



**Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2009**

Matemàtiques

Sèrie 3

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) - 3(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) =$

b) $\sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{18} =$

c) $(4 - \sqrt{3})^2 =$

d) $\frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{\sqrt{7}}{12} =$

2. Resoleu:

[2 punts: 1 punt per cada apartat]

a) $\frac{x(x-3)}{5} = \frac{x+15}{10}$

b) $\begin{cases} x - 3y = -2 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

3. Volem calcular l'alçària d'un edifici que és a una certa distància d'on ens trobem nosaltres. Des d'on som, n'observem el punt més alt amb un angle de 35° . Si ens apropem 200 metres a l'edifici, aleshores l'angle és de 47° .

[2 punts: 0,5 punts per l'apartat a i 1,5 punts per l'apartat b]

- a) Feu un esquema del problema.
- b) Quant fa l'alçària de l'edifici?

4. Donats el punt del pla $P = (3, -2)$ i la recta $r: y = \frac{3}{4}x + 2$, calculeu:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) Un punt qualsevol i el pendent de la recta r .
- b) Un vector director de la recta i un vector que sigui perpendicular al vector director.
- c) L'equació de la recta paral·lela a r que passa per P .
- d) L'equació de la recta perpendicular a r que passa per P .

5. Feu un esbós d'una funció que tingui, simultàniament, totes les característiques següents:

[2 punts: es descomptaran 0,5 punts per cada condició que no es verifiqui]

- No té cap asímptota vertical, ni horitzontal ni obliqua.
- És creixent en $(-\infty, 0)$ i en $(6, +\infty)$.
- És decreixent en $(0, 6)$.
- Té extrems relatius només en els punts $(0, 1)$ i $(6, -3)$.
- Té un únic punt d'inflexió en $(3, -1)$.

6. Determineu els punts de discontinuïtat de la funció següent i indiqueu de quin tipus són.

[2 punts: 1 punt per trobar els punts de discontinuïtat i 1 punt per indicar el tipus de discontinuïtat de cada punt]

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$$

7. La taula de freqüències següent correspon a l'edat de la població d'una ciutat petita de Catalunya.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

<i>Edat</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Marca de classe</i>	$x_i \cdot n_i$	<i>Freq. absol. acumulada</i>	<i>Graus</i>
[0, 20)	3 400	10	34 000	3 400	61,2
[20, 40)	3 800	30	114 000		68,4
[40, 60)	5 500	50		12 700	99
[60, 80)	5 800		406 000	18 500	104,4
[80, 100)		90	135 000	20 000	27
Total	20 000		964 000		360

- Completeu la taula.
- Calculeu la mitjana aritmètica.
- Indiqueu quines són la classe modal i la classe de la mediana.
- Dibuixeu un gràfic de sectors.



**Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2009**

Matemàtiques

Sèrie 3

SOLUCIONS, CRITERIS DE CORRECCIÓ I PUNTUACIÓ

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

1. Calculeu de manera exacta i, si es pot, simplifiqueu el resultat:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

$$a) \quad 2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) - 3(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 8\sqrt{3}$$

$$b) \quad \sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{18} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$c) \quad (4 - \sqrt{3})^2 = 16 - 8\sqrt{3} + 3 = 19 - 8\sqrt{3}$$

$$d) \quad \frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{\sqrt{7}}{12} = \frac{4\sqrt{7} - \sqrt{7}}{12} = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

2. Resoleu:

[2 punts: 1 punt per cada apartat]

$$a) \quad \frac{x(x-3)}{5} = \frac{x+15}{10}; \quad 2x^2 - 6x = x + 15; \quad 2x^2 - 7x - 15 = 0; \quad x = 5; \quad x = -\frac{3}{2}$$

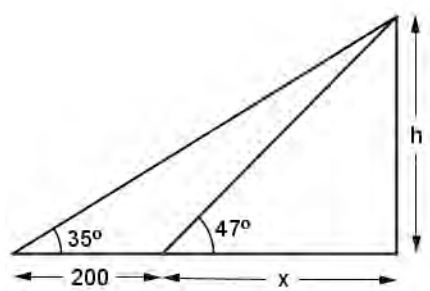
$$b) \quad \begin{cases} x - 3y = -2 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}; \quad x = -2 + 3y; \quad 3(-2 + 3y) - 2y = 8; \quad -6 + 7y = 8; \quad y = 2; \quad x = 4$$

Podeu admetre altres maneres de resoldre el sistema.

