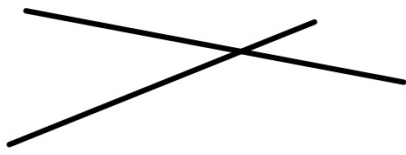


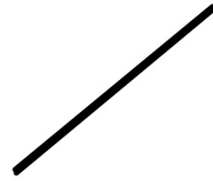
POSICIÓ RELATIVA DE DUES RECTES



SECANTS
(es tallen)



PARALLELES



COINCIDENTS

$$\left. \begin{array}{l} Ax + By + C = 0 \\ A'x + B'y + C' = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{Si } \frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} \Rightarrow \text{SECANTS}$$

$$\text{Si } \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \Rightarrow \text{PARALLELES}$$

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \Rightarrow \text{COINCIDENTS}$$

Si r: $3x + 5y + 1 = 0$ calcula la posició relativa que ocupen les rectes
s: $y = -2x + 3$

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 5y + 1 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{array} \right\} \quad \frac{3}{2} \neq \frac{5}{1} \Rightarrow \text{SECANTS}$$

RECORDATORI:

Calculem el punt de tall: Hem de resoldre el sistema

$$\boxed{y = -2x + 3}$$

$$3x + 5 \cdot (-2x + 3) + 1 = 0$$

$$3x - 10x + 15 + 1 = 0$$

$$-7x + 16 = 0 \Rightarrow 16 = 7x \Rightarrow \boxed{\frac{16}{7} = x}$$

$$y = -2 \cdot \frac{16}{7} + 3$$

$$= -\frac{32}{7} + 3 = \frac{-32 + 21}{7} = -\frac{11}{7}$$

Punt de tall $\left(\frac{16}{7}, -\frac{11}{7} \right)$

Quina posició relativa ocupen les rectes $r: 3x + 4y - 5 = 0$?
 $s: -4x + 3y + 11 = 0$

$$\frac{3}{-4} \neq \frac{4}{3} \Rightarrow \text{són SECANTS} \quad Ax + By + C = 0$$

A més a més, com que $(3,4)$ és $\perp$ a $(-4,3)$ (A,B) és vector $\perp$

$$(3,4) \cdot (-4,3) = -12 + 12 = 0$$

↓ Si el producte escalar $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{u}, \vec{v}$ són $\perp$

TRUC ÚTIL

$$y = mx + n$$

$$y = m'x + n'$$

$$\text{són } \perp \Rightarrow m' = -\frac{1}{m}$$

Escriu l'equació de la recta s perpendicular a la recta
 $y = 2x + 3$ que passa pel punt $P(3,1)$

$$y = mx + n \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$s: y = -\frac{1}{2}x + n, \text{ com que } P(3,1) \in s, \text{ vol}$$

dir que substituint-lo en l'equació dóna igualtat, ja que
el punt pertany a la recta

$$y - 1 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 3) \leftarrow \text{Eq. punt-pendent}$$

Si substituïm $(3,1)$ en $y = -\frac{1}{2}x + n$

$$1 = -\frac{1}{2} \cdot 3 + n \Rightarrow 1 = -\frac{3}{2} + n \Rightarrow 1 + \frac{3}{2} = n \Rightarrow \boxed{\frac{5}{2} = n}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

Escriu l'equació de la recta s perpendicular a la recta
 $4x - 3y + 8 = 0$ que passa pel punt P (3,4)

$$Ax + By + C = 0$$

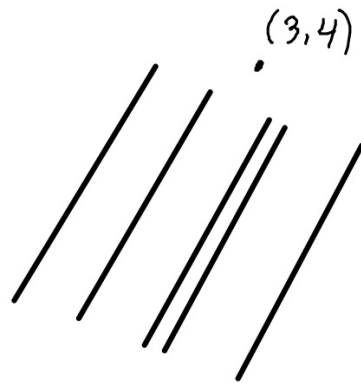
$$S: 3x + 4y + C = 0$$

$$P \in S: 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + C = 0$$

$$9 + 16 + C = 0 \Rightarrow$$

$$C = -25$$

$$S: 3x + 4y - 25 = 0$$



Distàncies

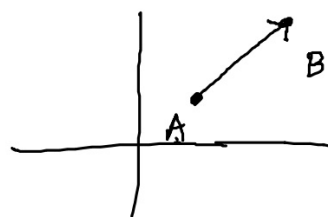
* Distància punt-punt

EXEMPLE

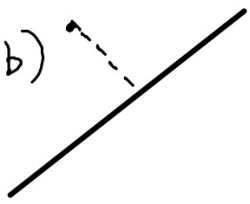
$$A = (1, 3)$$

$$B = (2, 5)$$

$$d(A, B) = | \vec{AB} | = | (1, 2) |$$
$$= \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$



