taula de freqüències corresponent.

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
0	8	8	$8/20 = 0,40$	$8/20 = 0,40$
1	6	14	$6/20 = 0,30$	$14/20 = 0,70$
2	3	17	$3/20 = 0,15$	$17/20 = 0,85$
3	2	19	$2/20 = 0,10$	$19/20 = 0,95$
4	1	20	$1/20 = 0,05$	$20/20 = 1$

$$N = 20$$

1

EXEMPLE VARIABLE CONTÍNUA

③

Les altures d'un grup de nens i nenes, en cm, són:

130 128 141 139 137 126 135 136 134 131
143 140 129 128 137 136 142 138 144 136

L'altura és una variable estadística quantitativa contínua; per tant, podem agrupar les dades en intervals. L'amplitud de cada interval està determinada per la fórmula: $\frac{Màx. - Mín.}{\sqrt{N}}$, en què N és el nombre total de dades.

Com que $\frac{144 - 126}{\sqrt{20}} = 4,02$, si aproximem l'amplitud de cada interval ens dóna 5 cm.

Construïm els intervals a partir de 125 cm.

MARCA de CLASSE, és el punt mig de l'interval

Altura	X_i	n_i	f_i	λ_i	h_i	N_i	F_i	F_i	H_i
[125, 130)	127,5	$f_1 = 4$		$\frac{f_1}{N} = 0,2$		4		0,2	
[130, 135)	132,5	$f_2 = 3$		$\frac{f_2}{N} = 0,15$		4 + 3 = 7		0,35	
[135, 140)	137,5	8		0,4		7 + 8 = 15		0,75	
[140, 145)	142,5	5		0,25		20		1	

$$N = 20$$

- Ⓐ Completa la taula de freqüències d'aquesta taula que representa les altures, en cm., de 20 alumnes:

Altura	n_i	f_i	N_i	g_i	F_i
[145, 155)	7		7	$7/20$	$7/20$
[155, 165)	3		10	$3/20$	$10/20 = 1/2$
[165, 175)	2		12	$2/20$	$12/20 = 3/5$
[175, 185)	8		20	$8/20$	$20/20 = 1$
Total	20				

PARÀMETRES DE CENTRALITZACIÓ

Són indicadors que ens diuen com es concentren les dades

$$\bar{X} = \mu = \text{MITJANA ARITMÈTICA} \quad \left(\text{Sumar totes les dades i dividir-les entre el nombre total de dades} \right)$$

$$= \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots}{N} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N}$$

EXEMPLE

$$\textcircled{a} \quad \bar{X} = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1}{8} =$$

$$= \frac{3 + 4 + 3 + 4}{8} = \frac{14}{8} = 1.75$$

La moda, Mo: es la dada que té una freqüència mes gran. Si la variable es continua, parlem d'interval modal.

en l'exemple (a), el valor 1 és la moda (apareix més vegades, 3)
si la variable és contínua, aleshores parlem de
la classe modal

en l'exemple (d) la classe modal és $[175, 185)$

La mediana, Me: és el valor que ocupa la posició central de les dades, després d'ordenar-les, o la mitjana de les dades centrals, si el nombre de dades es parell. Si la variable és continua, parlem d'interval de la mediana.

Exemple (a) Edats d'un grup de jubilats: 62, 57, 64, 64, 49

49, 57, 62, 64, 64 Me = 62, és la que està al mig

(b) Hores d'esport a la setmana.

2, 9, 3, 2, 4, 14, 40, 25

2, 2, 3, 4, 9, 14, 25, 40

$$\frac{4+9}{2} = 6,5 = Me$$

© En l'exemple b) d'absència de dies d'absència a la feina

X_i	n_i	N_i	f_i	F_i
0	8	8	$8/20 = 0,40$	$8/20 = 0,40$
1	6	14	$6/20 = 0,30$	$14/20 = 0,70$
2	3	17	$3/20 = 0,15$	$17/20 = 0,85$
3	2	19	$2/20 = 0,10$	$19/20 = 0,95$
4	1	20	$1/20 = 0,05$	$20/20 = 1$