3. Volem calcular l'alçària d'un edifici que és a una certa distància d'on ens trobem nosaltres. Des d'on som, n'observem el punt més alt amb un angle de 35° . Si ens apropem 200 metres a l'edifici, aleshores l'angle és de 47° .

[2 punts: 0,5 punts per l'apartat a i 1,5 punts per l'apartat b]

- a) Feu un esquema del problema.



- b) Quant fa l'alçària de l'edifici?

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 47 = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 35 = \frac{h}{200 + x} \end{cases} ; \begin{cases} h = x \cdot \operatorname{tg} 47 \\ h = (200 + x) \cdot \operatorname{tg} 35 \end{cases} ; x \cdot \operatorname{tg} 47 = (200 + x) \cdot \operatorname{tg} 35$$

$$x \cdot \operatorname{tg} 47 = 200 \cdot \operatorname{tg} 35 + x \cdot \operatorname{tg} 35 ; x \cdot (\operatorname{tg} 47 - \operatorname{tg} 35) = 200 \cdot \operatorname{tg} 35$$

$$x = \frac{200 \cdot \operatorname{tg} 35}{\operatorname{tg} 47 - \operatorname{tg} 35} = 376,29 \text{ m}; h = 376,29 \cdot \operatorname{tg} 47 = 403,52 \text{ m}$$

4. Donats el punt del pla $P = (3, -2)$ i la recta $r: y = \frac{3}{4}x + 2$, calculeu:
[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) Un punt qualsevol i el pendent de la recta r .

Punt: per exemple, $(0, 2)$

Pendent: $m = \frac{3}{4}$

b) Un vector director de la recta i un vector que sigui perpendicular al vector director.

Vector director: $m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$; $\vec{v} = (4, 3)$

Vector perpendicular: per exemple, $\vec{v} = (-3, 4)$

c) L'equació de la recta paral·lela a r que passa per P .

$$\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{3} \text{ o bé } 3x - 4y - 17 = 0 \text{ o bé } y = \frac{3}{4}x - \frac{17}{4}$$

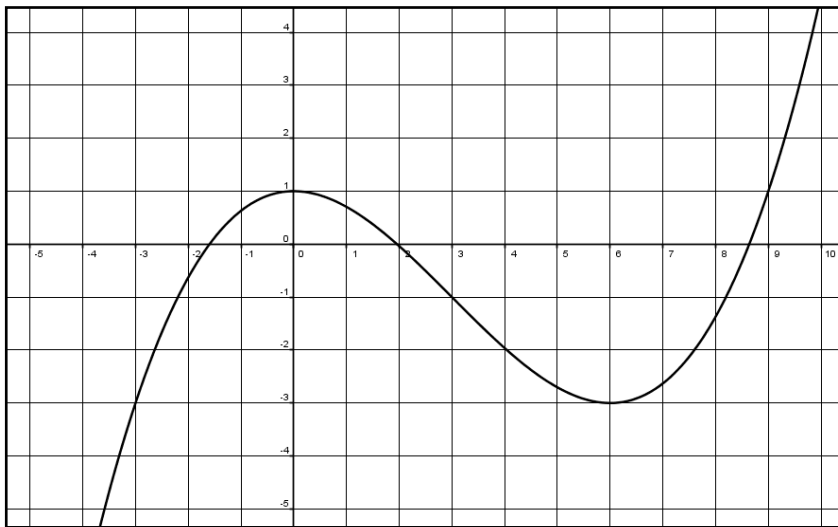
d) L'equació de la recta perpendicular a r que passa per P .

$$\frac{x-3}{-3} = \frac{y+2}{4} \text{ o bé } 4x - 3y - 6 = 0 \text{ o bé } y = -\frac{4}{3}x + 2$$

5. Feu un esbós d'una funció que tingui, simultàniament, totes les característiques següents:

[2 punts: es descomptaran 0,5 punts per cada condició que no es verifiqui]

- No té cap asímptota vertical, ni horitzontal ni obliqua.
- És creixent en $(-\infty, 0)$ i en $(6, +\infty)$.
- És decreixent en $(0, 6)$.
- Té extrems relatius només en els punts $(0, 1)$ i $(6, -3)$.
- Té un únic punt d'inflexió en $(3, -1)$.