* Distància punt-recta

$P(a, b)$  $r: Ax + By + C = 0$

$$d(P, r) = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Exercici Càlcula la distància de

$P(2, 7)$ a la recta $3x + 4y - 45 = 0$

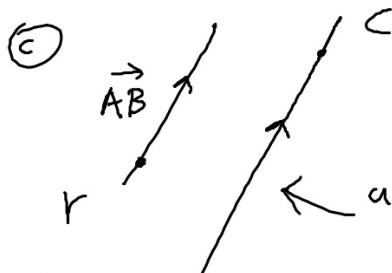
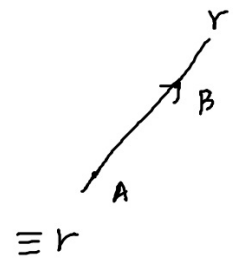
$$d((2, 7), r) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 7 - 45|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{11}{5}$$

EXERCICIS PROVES ACCÉS

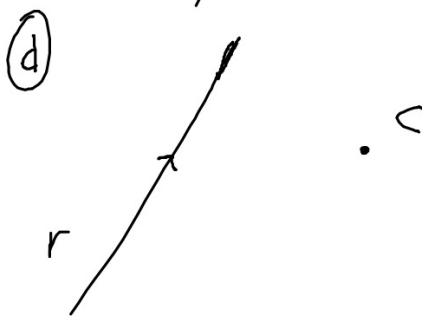
1.

Donats els punts del pla: $A=(-2,-1)$, $B=(4,2)$ i $C=(3,1)$, trobeu:

- Les components del vector $\overrightarrow{AB}$ $(4,2) - (-2,-1) = (6,3)$
- L'equació de la recta r , que passa per A i B $\frac{x-4}{6} = \frac{y-2}{3} \equiv r$
- L'equació de la recta paral·lela a r i que passa per C
- L'equació de la recta perpendicular a r i que passa per C



← aquest vector és $\overrightarrow{AB} = (6,3) \Rightarrow \frac{x-3}{6} = \frac{y-1}{3}$



Vector $\perp$ a $r = (-3,6)$

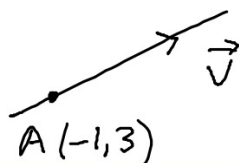
$$\frac{x-3}{-3} = \frac{y-1}{6} \text{ Eq. contínua}$$

$$(x,y) = (3,1) + \lambda \cdot (-3,6) \text{ Eq. vectorial}$$

2. Donats els punts del pla $A = (-1, 3)$ i $B = (2, -4)$ i els vectors $\vec{v} = (-10, 4)$ i $\vec{u} = (5, -2)$, calculeu:
[2 punts]

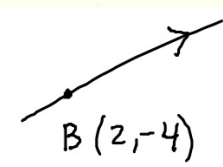
a) El mòdul del vector $\vec{v}$.
$$= \sqrt{(-10)^2 + 4^2} = \sqrt{100 + 16} = \sqrt{116}$$

b) L'equació de la recta r que passa pel punt A i té la direcció del vector $\vec{v}$.

r  $\vec{v} = (-10, 4)$
$$\frac{x+1}{-10} = \frac{y-3}{4} \Rightarrow 4x+4 = -10y+30$$

$$4x+10y-26=0$$

c) L'equació de la recta s que passa pel punt B i té la direcció d'un vector perpendicular a $\vec{u}$.

s  $\vec{u} = (5, -2)$
vector $\perp$ a $\vec{u} = (2, 5)$
$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{5} \Rightarrow 5x-10 = 2y+8$$

$$5x-2y-18=0$$

d) La posició relativa de les rectes r i s calculades en els apartats b i c. Expliqueu raonadament la resposta.

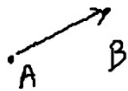
$$\begin{array}{l} 4x+10y-26=0 \\ 5x-2y-18=0 \end{array} \quad \frac{4}{5} \neq \frac{10}{-2} \Rightarrow \text{SECANTS}$$

3.

Donats els punts del pla $A = (-5, 1)$ i $B = (-2, 2)$ i la recta $r: y = -3x + 6$, calculeu:

a) Les components del vector $\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{AB} = B - A = (-2, 2) - (-5, 1) = (3, 1)$

b) La distància de A a B. $= |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \text{ u.}$

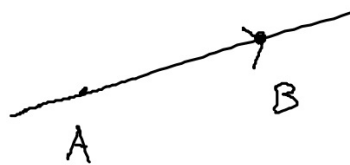


c) La distància de A a r.