$N = 20$

1

em diu que la dada 10 i la 11 és el valor 1, i per tant

$$Me = \frac{1+1}{2} = 1$$

EXAMPLE: Interpreta les dades d'aquesta taula que representa les altures, en cm, de 20 alumnes de 4t d'ESO (o siga, completa la taula i calcula mitjana, moda i mediana).

marc de classe

Altura	x_i	f_i	n_i	$f_i \cdot x_i$	N_i
[145, 155)	150	7		1.050	7
[155, 165)	160	3		480	10
[165, 175)	170	2		340	12
[175, 185)	180	8		1.440	20
Total		20		3.310	

Mitjana aritmètica: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{N} = \frac{3.310}{20} = 165,5 \text{ cm}$

Moda: l'interval de freqüència més gran és [175, 185).

Mediana: també és un interval, i per calcular-lo agafem la primera freqüència acumulada que sigui més gran ~~o igual~~ que la meitat de les dades. La primera freqüència acumulada F_i més gran que 10 és la que correspon a l'interval [165, 175).

L'interval de la mediana és [165, 175).

6. La següent taula de freqüències correspon al nombre de fills de les 72 famílies d'un petit poble de Catalunya:

x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
0	15		
1	21		
2	26		
3	7		
4	2		
5	0		
6	1		
	72		

- a) Completeu la taula
- b) Calculeu la mitjana aritmètica, $\bar{x}$
- c) Calculeu la moda, Mo
- d) Calculeu la mediana, Me

PARÀMETRES de DISPERSIÓ

Alumne: Joan Casadevall

Notes: 2, 10, 2, 10, 10, 2

$\bar{x} = 6$; Recorregut = $10 - 2 = 8$

Alumne: Mònica Prats

Notes: 2, 6, 6, 6, 6, 10

$\bar{x} = 6$; Recorregut = $10 - 2 = 8$

Variància i desviació típica.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N} = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$\sigma^2 = \text{VARIÀNCIA}$

$\sigma = \text{DESVIACIÓ TÍPICA o ESTÀNDAR}$

7. Es fa una enquesta sobre el nombre de llibres llegits durant el darrer any per cada persona i s'obtenen els resultats següents:
1 0 0 2 0 1 2 1 4 5 0 3 2 4 1 2 0 0 2 2 1 3 0 1 2 4 1 1 0 1

a) Completeu les tres primeres columnes de la taula de freqüències següent:

X_i	n_i	$X_i \cdot n_i$
Total:		

b) Calculeu la mitjana aritmètica, la moda i la mediana.

EXEMPLE

pes (g)	nombre d'ous (n_i)	marca de classe (x_i)	$n_i \cdot x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
[55, 60]	1850	57,5	106375	-7,29*	53,14	98309
(60, 65]	3450	62,5	215625	-2,29	5,24	18078
(65, 70]	4200	67,5	283500	2,71	7,34	30828
(70, 75]	1300	72,5	94250	7,71	59,44	77272
	10800		699750			224487

Després de fer els càlculs, obtenim:

$$\bar{x} = \frac{699750}{10800} = 64,79$$

$$\sigma^2 = \frac{224487}{10800} = 20,79$$

$$\sigma = \sqrt{20,79} = 4,56 \text{ g}$$

Coeficient de Variació de Pearson = $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ $\frac{4,56}{64,79} = 0,07$

Marca si les dades estan molt disperses o no. Si és gran, hi haurà molta dispersió, si és petit, poca.

REPRESENTACIÓ de DADES

Exemple. Les dades de la ONU respecte el cost dels fàrmacs per càpita any es recull en la taula del costat

Pais	Cost en dòlars
Japó	450
França	325
EUA	325
Bèlgica	280
Alemanya	250
Espanya	200
Itàlia	175
Regne Unit	150
Argentina	125