6. Determineu els punts de discontinuïtat de la funció següent i indiqueu de quin tipus són.

[2 punts: 1 punt per trobar els punts de discontinuïtat i 1 punt per indicar el tipus de discontinuïtat de cada punt]

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$$

$$x^2 - x - 2 = 0; \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{Discontinuitat evitable en } x = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0} = \infty \Rightarrow \text{Discontinuitat asimptòtica en } x = -1$$

7. La taula de freqüències següent correspon a l'edat de la població d'una ciutat petita de Catalunya.

[2 punts; 0,5 punts per cada apartat]

a) Completeu la taula.

<i>Edat</i>	<i>Freqüència absoluta</i>	<i>Marca de classe</i>	$x_i \cdot n_i$	<i>Freq. absol. acumulada</i>	<i>Graus</i>
[0, 20)	3 400	10	34 000	3 400	61,2
[20, 40)	3 800	30	114 000	7 200	68,4
[40, 60)	5 500	50	275 000	12 700	99
[60, 80)	5 800	70	406 000	18 500	104,4
[80, 100)	1 500	90	135 000	20 000	27
Total	20 000		964 000		360

b) Calculeu la mitjana aritmètica.

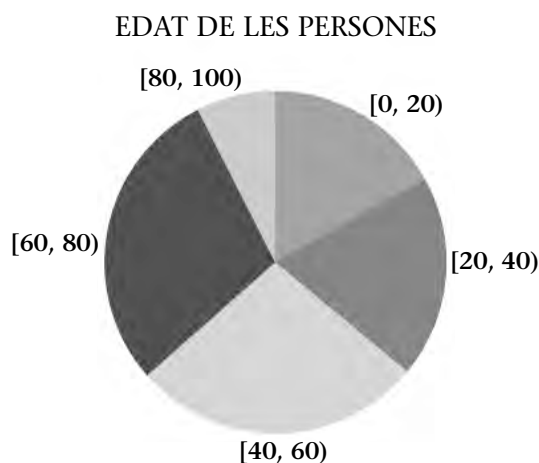
$$\text{Mitjana} = \frac{964\,000}{20\,000} = 48,2 \text{ anys}$$

c) Indiqueu quines són la classe modal i la classe de la mediana.

Classe modal = [60, 80)

Classe de la mediana = [40, 60)

d) Dibuixeu un gràfic de sectors.





**Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2009**

Matemàtiques

Sèrie 4

Dades de la persona aspirant

Cognoms i nom

DNI

Qualificació

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

1. Digueu si és cert o fals i escriviu el perquè.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $\sqrt{81} \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

b) $3,515515551... \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

c) $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

d) $\sqrt{\frac{3}{4}} = 2\sqrt{3}$

2. El perímetre d'un triangle rectangle fa 60 m, un dels catets, 10 m, i la superfície, 120 m^2 . Volem saber les mides dels altres costats del triangle. Per a això:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a)* Feu un esquema del problema i assigneu les incògnites adients als tres costats.
- b)* Plantegeu una equació (o un sistema d'equacions) adient per a resoldre el problema.
- c)* Resoleu l'equació (o el sistema d'equacions) de l'apartat anterior.
- d)* Quines són les mides dels altres costats del triangle?

5. Calculeu els límits de funcions següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + 2x^2 - 3x - 4) =$

b) $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} (2x^2 - 3x - \frac{1}{3}) =$

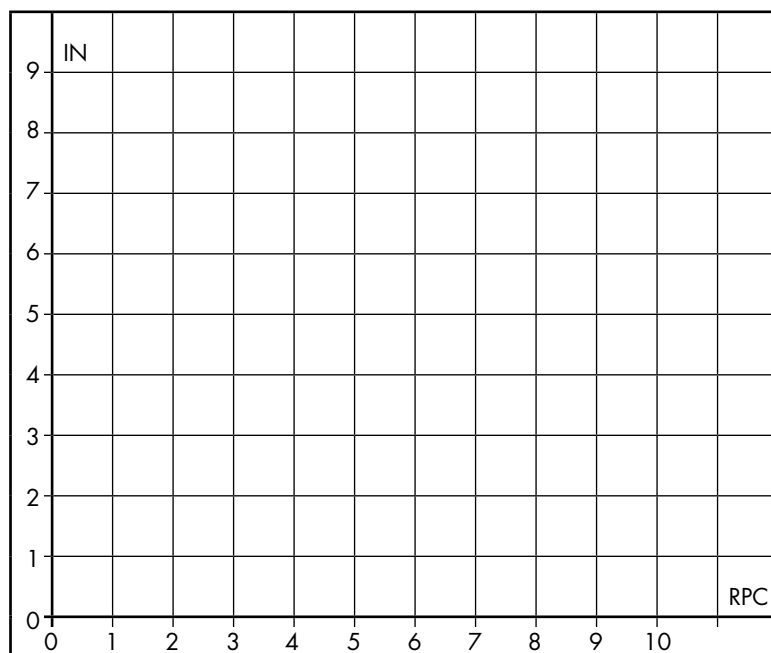
c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x + 2}{6x^2 + 3x - 5} =$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9} =$