$r: 3x + y - 6 = 0$ $d(A, r) = \frac{|3 \cdot (-5) + 1 - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|-20|}{\sqrt{10}} = \frac{20}{\sqrt{10}} \text{ u.}$

d) L'equació de la recta s que passa per A i B.

$A = (-5, 1)$
 $\overrightarrow{AB} = (3, 1)$



$\frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{1} \text{ EQ. CONTÍNUA}$

$(x, y) = (-5, 1) + \lambda \cdot (3, 1) \leftarrow \text{EQ. VECTORIAL}$

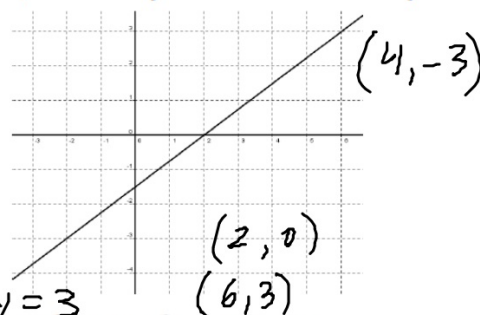
Donades les rectes $r: 3x - 4y - 6 = 0$, $s: 6x - 8y + 12 = 0$, $t: 3x + 4y + 6 = 0$ i $v: 4x - 3y - 12 = 0$.

[2 punts]

Responen a les qüestions següents:

a) Representeu gràficament la recta r .

$$\begin{array}{l} y=0 \quad 3x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \\ x=6 \quad 18 - 6 = 4y \Rightarrow 12 = 4y \Rightarrow y = 3 \end{array}$$



b) Quines de les quatre rectes són paral·leles? Justifiqueu la resposta.

Són paral·leles les rectes r i s , ja que els coeficients de les incògnites són proporcionals.

$$\frac{3}{6} = \frac{-4}{-8} \neq \frac{-6}{12} \quad \text{PARAL·LELES}$$

c) Quines de les quatre rectes són perpendiculars? Justifiqueu la resposta.

Són perpendiculars les rectes t i v , ja que el producte escalar dels seus vectors directors és zero.

Són $\perp$ t i v , ja que $(3, 4)$ i $(4, -3)$ són $\perp$

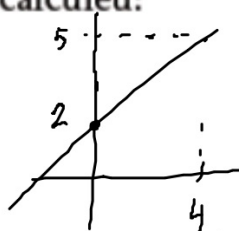
d) Quina és la distància entre la recta r i el punt $P = (-1, 4)$?

$$d[(-1, 4), 3x - 4y - 6 = 0] = \frac{|3 \cdot (-1) - 4 \cdot 4 - 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-3 - 16 - 6|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|-25|}{\sqrt{25}} = \frac{25}{5} = 5 \text{ u}$$

Donats el punt del pla $P = (3, -2)$ i la recta $r: y = \frac{3}{4}x + 2$, calculeu:
 [2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) Un punt qualsevol i el pendent de la recta r .

Punt: per exemple, $(0, 2)$ Pendent: $m = \frac{3}{4}$
 $(4, 5)$



$$-\frac{3}{4}x + y - 2 = 0 \quad \left(-\frac{3}{4}, 1\right)$$

- b) Un vector director de la recta i un vector que sigui perpendicular al vector director.

Vector director: $m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$; $\vec{v} = (4, 3)$ Vector perpendicular: per exemple, $\vec{v} = (-3, 4)$

$$y = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow y - 2 = \frac{3}{4}x \Rightarrow 4y - 8 = 3x \Rightarrow \boxed{-3x + 4y - 8 = 0}$$

- c) L'equació de la recta paral·lela a r que passa per P .

$$\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{3} \text{ o bé } 3x - 4y - 17 = 0 \text{ o bé } y = \frac{3}{4}x - \frac{17}{4}$$

- d) L'equació de la recta perpendicular a r que passa per P .

$$\frac{x-3}{-3} = \frac{y+2}{4} \text{ o bé } 4x - 3y - 6 = 0 \text{ o bé } y = -\frac{4}{3}x + 2$$

Donades les rectes $r: 2x + y - 2 = 0$ i $s: 3x - 4y - 25 = 0$. Determineu:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a)* El punt de tall de les rectes r i s .

- b)* L'equació de la recta paral·lela a r que passa per l'origen de coordenades.

- c)* La distància de la recta s a l'origen de coordenades.

- d)* L'angle que formen les rectes r i s .