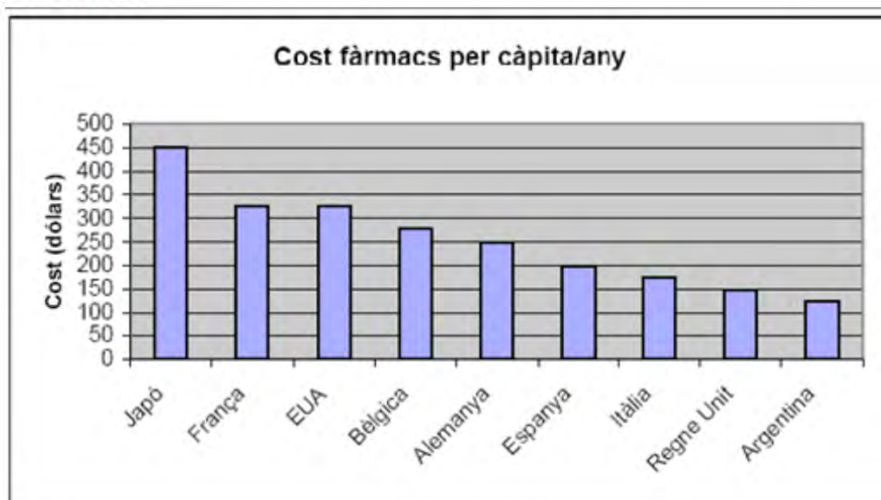


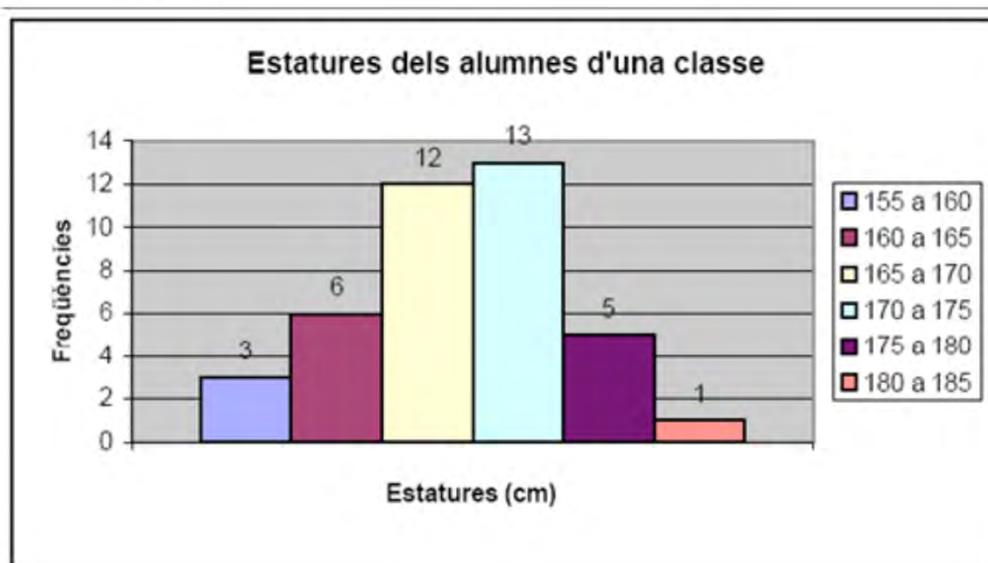
Diagrama de barres

Si la variable estadística és continua, llavors diem Histograma de freqüències

EXEMPLE. Les
alçades dels
alumnes d'una
classe en un institut
ens vénen
proporcionades per
la següent taula:

Estatura	Nombre d'alumnes
155 a 160	3
160 a 165	6
165 a 170	12
170 a 175	13
175 a 180	5
180 a 185	1

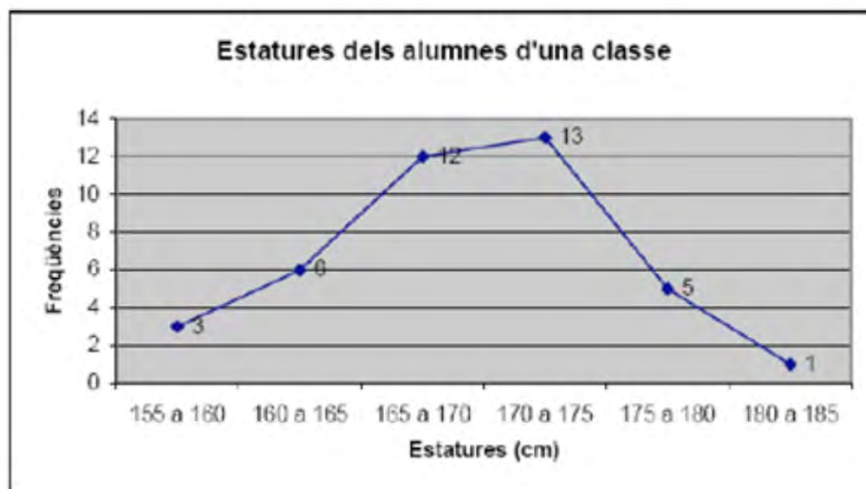
i l'histograma resultant és...