6. La taula següent mostra la renda per capita (RPC) i l'índex de natalitat (IN) de dotze països:
[2 punts: 1 punt pel núvol de punts i 0,5 punts per la recta de regressió, a l'apartat a, i 0,5 punts per l'apartat b]

PAÏSOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
RPC	3	3	4	5	6	5	7	7	8	9	9	10
IN	8	7	7	6	6	5	6	4	5	4	3	3

- a) Representeu els resultats mitjançant un núvol de punts i traceu-ne aproximadament una recta de regressió.



- b) Digueu com és la correlació entre les dues variables (lineal o curvilínia, positiva o negativa, forta o dèbil).

7. En l'experiment aleatori de llançar dos daus, calculeu les probabilitats següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a)* Treure dos cincs.
- b)* Treure dues puntuacions iguals.
- c)* Treure almenys un cinc.
- d)* Treure una suma superior a tres.



**Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2009**

Matemàtiques

Sèrie 4

SOLUCIONS, CRITERIS DE CORRECCIÓ I PUNTUACIÓ

Instruccions

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val 2 punts.

1. Digueu si és cert o fals i escriviu el perquè.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat: 0,25 per la resposta i 0,25 per la justificació]

a) $\sqrt{81} \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

CERT, ja que $\sqrt{81} = 9$ és racional.

b) $3,515515551... \in \mathbb{Q}$ (nombres racionals)

FALS, ja que és un decimal no periòdic.

c) $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

CERT, ja que $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.

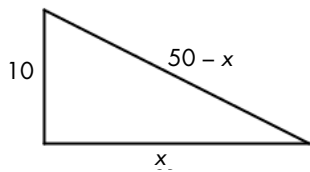
d) $\sqrt{\frac{3}{4}} = 2\sqrt{3}$

FALS, ja que $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

2. El perímetre d'un triangle rectangle fa 60 m, un dels catets, 10 m, i la superfície, 120 m². Volem saber les mides dels altres costats del triangle. Per a això:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) Feu un esquema del problema i assigneu les incògnites adients als tres costats.



- b) Plantegeu una equació (o un sistema d'equacions) adient per a resoldre el problema.

$$\frac{10 \cdot x}{2} = 120$$

- c) Resoleu l'equació (o el sistema d'equacions) de l'apartat anterior.

$$10x = 240; \quad x = \frac{240}{10} = 24$$

- d) Quines són les mides dels altres costats del triangle?

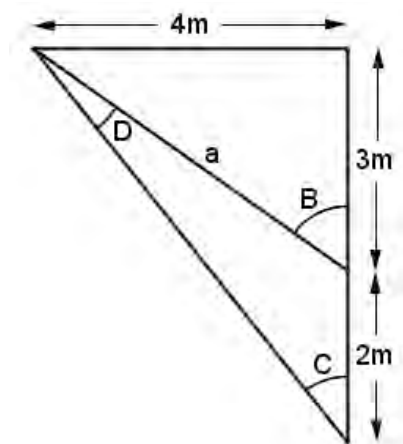
$$50 - 24 = 26$$

Els altres costats fan 24 cm i 26 cm.

Considereu el problema també correcte si el resolen mitjançant un sistema de dues equacions amb dues incògnites.

3. Amb les dades de la figura adjunta, calculeu:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]



a) El costat a .

$$a = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

b) L'angle B .

$$\operatorname{tg} B = \frac{4}{3} = 1,33; \quad B = \operatorname{arctg} 1,33 = 53,13^\circ = 53^\circ 7' 48''$$

c) L'angle C .

$$\operatorname{tg} C = \frac{4}{5} = 0,8; \quad C = \operatorname{arctg} 0,8 = 38,66^\circ = 38^\circ 39' 35''$$

d) L'angle D .

$$\text{Suplementari de } B = 180^\circ - 53,13^\circ = 126,87^\circ$$

$$D = 180^\circ - 38,66^\circ - 126,87^\circ = 14,47^\circ = 14^\circ 28' 13''$$

4. Donades les rectes $r: 2x + y - 2 = 0$ i $s: 3x - 4y - 25 = 0$. Determineu:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