Polígon de freqüències

És una representació lineal que uneix els punts més alts de les bases de les barres d'un histograma respecte la marca de classe. D'on sovint es dibuixen l'histograma i el polígon de freqüències superposats. Tot i això, en l'exemple següent, no realitzem una superposició.

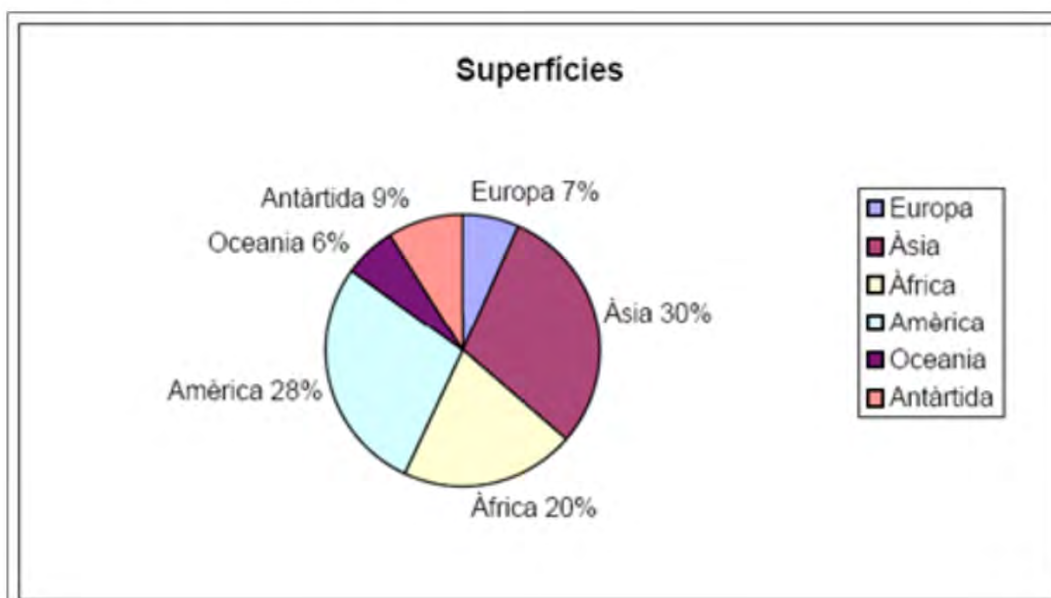
Les dades de l'exemple anterior ens permeten calcular el polígon de freqüències.



Gràfic de sectors

Es representen les dades dividint un cercle o, (a vegades, un semicercle) en sectors circulars, acolorits de forma diferent, de manera que cada sector té una amplitud diferent proporcional al valor de la dada corresponent.

Continent	Superfície
Europa	10,05
Àsia	44,15
Àfrica	30,5
Amèrica	41,98
Oceania	8,97
Antàrtida	13,18



6. La següent taula de freqüències correspon al nombre de fills de les 72 famílies d'un petit poble de Catalunya:

x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
0	15	15	0
1	21	36	21
2	26	62	52
3	7	69	21
4	2	71	8
5	0	71	0
6	1	72	6
	72		108

a) Completeu la taula

b) Calculeu la mitjana aritmètica, $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{108}{72} = \boxed{1,5 \text{ fills}}$$

c) Calculeu la moda, Mo

$$Mo = \boxed{2 \text{ fills}}$$

d) Calculeu la mediana, Me

$$Me = \boxed{1,5 \text{ fills}} \approx \frac{1+2}{2} = 1,5$$

Ja que

Dada 36 = 1 fill

Dada 37 = 2 fills

La taula 4 mostra la producció setmanal d'ous d'una granja, on els ous s'han agrupat en classes segons el seu pes. Calcula'n la mitjana i la desviació mitjana respecte de la mitjana.

pes (g)	nombre d'ous
[55, 60]	1850
(60, 65]	3450
(65, 70]	4200
(70, 75]	1300

Taula 4

$$\bar{x} = 64,79$$

pes (g)	nombre d'ous (n_i)	marca de classe (x_i)	$n_i \cdot x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} \cdot n_i$
[55, 60]	1850	57,5	106375	7,29	13486,5
(60, 65]	3450	62,5	215625	2,29	7900,5
(65, 70]	4200	67,5	283500	2,71	11382
(70, 75]	1300	72,5	94250	7,71	10023
	10800		699750		42792

Després de fer els càlculs, obtenim:

$$\bar{x} = \frac{699750}{10800} = 64,79 \text{ g}$$

$$D_M = \frac{42792}{10800} = 3,96 \text{ g}$$

La Carme ha obtingut les notes següents en Matemàtiques: 7, 5, 6, 10, 9, 7 i 6.
Troba les mesures de dispersió.

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i$
5	1	5	25	25	-2,14	4,57
6	2	12	36	72	-1,14	2,58
7	2	14	49	98	-0,14	0,02
9	1	9	81	81	1,86	3,45
10	1	10	100	100	2,86	8,17
$N=7$		50		376		18,79

$\bar{X} = \frac{50}{7} = 7,14$

1ª FORMA

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{X}^2$$

$$\frac{376}{7} - 7,14^2 = 53,71 - 50,9 = 2,81$$

$\sigma = \sqrt{2,81} = 1,67$ DESVIACIÓ TÍPICA

2ª FORMA

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{N} = \frac{18,79}{7} = 2,68$$

SOLUCIÓ DIV

$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = 0,233894 = 23,38\%$

DESFASEAMENT degut a l'error en prendre decimals

$\sigma^2 = 2,69$

Aquesta taula mostra el nombre d'accidents laborals que s'han produït l'últim any:

Nre. d'accidents	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)
Nre. de mesos	1	5	4	2

Calcula les mesures de dispersió.

Nre. d'accidents	x_i	f_i	F_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$	$f_i \cdot x_i - \bar{x} $
[0, 10)	5	1	1	5	25	15,83
[10, 20)	15	5	6	75	1.125	29,15
[20, 30)	25	4	10	100	2.500	16,68
[30, 40)	35	2	12	70	2.450	28,34
Total		12		250	6.100	90

$$\bar{x} = \frac{250}{12} = 20,83$$

$$\text{Desviació mitjana: } DM = \frac{\sum f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{90}{12} = 7,5$$

$$\text{Interval mitjà} = [20, 30) \quad \text{Variància: } \sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{6.100}{12} - 433,89 = 74,44$$

$$\text{Interval modal} = [10, 20)$$

$$\text{Desviació típica: } \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 8,63$$

$$\text{Coeficient de variació: } CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8,63}{20,83} = 0,414 = 41,4 \%$$

a) Completeu les tres primeres columnes de la taula de freqüències següent:

X_i	n_i	$X_i \cdot n_i$	N_i	α
0	8	0	$8/30 = 0,26$	$0,26 \cdot 360^\circ = 96^\circ$
1	9	9	$9/30 = 0,3$	$0,3 \cdot 360^\circ = 108^\circ$
2	7	14	$7/30 = 0,23$	$0,23 \cdot 360^\circ = 84^\circ$
3	2	6	$2/30 = 0,06$	$0,06 \cdot 360^\circ = 24^\circ$
4	3	12	$3/30 = 0,1$	$0,1 \cdot 360^\circ = 36^\circ$
5	1	5	$1/30 = 0,033$	$0,033 \cdot 360^\circ = 12^\circ$
Total:	30	46		

c) Dibuixeu el gràfic de sectors.