- a) El punt de tall de les rectes r i s .

$$y = 2 - 2x; 3x - 4(2 - 2x) - 25 = 0; 11x = 25 + 8; x = \frac{33}{11} = 3; x = 3; y = -4;$$

punt de tall: (3, -4)

- b) L'equació de la recta paral·lela a r que passa per l'origen de coordenades.

$$2x + y + C = 0; (2 \cdot 0) + 0 + C = 0; C = 0; \mathbf{2x + y = 0}$$

- c) La distància de la recta s a l'origen de coordenades.

$$d = \frac{|(3 \cdot 0) - (4 \cdot 0) - 25|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|0 - 0 - 25|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{25}{5} = \mathbf{5 \text{ u}}$$

- d) L'angle que formen les rectes r i s .

$$\vec{v} = (-1, 2); \vec{u} = (4, 3)$$

$$\cos \alpha = \frac{|(-1, 2) \cdot (4, 3)|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-4 + 6|}{\sqrt{5} \cdot 5} = \frac{2}{5\sqrt{5}} = 0,178885$$

$$\alpha = \arccos 0,178885 = \mathbf{79,70^\circ = 79^\circ 41' 43''}$$

5. Calculeu els límits de funcions següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

$$\begin{aligned} a) \quad \lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + 2x^2 - 3x - 4) &= (-2)^3 + 2(-2)^2 - 3(-2) - 4 = \\ &= -8 + 8 + 6 - 4 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} (2x^2 - 3x - \frac{1}{3}) &= 2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3} = \\ &= \frac{18}{4} + \frac{9}{2} - \frac{1}{3} = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} - \frac{1}{3} = \frac{27 + 27 - 2}{6} = \frac{52}{6} = \frac{26}{3} \end{aligned}$$

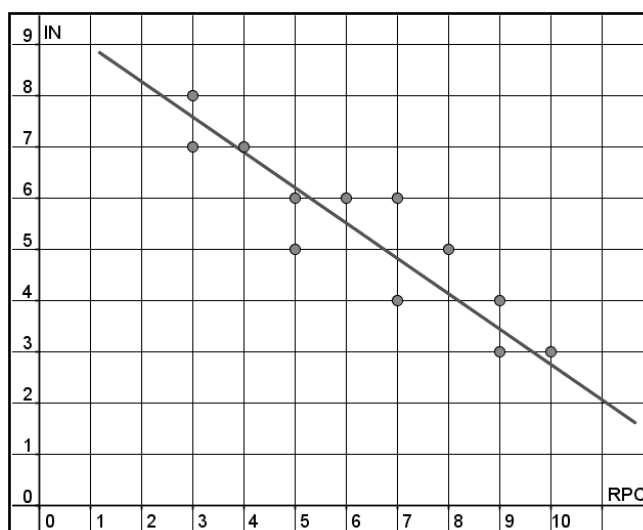
$$\begin{aligned} c) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x + 2}{6x^2 + 3x - 5} &= \frac{\infty}{\infty} = \text{Indet.} \\ &\downarrow \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{6x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9} &= \frac{3-3}{9-9} = \frac{0}{0} = \text{Indet.} \\ &\downarrow \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{x-3}}{(x+3)(\cancel{x-3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x+3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

6. La taula següent mostra la renda per capita (RPC) i l'índex de natalitat (IN) de dotze països:
[2 punts: 1 punt pel núvol de punts i 0,5 punts per la recta de regressió, a l'apartat a, i 0,5 punts per l'apartat b]

PAÏSOS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
RPC	3	3	4	5	6	5	7	7	8	9	9	10
IN	8	7	7	6	6	5	6	4	5	4	3	3

- a) Representeu els resultats mitjançant un núvol de punts i traceu-ne aproximadament una recta de regressió.



- b) Digueu com és la correlació entre les dues variables (lineal o curvilínia, positiva o negativa, forta o dèbil).

La correlació que hi ha entre les dues variables és lineal, negativa i tirant a forta.

7. En l'experiment aleatori de llançar dos daus, calculeu les probabilitats següents:

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

a) Treure dos cincs.

$$P = \frac{CF}{CP} = \frac{1}{36}$$

b) Treure dues puntuacions iguals.

$$P = \frac{CF}{CP} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) Treure almenys un cinc.

$$P = \frac{CF}{CP} = \frac{11}{36}$$

d) Treure una suma superior a tres.

$$P_{(2)} + P_{(3)} = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \qquad P_{(>3)} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$